ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 2 7 3 1

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$$

т.к. x^2+6x стоит под логарифмом, то $x^2+6x>0$

$$4^{\log_4 3\cdot\log_4(x^2+6x)}+x^2+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$$

$$x^2+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}-(x^2+6x)^{\log_4 3}$$

пусть $t=x^2+6x$, $t>0$

$$t \geq t^{\log_4 5}-t^{\log_4 3}$$ т.к. $t>0$ скажем $t=4^k$

~~$1 \geq t^{\log_{4}\frac{5}{4}}-t^{\log_4\frac{3}{4}}$~~ ~~$c_1=\log_4\frac{3}{4}<0$~~

~~$1 \geq t^{\log_4\frac{3}{4}}\left(t^{\log_4\frac{2}{4}}-1\right)$~~

$$4^k \geq (4^k)^{\log_4 5}-(4^k)^{\log_4 3}$$

~~$1 \geq t^{c_1}\left(t^{-\frac{1}{2}}-1\right)$~~

$$3^k+4^k \geq 5^k$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^k+\left(\frac{4}{5}\right)^k \geq 1$$

~~$t^{c_1}>0$ и t^{c_1} убывает на $(0;+\infty)$ т.к. $c_1<0$~~

~~на $(0;1)$ вторая скобка >0 и тоже убывает~~

~~тогда на $(0;1)$ правая часть убывает~~

~~при $t=1$ нер-во верно~~

~~на $(1;+\infty)$ $t^{-\frac{1}{2}}-1<0$, $t^{c_1}>0$, тогда нер-во~~

~~тоже верно~~

слева уб. ф-я справа const равенство при $k=2$

тогда $t \geq t^{\log_4 5}-t^{\log_4 3} \Leftrightarrow t \leq 4^2=16$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

~~решить~~ ур-е.

$1 \neq t^{c_1}\left(t^{-\frac{1}{2}}-1\right)$

ОДЗ $t \leq 16$ $\qquad$ $t > 0$

$x^2+6x \leq 16$ $\qquad$ $x(x+6) > 0$

$x^2+6x-16 \leq 0$ $\qquad$ $x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$

$(x-2)(x+8) \leq 0$

$x \in [-8; 2]$

Тогда $x \in [-8; -6) \cup (0; 2]$

Ответ: $[-8; -6) \cup (0; 2]$. +5

№5.

2). тогда надо посчитать сумму попарных произведений b_i

т.е. $\frac{1}{2}(b_0+b_1+\dots+b_5)^2 - (b_0^2+b_1^2+\dots+b_5^2)\cdot\frac{1}{2}$

a	f(a)
3	0
4	0
5	1
6	0
7	1
8	0
9	0
10	1
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

10 нулей b_0

7 единиц b_1

3 двойки b_2

2 тройки b_3

2 четверки b_4

1 пятерка b_5 +1

1). условие $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$ означает $f(x) < f(y)$ +1

т.е. достаточно искать неупорядоченные пары x, y т.ч. $f(x) \neq f(y)$

a	f(a)
3	0
4	0
5	1
6	0
7	1
8	0
9	0
10	1
11	2
12	0
13	3
14	1
15	1
16	0
17	4
18	0
19	4
20	1
21	1
22	2
23	5
24	0
25	2
26	3
27	0

+1

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 2 7 3 1

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

отсюда

$$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{17}}\cos 2\beta = \frac{-8}{17}$$

$$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

тогда $\sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$ т.к. $\sin^2 2\beta + \cos^2 2\beta = 1$

тогда

$$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\alpha \pm\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$4\sin 2\alpha \pm \cos 2\alpha = -1$$

1). $4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$

$$8\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = -\sin^2\alpha - \cos^2\alpha$$

$$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha = 0$$

$$4\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = 0$$

$$\cos\alpha(4\sin\alpha + \cos\alpha) = 0$$

$\cos\alpha = 0$ или $4\sin\alpha + \cos\alpha = 0$

$$tg\,\alpha = -\frac{1}{4}$$

2). $4\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1$

$$8\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = -\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\sin^2\alpha = 0$$

$$4\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha = 0$$

$$\sin\alpha(4\cos\alpha + \sin\alpha) = 0$$

$\sin\alpha = 0$ или $4\cos\alpha + \sin\alpha = 0$

$$tg\,\alpha = 0 \qquad tg\,\alpha = -4$$

т.к. по условию известно, что значений $tg\,\alpha$ не меньше трех и мы показали, что из данных равенств следует, что тангенсы могут быть только такими, то именно эти числа войдут в ответ.

