МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}$

$2\sin\frac{4\alpha+4\beta}{2}\cos\frac{2\alpha+4\beta-2\alpha}{2}=-\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{4}{17}$

$\cancel{-}\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta=\cancel{-}\frac{4}{17}$

$\cos 2\beta=\frac{4\sqrt{17}}{17}=\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\left[\begin{array}{l}\sin 2\beta=-\sqrt{1-\cos^2 2\beta}=-\sqrt{1-\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)^2}=-\frac{1}{\sqrt{17}}\\ \sin 2\beta=\sqrt{1-\cos^2 2\beta}=\sqrt{1-\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)^2}=\frac{1}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta+\sin 2\beta\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\left[\begin{array}{l}\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}+\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}\\ \sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}+\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\alpha-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}\\ \frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\alpha+\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}4\sin 2\alpha-\cos 2\alpha=-1\\ 4\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=-1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}4\cdot\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}-\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}+1=0\\ 4\cdot\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}+\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}+1=0\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\frac{8\operatorname{tg}\alpha-1+\operatorname{tg}^2\alpha+1+\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=0\\ \frac{8\operatorname{tg}\alpha+1-\cancel{\operatorname{tg}^2\alpha}+1+\cancel{\operatorname{tg}^2\alpha}}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\frac{2\operatorname{tg}^2\alpha+8\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=0\\ \frac{8\operatorname{tg}\alpha+2}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=0\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}(\operatorname{tg}\alpha+4)\operatorname{tg}\alpha=0\\ 4\operatorname{tg}\alpha+1=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\operatorname{tg}\alpha=-4\\ \operatorname{tg}\alpha=-\frac{1}{4}\\ \operatorname{tg}\alpha=0\end{array}\right.$

Ответ: $\operatorname{tg}\alpha=-4$; $\operatorname{tg}\alpha=-\frac{1}{4}$; $\operatorname{tg}\alpha=0$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3(y-\frac{2}{3})-2(x-1)=\sqrt{(x-1)(3y-2)} \\ 3(x-1)^2+3(y-\frac{2}{3})^2-3-\frac{4}{3}=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(y-\frac{2}{3})-2(x-1)=\sqrt{3(x-1)(y-\frac{2}{3})} \\ 3(x-1)^2+3(y-\frac{2}{3})^2=8\frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 3(y-\frac{2}{3})-2(x-1)=\sqrt{3(x-1)(y-\frac{2}{3})} \\ (x-1)^2+(y-\frac{2}{3})^2=\left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases}$$

Пусть $a=x-1$, $b=y-\frac{2}{3}$.

$$\begin{cases} 3b-2a=\sqrt{3ab} \\ a^2+b^2=\frac{25}{9} \end{cases} \quad \begin{cases} (3b-2a)^2=3ab \\ 3b\geq 2a \\ a^2+b^2=\frac{25}{9} \end{cases} \quad \begin{cases} 9b^2-12ab+4a^2-3ab=0 \\ 3b\geq 2a \\ a^2+b^2=\frac{25}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a^2-15ab+9b^2=0 \\ 3b\geq 2a \\ a^2+b^2=\frac{25}{9} \end{cases} \quad \begin{cases} (4a-3b)(a-3b)=0 \\ 3b\geq 2a \\ a^2+b^2=\frac{25}{9} \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=\frac{3b}{4} \\ a=3b \end{array}\right. \\ 3b\geq 2a \\ a^2+b^2=\frac{25}{9} \end{cases}$$

при $a=\frac{3b}{4}$: $\begin{cases} \left(\frac{3b}{4}\right)^2+b^2=\frac{25}{9} \\ 3b\geq 2a,\ a=\frac{3b}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{25b^2}{16}=\frac{25}{9} \\ 3b\geq 2a,\ a=\frac{3b}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} b=-\frac{4}{3} \\ b=\frac{4}{3} \end{array}\right. \\ 3b\geq 2a,\ a=\frac{3b}{4} \end{cases}$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=\frac{3}{4}(-\frac{4}{3})=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} a=\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}=1 \\ b=\frac{4}{3} \end{cases} \end{array}\right. \\ b\geq\frac{2}{3}a \end{cases}$$

$-\frac{4}{3}<-\frac{2}{3}$ — не подходит

$\frac{4}{3}>\frac{2}{3}$ — подходит

$$\begin{cases} a=1 \\ b=\frac{4}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x-1=1 \\ y-\frac{2}{3}=\frac{4}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

при $a=3b$: $\begin{cases} (3b)^2+b^2=\frac{25}{9} \\ 3b\geq 2a,\ a=3b \end{cases}$ $\begin{cases} 10b^2=\frac{25}{9} \\ 3b\geq 2a,\ a=3b \end{cases}$ $\begin{cases} b^2=\frac{5}{18} \\ 3b\geq 2a,\ a=3b \end{cases}$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=3(-\frac{\sqrt{10}}{6})=-\frac{\sqrt{10}}{2} \\ b=-\frac{\sqrt{10}}{6} \end{cases} \\ \begin{cases} a=3\cdot\frac{\sqrt{10}}{6}=\frac{\sqrt{10}}{2} \\ b=\frac{\sqrt{10}}{6} \end{cases} \end{array}\right. \\ b\geq\frac{2}{3}a \end{cases}$$

