МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ (1) $\quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$ (2) $\quad tg\alpha - ?$

(1): $\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ (*)

(2): $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = \sin 2\alpha\cos 4\beta + \sin 4\beta\cos 2\alpha + \sin 2\alpha =$

$= \sin 2\alpha(2\cos^2 2\beta - 1) + 2\sin 2\beta\cos 2\beta\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = 2\sin 2\alpha\cos^2 2\beta +$

$+ 2\sin 2\beta\cos 2\beta\cos 2\alpha = 2\cos 2\beta(\sin 2\beta\cos 2\alpha + \sin 2\alpha\cos 2\beta) = \underset{(**)}{-\frac{2}{17}}$

(*)→(**): $2\cos 2\beta(\sin 2\beta\cos 2\alpha + \sin 2\alpha\cos 2\beta) = 2\cos\beta\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) = -\frac{2}{17}$

$$2\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{17}}$$

$$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$\sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\cos^2 2\beta} = \pm\sqrt{1-\frac{1}{17}} = \pm\sqrt{\frac{16}{17}} = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

Имеем:

~~Сл I: $\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$, $\sin 2\beta$~~

(*): $\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}\sin 2\alpha \pm \frac{4}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}} \quad \Big| \times\sqrt{17}$

$$\sin 2\alpha \pm 4\cos 2\alpha + 1 = 0 \quad (***)$$

Пусть $tg\alpha = x$, тогда

$\sin 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha} = \frac{2x}{1+x^2} \qquad \cos 2\alpha = \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = \frac{1-x^2}{1+x^2}$

Следовательно

(***): $\sin 2\alpha \pm 4\cos 2\alpha + 1 = \frac{2x}{1+x^2} \pm \frac{4(1-x^2)}{1+x^2} + 1 = \frac{2x+1+x^2\pm 4(1-x^2)}{\underbrace{1+x^2}_{>0}} = 0$

$$x^2+2x+1\pm 4(1-x^2) = 0$$

Сл I

$x^2+2x+1+4-4x^2=0$

$3x^2-2x-5=0$

$(3x-5)(x+1)=0$

Сл II

$x^2+2x+1-4+4x^2=0$

$5x^2+2x-3=0$

$(5x-3)(x+1)=0$

Имеем

$$\left[\begin{aligned}&(3x-5)(x+1)=0\\&(5x+3)(x+1)=0\end{aligned}\right. \iff \left[\begin{aligned}&\cancel{x=1}\\&x=\frac{5}{3}\\&x=-\frac{3}{5}\\&x=-1\end{aligned}\right.$$

Т.е $\left[\begin{aligned}&\cancel{tg\alpha=1}\\&tg\alpha=\frac{5}{3}\\&tg\alpha=-\frac{3}{5}\\&tg\alpha=-1\end{aligned}\right.$

Ответ: $\{-1; -\frac{3}{5}; \cancel{1}; \frac{5}{3}\}$

№3

$$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)} \quad ; 26x-x^2>0$$

$$(26x-x^2)^{\log_5 12}+(26x-x^2) \geq 13^{\log_5(26x-x^2)}$$

$$\underset{>0}{(26x-x^2)}\Big(\underset{>0}{(26x-x^2)^{\log_5 12-1}}+1\Big) \geq \underset{>0}{13^{\log_5(26x-x^2)}}$$

Т.к обе ч полож, прологарифом обе ч по осн-ю 5

$$\log_5\left[(26x-x^2)\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}+1\right)\right] \geq \log_5 13^{\log_5(26x-x^2)}$$

$$\log_5(26x-x^2)+\log_5\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}+1\right) \geq \log_5 13\cdot\log_5(26x-x^2)$$

Нерав-во Бернулли: $x^{n+1} \geq nx+1$; $n>-1$; $x>1$ (*)

Из (*) следует, что

$$\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}\right)^2 \geq (26x-x^2)^{\log_5 12-1}+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_5\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}\right)^2 \geq \log_5\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}+1\right)$$ (т.к $f(t)=\log_5 t$ - монотонно возраст)