+3

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$\sum_{i<j} b_i b_j = \frac{1}{2}\left(\left(b_0+b_1+\dots b_5\right)^2-\left(b_1^2+b_2^2+\dots+b_5^2+b_0^2\right)\right) =$

$\frac{1}{2}\left(25^2-\left(100+49+9+4+4+1\right)\right) = \frac{1}{2}\left(625-167\right) = \frac{468}{2} = 234$

229

Ответ: ~~234~~

Итог: +5

N2

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9y^2+4x^2-12xy=3xy-2x-3y+2 \\ 3y-2x\geq 0 \\ x^2-2x+1+y^2-\frac{4}{3}y+\frac{4}{9}=3+\frac{4}{9} \end{cases}$$

окружность

также

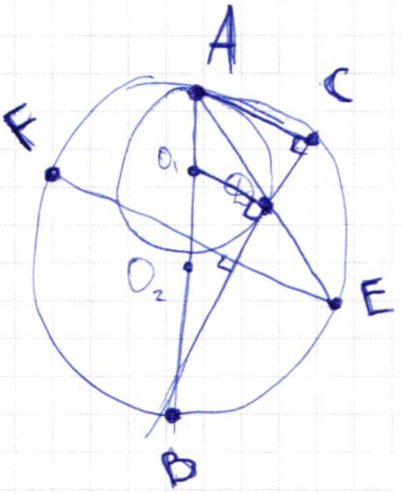
$18y^2+8x^2-24xy=6xy-4x-6y+3x^2+3y^2-6x-4y$

$15y^2+5x^2-30xy+10x+10y=0$

$3y^2+x^2-6xy+2x+2y=0$ $\varnothing$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



O_1 - центр. ω

пусть R - радиус Ω $\quad O_2$ - ц. Ω

r - радиус r

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle O_1DB$.

$$O_1B^2 - BD^2 = O_1D^2$$

$$(2R-r)^2 - \frac{169}{4} = r^2$$

$$AB^2 - BC^2 = AC^2 = \left(\frac{BC}{BD} O_1D\right)^2$$

$$(2R)^2 - \frac{324}{4} = \frac{18^2}{13^2} r^2 = \frac{324}{169} r^2$$

$2R = d$

$$d^2 - 2dr + r^2 - \frac{169}{4} = r^2$$

$$d^2 - 2dr = \frac{169}{4}$$

$$d^2 - \frac{324}{169} r^2 = \frac{324}{4}$$

$\varnothing$

№6.

$$\underset{①}{\frac{4x-3}{2x-2} \geq} \overset{f(x)}{ax+b} \underset{②}{\geq} 8x^2-34x+30 \quad \text{на } (1;3]$$

т.к. $8x^2-34x+30$ ветви направлены вверх, а ~~внутренность параболы выпукл~~ внутренность параболы выпукла

т.о для выполнения ② необходимо и достаточно, чтобы $f(1) \geq 8x^2-34x+30$ $(x=1)$

и $f(3) \geq 8x^2-34x+30$ $(x=3)$

т.к. f – прямая, а точки с абсциссой $\in (1;3]$ образуют отрезок, чтобы весь отрезок (быть может без одного конца) лежал внутри или на гр. параболы необх и дост., чтоб вн. или на гр. пар. лежали его концы.

$a+b \geq 8-34+30=4$ $\qquad a+b \geq 4$

$3a+b \geq 8\cdot 3-34\cdot 3+30=-48$ $\qquad 3a+b \geq -48$

чтобы выполнялось ① необх. и дост., чтобы ~~[illegible]~~

$f(3) \leq \frac{4x-3}{2x-2}$ $(x=3)$ $\qquad 3a+b \leq \frac{9}{4}$

и $f(x)$ и $\frac{4x-3}{2x-2}$ не имели общих точек на $(1,3]$ кроме быть может точек касания (дискриминант $=0$ в ур-е. $(2x-2)f(x)=4x-3$)

$(2x-2)\cdot(ax+b)=4x-3$

$2ax^2-2ax+2bx-2b=4x-3$

$2ax^2-(2a-2b+4)x-(2b-3)=0$

$\frac{D}{4}=(a-b+2)^2+2a(2b-3)=0$

Продвижений нет

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

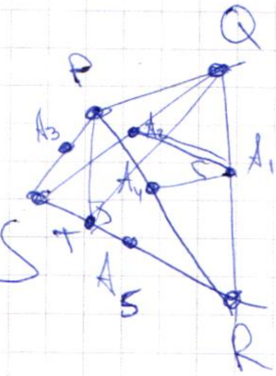
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(a-b+2)^2+2a(2b-3)=0$

$a^2+b^2+4-2ab+4a-4b+4ab-6a=0$

$a^2+b^2+4+2ab$

№6.



A_1, A_2, A_3, A_4 лежат в 1 плоскости

т.к. $A_1A_2 \parallel A_3A_4 \parallel RS$ также $A_1A_2 = A_3A_4 = \frac{SR}{2}$

тогда $A_1A_2A_3A_4$ — вписанный параллелограмм => прямоугольник

тогда т.к. $A_1A_2 \perp A_1A_4$ и $PQ \parallel A_1A_4$, $A_1A_2 \parallel SR$,

то $SR \perp PQ$ => перпендикуляры из P и Q на SR падают в одну точку. T

$QT^2 = QR^2 - TR^2 = QS^2 - TS^2$

$PT^2 = RR^2 - TR^2 = PS^2 - TS^2$

отсюда $QR^2 - PR^2 = QS^2 - PS^2$

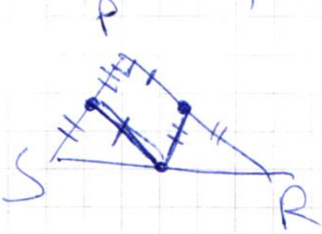
$4 - RP^2 = 1 - 2$

$RP^2 = 5$

$RP = \sqrt{5}$

P, A_3, A_4, A_5 лежат в одной плоскости. и тоже обр. вписанный параллелограмм => прямоугольник =>

~~SR~~ $\angle RPS = 90^\circ$



тогда $SR^2 = RP^2 + PS^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{5})^2 = 7$

$SR = \sqrt{7}$

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР 2 0 0 0 2 7 3 1

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geqslant |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax + b \geqslant 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 2 7 3 1

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4$

$C_6^2=\frac{6\cdot5}{2}=15$

$\cancel{12-3}$ $\frac{9}{4}$

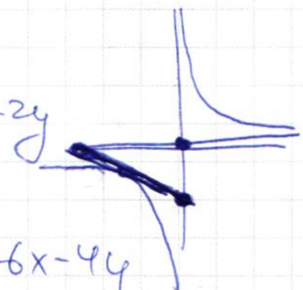
$\begin{cases} 9y^2+4x^2-12xy=3xy-2x-3y+2 \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \\ 3y-2x\geq0 \end{cases}$