т.е

$$\log_5\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}\right)^2+\log_5(26x-x^2) \geq \log_5\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}+1\right)+\log_5(26x-x^2) \geq$$
$$\geq \log_5 13\,\log_5(26x-x^2)$$

$$2(\log_5 12-1)\log_5(26x-x^2)+\log_5(26x-x^2) \geq \log_5 13\,\log_5(26x-x^2)$$

$$\log_5(26x-x^2)(2\log_5 12-2+1-\log_5 13) \geq 0$$

$$\log_5(26x-x^2)(2\log_5 12-\log_5 13-1) \geq 0$$

$$\log_5(26x-x^2)(\log_5 12^2-\log_5 13-\log_5 5) \geq 0$$

$$\log_5(26x-x^2)\cdot\log_5\frac{144}{65} \geq 0$$

Продолжение на стр №3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 Продолжение

$\log_5(26x-x^2)\cdot\log_5\frac{144}{65}\geq 0$

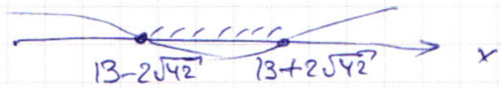
Т.к $\frac{144}{65}>1$, то $\log_5\frac{144}{65}>0$, тогда

$\log_5(26x-x^2)\geq 0$

$\cancel{1\leq 26x-x^2}$ $26x-x^2\geq 1$

$\cancel{26x}$ $x^2-26x+1\leq 0$

$x=\frac{26\pm\sqrt{672}}{2}=13\pm2\sqrt{42}$



$x\in[13-2\sqrt{42};13+2\sqrt{42}]$

Ответ: $x\in[13-2\sqrt{42};13+2\sqrt{42}]$

№5 $\forall\, a,b$ $\quad f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=\left[\frac{p}{4}\right]$, где p - простое ч

$f\left(\frac{x}{y}\right)=0$ $\quad x\in[4;28]$; $y\in[4;28]$; $\{x;y\}\in N$ Кол-во пар $(x;y)$ - ?

Найдём все знач-я $f(n)$ для натур чисел от 2 до 28

$f(2)=0$

$f(3)=0$

$f(4)=f(2\cdot2)=0$

$f(5)=1$

$f(6)=f(2\cdot3)=0$

$f(7)=1$

$f(8)=f(4\cdot2)=0$

$f(9)=f(3\cdot3)=0$

$f(10)=f(2\cdot5)=1$

$f(11)=2$

$f(12)=f(3\cdot4)=0$

$f(13)=3$

$f(14)=f(2\cdot7)=1$

$f(15)=f(3\cdot5)=1$

$f(16)=f(4\cdot4)=0$

$f(17)=4$

$f(18)=f(2\cdot9)=0$

$f(19)=4$

$f(20)=f(4\cdot5)=1$

$f(21)=f(3\cdot7)=1$

$f(22)=f(2\cdot11)=2$

$f(23)=5$

$f(24)=f(3\cdot8)=0$

$f(25)=f(5\cdot5)=2$

$f(26)=f(2\cdot13)=3$

$f(27)=f(3\cdot9)=0$

$f(28)=f(4\cdot7)=1$

Найдём знач-е $f(\frac{1}{n})$ ч-з $f(n)$

$f(2)=f(2n\cdot\frac{1}{n})=f(2n)+f(\frac{1}{n})=f(2)+f(n)+f(\frac{1}{n})=\cancel{f(2)}\,f(n)+f(\frac{1}{n})=0$

$f(\frac{1}{n})=-f(n)$

Кол-во $f(n)=0$: 9 $\qquad f(n)=3$: 2

$f(n)=1$: 8 $\qquad f(n)=4$: 2

$f(n)=2$: 3 $\qquad f(n)=5$: 1 $\qquad$ для натур чисел от 4 до 28 (25 чисел)

$f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)<0$

$f(x)<f(y)$

Тогда общ-е кол-во пар, удовл усл-ю, равно

$\underbrace{9}_{\text{на } x}\cdot\underbrace{(25-9)}_{\text{на } y}+8(25-9-8)+3\cdot(25-9-8-3)+2(25-9-8-3-2)+2(25-9-8-3-2-2)=$

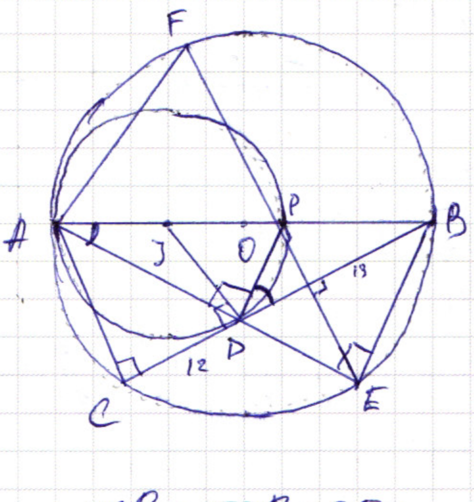
$=9\cdot16+8\cdot8+3\cdot5+2\cdot3+2\cdot1=231$

Ответ: 231 пара

№4

Дано $\omega(J;r)$
$\Omega(O;R)$
$\Omega\cap\omega=A$ внутр обр
AB - диам Ω
BC - хорда Ω
BC кас ω в D
$AD\cap\Omega=E$
EF - хорда Ω
$EF\perp BC$
Найти: r; R
$\angle AFE$ - ?
S_{AEF} - ?, если
$CD=12$; $BD=13$

Решение



$26R=50R-25r$

$25r=24R$

$r=\frac{24}{25}R$

1) Пусть $\omega\cap AB=P$
Пров JD; $JD\perp CD$, как рад, пров к касат

~~Рассм~~ $\triangle ACB$ - прямоуг, т.к $\angle ACB$ опир на диам AB

$\angle$ $\triangle BDJ$ и $\triangle BCA$ - прямоуг
$\angle B$ - общ $\Rightarrow\triangle BDJ\sim\triangle BCA$

$\frac{JD}{AC}=\frac{JB}{AB}=\frac{BD}{BC}$

$\frac{r}{AC}=\frac{2R-r}{2R}=\frac{13}{25}$

$AC=\frac{25}{13}r=\frac{24}{13}R$

2) Рассм $\triangle BPD$ и $\triangle BDA$

$\angle BDP=\frac{1}{2}\cup PD$ как угол м-ду хорд и касат
$\angle BAD=\angle PAD=\frac{1}{2}\cup PD$ как впис
$\angle B$ - общ

$\Rightarrow\triangle BPD\sim\triangle BDA$

$\frac{BD}{BP}=\frac{AB}{BD}$

$\frac{13}{2R-2r}=\frac{2R}{13}$

~~$2R^2 = 13$~~

Продолж-е на стр 5

№6

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geqslant ax+b \geqslant 18x^2-51x+28 \ ; \ x > \frac{2}{3}$$

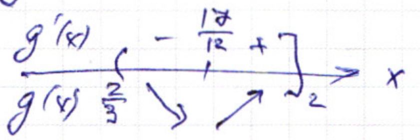
Пусть $f(x)=\frac{8-6x}{3x-2}$ $\quad g(x)=18x^2-51x+28$

$$f'(x) = \frac{-6(3x-2)-3(8-6x)}{(3x-2)^2} = \frac{-18x+12-24+18x}{(3x-2)^2} = -\frac{12}{(3x-2)^2}<0$$

т.е $f(x)$ – убыв на всей обл опр-я

т.е $\max\limits_{(\frac{2}{3};2]} f(x) = f(2) = \frac{8-12}{6-2} = \frac{-4}{4} = -1$

$g'(x) = 18\cdot 2x-51 = 3(12x-17)$; $g'(x)=0$ при $x=\frac{17}{12}$



Т.к $\left|\frac{2}{3}-\frac{17}{12}\right| > \left|2-\frac{17}{12}\right|$, то $\max\limits_{(\frac{2}{3};2]} g(x) = g\left(\frac{2}{3}\right) = 2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 Продолжение

$\cancel{2R^2 = 13^2;\ R = \frac{13\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r = \frac{24}{25}R = \frac{13\cdot 12\sqrt{2}}{25} = \frac{156\sqrt{2}}{25}}$

$4R(R-r) = 13^2$

3) Рассм $\triangle APD$ и $\triangle ABE$

$\angle ADP = 90^\circ$ т.к опир на диам AP в ω
$\angle AEB = 90^\circ$ т.к опир на диам AB в Ω
$\angle A$ - общ