$b\geq4-a$

$b\geq$

$54-\frac{\times 34}{\frac{3}{102}}$

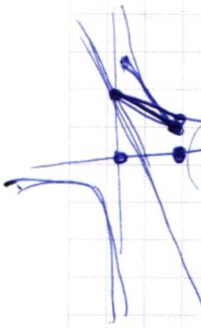
$54-102=-48$



$9y^2+4x^2-15xy=-2x-3y+1{,}5x^2+1{,}5y^2-3x-2y$

$18y^2+8x^2-24xy=6xy-4x-6y+3x^2+3y^2-6x-4y$

$15y^2+5x^2-30xy+10x+10y=0$



$3y^2+x^2-6xy+2x+2y=0$

$3y-2x=\sqrt{3x-2x-3y+2}$

$3y>2x$

a	$f(a)$
3	0
4	1
5	1
6	0
7	1
8	0
9	0
10	1
11	2
12	1

$a=x-1$

$9y^2+3y+4x^2+2x=15xy+2$

$9y^2+3y+\frac{1}{4}+4x^2+2x+\frac{1}{4}=15xy+\frac{5}{2}$

$(3y-2a+2)^2=(3y-2)a$

$f\left(\frac{x}{y}\right)<0$ $3y-2x$ $3y-2(a+1)=\sqrt{3y(a+1)-3y-a}$

$x=a+1$

$3\leq x\leq27$

$3\leq y\leq27$

$f(x)=f(y)+f\left(\frac{x}{y}\right)$

$f(x)=f(y)$

$f(y)>f(x)$

$3a^2+3y^2-4y=7$

$\begin{cases} 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \\ 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \end{cases}$

$6x+4y=3x^2+3y^2-4$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(3y-2)(x-1)=(3y-2x)^2$

$t \geq t^{\log_4 5} - t^{\log_4 3}$

1) $t<1$

$y(3y-2)^{\log_4 1} - 2y$

$\frac{t}{t^{\log_4 \frac{3}{4}}} = t^{\log_4 \frac{4}{3}}$

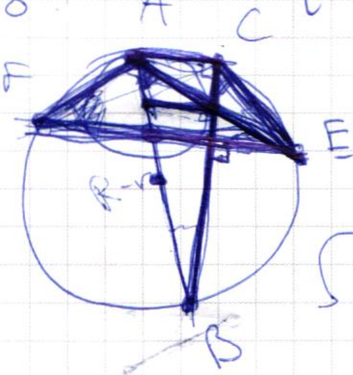
$(0;1)$

$1 \geq 0$

$\frac{t^{\log_4 1}}{t^{\log_4 \frac{3}{4}}} = t^{\log_4 1 - \log_4 \frac{3}{4}} = t^{\log_4 \frac{4}{3}}$

$\varepsilon \geq \varepsilon^{\log_4 5} - \varepsilon^{\log_4 3}$

$-2;8$



$CD = \frac{5}{2}$

$BD = \frac{13}{2}$

$t = t^{\log_4 5} - t^{\log_4 3}$

$(2R-r)^2 - BD^2 = r^2$

$4^k \geq 5^k - 3^k$

$\frac{1}{4^k} \geq 4^{-k \cdot \log_4 5}$

$\sqrt{(R-r)^2 - BD^2}$

$3^k + 4^k \geq 5^k$

$= \frac{13}{18}$

$(2R)^2 - BC^2 = \left(\frac{18}{13} r\right)^2$

$\frac{1}{5^k} - \frac{1}{3^k}$

$\sqrt{R^2 - SD^2}$

$R^2 - 2dr - \frac{169}{4} = SD^2$

$\frac{1}{4^k} \geq \frac{1}{5^k} - \frac{1}{3^k}$

$R^2 - 2dr + 169$

$D = 4r^2 + 169$

$\frac{2r \pm \sqrt{4r^2+169}}{2}$

$\left(\frac{4}{3}\right)^k + 1 \geq \left(\frac{4}{5}\right)^k$

$\frac{1}{3^k} + \frac{1}{4^k} \stackrel{?}{\geq} \frac{1}{5^k}$

$2t \geq t^{\log_4 5}$

$x^2+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - (x^2+6x)^{\log_4 3}$

$\log_4 \frac{1}{2} = \log_{2^2} 2^{-1} = -\frac{1}{2}$

$t \geq t^{\log_4 5} - t^{\log_4 3}$

$3^k + 4^k \geq 5^k$

$1 \geq t^{\log_4 \frac{5}{4}} - t^{\log_4 \frac{3}{4}}$

$\frac{t^{\log_4 1}}{t^{\log_4 \frac{3}{4}}} = t$

$1 \geq t^{\log_4 \frac{3}{4}} (t^{-\frac{1}{2}} - 1)$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 2 7 3 1

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$9y^2+4x^2-12xy = 3xy-2x-3y+2$

$9y^2+3y+4x^2+2x = 15xy+2$

$\cos(2\alpha+2\beta) = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{4}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

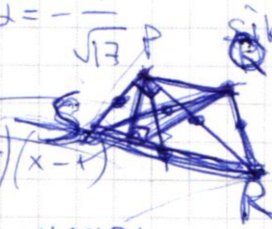
1). $\cos(2\alpha+2\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta) = \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta + \frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}} + \cos 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$