$\Rightarrow \triangle APD \sim \triangle ABE$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AP}{AB} = \frac{2r}{R} = \frac{r}{R} = \frac{24}{25}$$

$$AE = \frac{25}{24}D$$

4) $4R(R-r) = 4R\cdot\frac{1}{25}R = 13^2$

$$\frac{2}{5}R = 13$$

$$R = 32{,}5 \Rightarrow r = \frac{24}{25}R = 31{,}2$$

$$AC = \frac{24}{13}R = 60$$

$\triangle ACD$ - прямоуг

$AD^2 = AC^2 + CD^2$ по теор Пифагора

$$AD = \sqrt{60^2+12^2} = 12\sqrt{26}$$

$$AE = \frac{25}{24}AD = \frac{25\sqrt{26}}{2}$$

5) Рассм $\triangle AFE$; пусть $\angle AFE = \alpha$ - иск
по теор синусов

$$\frac{AE}{\sin\alpha} = 2R;\ \frac{\frac{25\sqrt{26}}{2}}{\sin\alpha} = 65 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$$

$$\angle AFE = \alpha = \arcsin\frac{\sqrt{26}}{26}$$

Ответ: $R = 32{,}5$; $r = 31{,}2$
$\angle AFE = \arcsin\frac{\sqrt{26}}{26}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$p\left(\frac{1}{y}\right) = p(1) - p(y) =$ $\quad p\left(\frac{1}{y}\right) =$

$p(1) = p\left(\frac{1}{y}\cdot y\right) = p(y) + p\left(\frac{1}{y}\right)$

$1 = p(2) = \left(2y\cdot\frac{1}{y}\right) \Rightarrow p(2y) + p\left(\frac{1}{y}\right)$

$p(2y) = p(2) + p(y) = 1 + p(y)$

$p\left(\frac{1}{y}\right) = 1 - p(2y) = 1 - p(y) - 1 = -p(y)$

$p(k) = 0 : 9$

1 : 8

2 : 3

3 : 2

4 : 2

5 : 1

C_n^k !

$p(2) = p\left(2n\cdot\frac{1}{n}\right) = p(2n) + p\left(\frac{1}{n}\right) = 0$

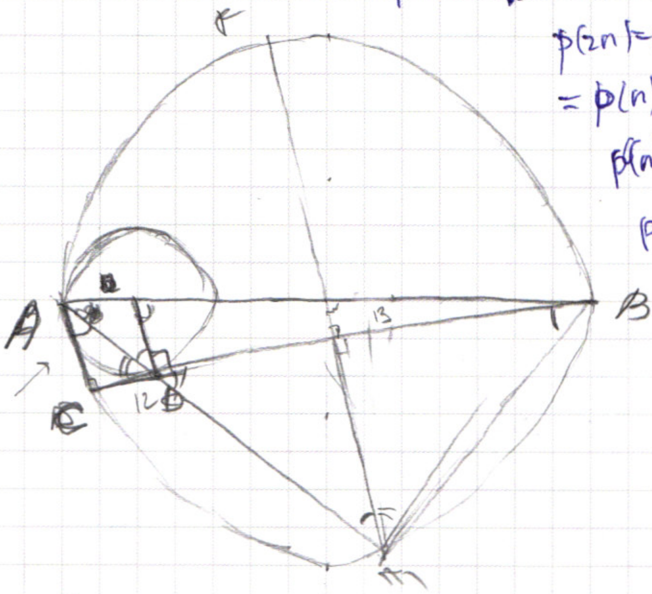
$p(2n) = p(2) + p(n) =$

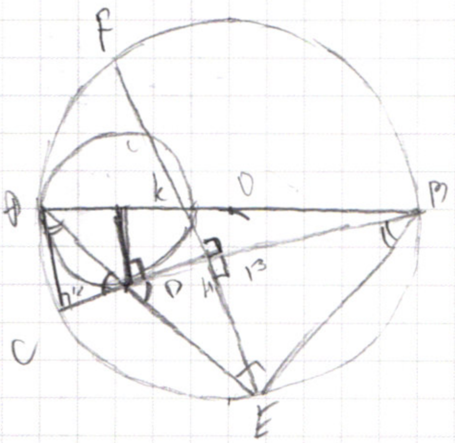
$= p(n)$

$p(n) + p\left(\frac{1}{n}\right) = 0$

$p\frac{1}{n} = -p(n)$

№4





$\frac{2R - r}{BH} = \frac{BK}{13}$

$12^2 + 8^2 = 208$

$9\cdot 16 + 8\cdot 8 + \cancel{8}$

$+3\cdot 5 + 2\cdot 3 + 2\cdot 1$

~~$80\cdot 8 = 640$~~

$(18+8)8$

$26\cdot 8$

208

$$\begin{array}{r} 208 \\ +\ \ 15 \\ \hline 223 \\ +\ \ \ 8 \\ \hline 231 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

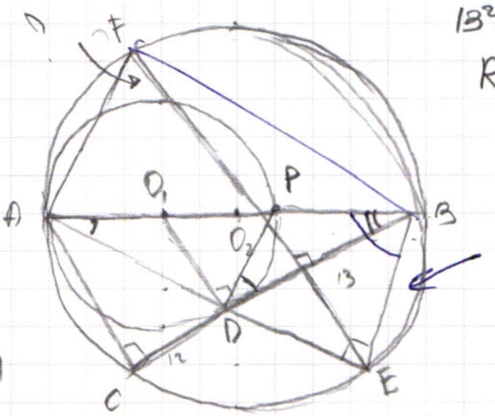
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

N 6

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28$$

$$\frac{8-6x}{3x-2} = 18x^2-51x+28$$



$13^2 = 2R^2$

$R = \frac{13\sqrt{2}}{2}$

$BPD \sim BDA$

$$\frac{BD}{AB} = \frac{BP}{BD}$$

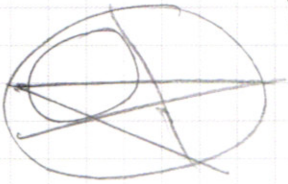
$$\frac{25}{\sin\alpha} = 2R$$

$AC = \sqrt{4R^2 - 25^2}$

$AD = \sqrt{AC^2 + 12^2}$

$AE = \frac{25}{24} AD$

$\frac{AE}{\sin\alpha} = 2R$



$$\frac{13}{25} = \frac{BD}{BC} = \frac{BO_1}{BA} = \frac{2R-r}{2R}$$

$26R = 50R - 25r$

$25r = 24R$

$r = \frac{24}{25}R$

$PB = 2R - 2r = \frac{2}{25}R$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{2r}{2R} = \frac{r}{R} = \frac{24}{25}$$

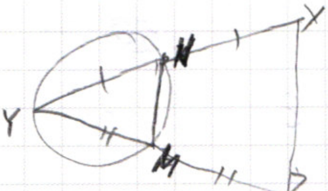
$$\sin\alpha = \frac{\cancel{25}^{5}\sqrt{26}}{2\cdot\cancel{65}_{13}} = \frac{\sqrt{26}}{26}$$

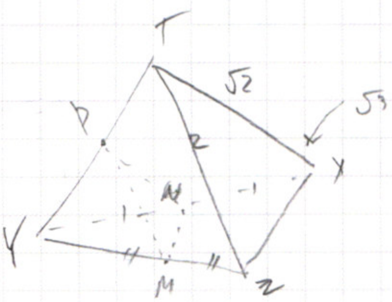
$$\frac{\cancel{24}^{12}}{\cancel{25}} \cdot \frac{13\cdot 5}{25}$$

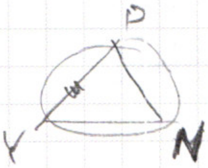
$\frac{156}{5}$

$31{,}2$

N7







$$\frac{\cancel{24}^{12}}{\cancel{13}} \cdot \frac{13\cdot 5}{2} = 60$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

$$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)} \qquad 26x-x^2>0$$

$$(26x-x^2)^{\log_5 12} - 13^{\log_5(26x-x^2)} \geq x^2-26x$$

$$(26x-x^2)^{\log_5 12}+(26x-x^2) \geq 13^{\log_5(26x-x^2)}$$

$$(26x-x^2)\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}+1\right) \geq 13^{\log_5(26x-x^2)}$$

$$\log_5(26x-x^2)+\log_5\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}+1\right) \geq \log_5 13 \cdot \log_5(26x-x^2)$$

$$\log_5\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}\right) \geq \log_5\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}+1\right) \geq \log_5(26x-x^2)(\log_5 13-1)$$

$$2(\log_5 12-1)\log_5(26x-x^2) \quad \frac{(26x-x^2)^{\log_5 12}}{26x-x^2}+1 \qquad x^{n+1} \geq nx+1$$

$$(2\log_5 12-1)t \geq t(\log_5 13-1)$$

$$\log_5 \frac{(26x-x^2)^{\log_5 12}+(26x-x^2)}{26x-x^2} \geq 1$$

Бегеля? Бейсона?