$\sqrt{3y-2x} = \sqrt{(3y-2x)(x-1)}$

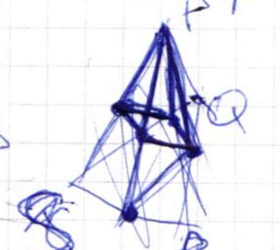
$PQ \perp RS$

$\sin\alpha+\sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin 2\alpha + 4\cos 2\alpha = -1$

$\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$

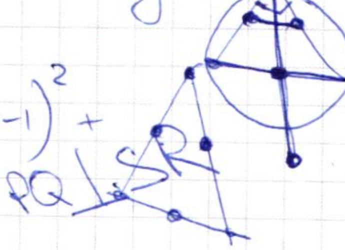
$3y(x-1)-2(x-1)$ или $\sin 2\alpha - 4\cos 2\alpha = -1$



$\sqrt{(3y-2)(x-1)} = 3y-2x$

$A-B = 2\alpha+4\beta$

$A+B = 2\alpha$



$3x^2-6x+3 = 3(x-1)^2 +$

$2A = 4\alpha+4\beta \qquad A = 2\alpha+2\beta$

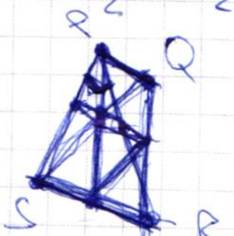
$PQ \perp SR$

$2B = -4\beta \qquad B = 2\beta$

$3y^2-4y+1$

$\sin A+\sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cdot\cos\frac{A-B}{2}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$



$2\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$PR = PS$

$\cos 2\beta = \frac{1}{2\sqrt{17}}$

$625-(16x)$

625

234

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\sin 2\alpha \pm 4\cos 2\alpha = -1$

$2\sin\alpha\cos\alpha + 5\cos^2\alpha - 3\sin^2\alpha = -\sin^2\alpha - \cos^2\alpha$

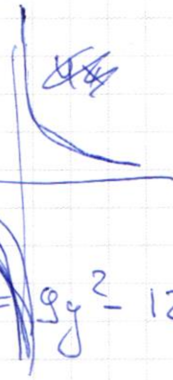
$ax+b$

$3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}$

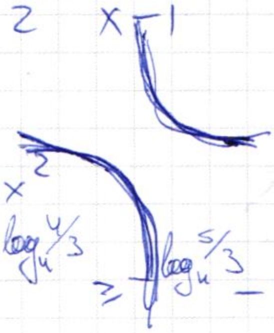
$3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4$

$\frac{4x-3}{2x-2} = 2 + \frac{2x+1}{2x-2} = 2 + \frac{3}{2(x-1)} =$

$\sqrt{(3y-2)(x-1)} = 3y - 2x$



$2 + \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{x-1}$



$3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4$

$(3y-2x)^2 = 3xy - 2x - 3y + 2 = 9y^2 - 12xy + 4x^2$

$15xy$

$t^{\log_4 4/3} \geq t^{\log_4 5/3} - 1$

$3^{\log_4(x^2+6x)} = 4^{\log_4 3 \cdot \log_4(x^2+6x)}$

$t + t^{\log_4 3} \geq 2\sqrt{t^{\log_4 12}}$

$(x^2+6x)^{\log_4 3} + 6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2$

$x^2 + 6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - (x^2+6x)^{\log_4 3}$ $\quad 1 \geq t^{\log_4 5/3} - t^{\log_4 4/3}$

$t \geq t^{\log_4 5} - t^{\log_4 3} = t^{\log_4 3}\left(t^{\log_4 5/3} - 1\right)$

$t^{\log_4 4/3} > t^{\log_4 5/3} - 1$

$f(x) = t - t^{\log_4 5} + t^{\log_4 3} > 0$ $\quad 1 > t^{\log_4 5/3} - t^{\log_4 4/3}$

$f' = 1 - \log_4 5\, t^{\log_4 5/4} + \log_4 3\, t^{\log_4 3/4} > 0$

$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$