$$\log_5 (26x-x^2)^{\log_5 12}+(26x-x^2)$$

$$x^3+3x^2+3x+1 \geq 3x+1$$

$$x^2(x+3) \geq 0$$

$$(x+1)^n \geq nx+1$$

N2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases} \qquad \begin{cases} y-6x \geq 0 \\ xy-6x-y+6 \geq 0 \end{cases}$$

$$(3x)^2-2\cdot3x\cdot3+9+y^2-2\cdot6\cdot y+36=45+45$$

$$(3x-3)^2+(y-6)^2=90 \qquad (3\sqrt{10})^2$$

$$9(x-1)^2+(y-6)^2=90$$

$$y(x-1)-6(x-1)=(y-6)(x-1)=(y-6x)^2$$

$$3^2(x-1)^2+(y-6)^2+6 \qquad 90+6(y-6x)^2=(3x-3+y-6)$$

$$(3x+y-9)$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

N1

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$ $\quad tg\,\alpha$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha}$

$\sin 2\alpha + \sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\cos 2\alpha = \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$

$\sin 2\alpha(2\cos^2 2\beta - 1) + 2\sin 2\beta \cos 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\alpha$

$2\cos^2 2\beta \sin 2\alpha + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha = 0$

$2\cos 2\beta(\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha) = -\frac{2}{17}$

$2\cos 2\beta \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) = -\frac{2}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\pm\sin 2\beta = \sqrt{\frac{17-1}{17}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} \pm \frac{4}{\sqrt{17}} \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha + 4\cos 2\alpha = -1$ $\qquad \sin 2\alpha - 4\cos 2\alpha = -1$

$\frac{2x}{1+x^2} + \frac{4-4x^2}{1+x^2} = -1$ $\qquad \frac{2x}{1+x^2} - \frac{4-4x^2}{1+x^2} + \frac{1+x^2}{1+x^2} = 0$

$\frac{2x+4-4x^2+1+x^2}{1+x^2} = 0$ $\qquad 2x-4+4x^2+1+x^2=0$

$5x^2+2x-3=0$

$-3x^2+2x+5=0$ $\qquad (x-1)(5x+3)=0$

$D = 4+60 = 64$

$x = \frac{2\pm 8}{-6}$

$3x^2-2x-5=0$

$\boxed{tg\,\alpha = 1;\ \frac{5}{3};\ \frac{3}{5}}$

~~(3x+5)(x+1)~~

$(3x-5)(x-1)=0$

$36x-51=0$

$12x=17$

$x = \frac{17}{12}$

$18\cdot\frac{4}{9} - 51\cdot\frac{2}{3} + 28 = 8+28-34 = 2$

$\left(\frac{8-6x}{3x-2}\right)' = \frac{-6(3x-2)-3(8-6x)}{(3x-2)^2} =$

$-18x+12-24+18x$

N5

$f(ab) = f(a)+f(b)$ $\qquad f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$ $\qquad 4 \le x, y \le 28$ $\qquad x, y \in N$

$f(x/y) < 0$

$f\left(x\cdot\frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

1; 1; 2; 3; 4; 4; 5

5, 7, 11, 13, 17, 19, 23,

$P(4) = P(2\cdot 2) = 0$	$P(10)=1$	$P(17)=4$	$P(23)=5$
$P(5)=1$	$P(11)=2$	$P(18)=0$	$P(26)=3$
$P(6)=0$	$P(12)=0$	$P(19)=4$	$P(27)=0$
$P(7)=1$	$P(13)=3$	$P(20)=1$	$P(28)=1$
$P(8)=0$	$P(14)=1$	$P(21)=1$	$P(24)=0$
$P(9)=0$	$P(15)=1$	$P(22)=2$	$P(25)=2$
	$P(16)=0$		

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)