$-\frac{\sqrt{10}}{6}>-\frac{\sqrt{10}}{3}$ — подходит

$\frac{\sqrt{10}}{6}<\frac{\sqrt{10}}{3}$ — не подходит

$$\begin{cases} a=-\frac{\sqrt{10}}{2} \\ b=-\frac{\sqrt{10}}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} x-1=-\frac{\sqrt{10}}{2} \\ y-\frac{2}{3}=-\frac{\sqrt{10}}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} x=1-\frac{\sqrt{10}}{2} \\ y=\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{10}}{6} \end{cases}$$

Ответ: $\left(1-\frac{\sqrt{10}}{2};\ \frac{2}{3}-\frac{\sqrt{10}}{6}\right);\ (2;2)$.

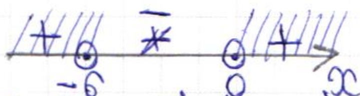
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\overset{\sim 3}{\log_4 5}}-x^2$$

Найдём усл., при кот. л. и ч. нер-ва имеют смысл:

$$\begin{cases} x^2+6x>0 \\ |x^2+6x|>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+6)>0 \\ |x(x+6)|>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x(x+6)>0 \\ x\neq -6,\ x\neq 0 \end{cases}$$



$x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$

$$\begin{cases} 3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2 \\ x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \end{cases} \quad \begin{cases} 3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}-x^2 \\ x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2+6x)^{\log_4 3}-(x^2+6x)^{\log_4 5}+(x^2+6x)^{\log_4 4}\geq 0 \\ x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^{\log_4(x^2+6x)}-5^{\log_4(x^2+6x)}+4^{\log_4(x^2+6x)}\geq 0 \ \Big|\ \div\ 5^{\log_4(x^2+6x)}>0 \\ x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4(x^2+6x)}+\left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4(x^2+6x)}-1\geq 0 \\ x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \end{cases}$$

Пусть $t=\log_4(x^2+6x)$

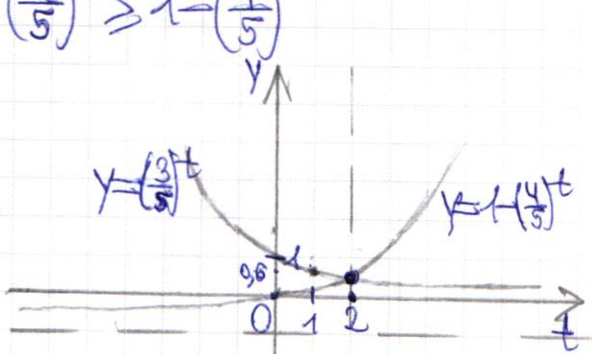
$$\left(\frac{3}{5}\right)^t+\left(\frac{4}{5}\right)^t-1\geq 0$$

Ф-ция $y(t)=\left(\frac{3}{5}\right)^t \downarrow$ на $D(y)=(-\infty;+\infty)$

Ф-ция $y(t)=1-\left(\frac{4}{5}\right)^t \uparrow$ на $D(y)=(-\infty;+\infty)$ $\Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^t \geq 1-\left(\frac{4}{5}\right)^t$

$\Rightarrow$ ур-ие $\left(\frac{3}{5}\right)^t=1-\left(\frac{4}{5}\right)^t$ имеет единственное решение: $t=2$ при $t\in(-\infty;+\infty)$.

Значит, ~~реш~~ нер-во $\left(\frac{3}{5}\right)^t \geq 1-\left(\frac{4}{5}\right)^t$ выполняется при $t\leq 2$.

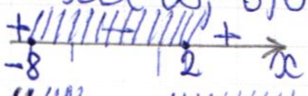


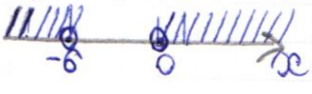
$$\begin{cases} \log_4(x^2+6x)\leq 2 \\ x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \end{cases} \quad \begin{cases} \log_4(x^2+6x)-\log_4 16\leq 0 \\ x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \end{cases}$$

исп. метод рационализации:

$$\begin{cases} (4-1)(x^2+6x-16)\leq 0 \\ x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+8)(x-2)\leq 0 \\ D=36+64=\cancel{80}\,100 \\ x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \end{cases}$$





$x\in[-8;-6)\cup(0;2]$

Ответ: $x\in[-8;-6)\cup(0;2]$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq \overset{\geq 0}{|x^2+6x|}^{\log_4 5}-x^2$

$(x^2+6x-1)(\log$

$(x^2+6x)^1((x^2+6x)^{\log_4 3-1}-(x^2+6x)^{\log_4 5-1})+(x^2+6x)\geq 0$

$(x^2+6x)((x^2+6x)^{\log_4 3-1}-(x^2+6x)^{\log_4 5-1}+1)\geq 0$

$t(t^{\log_4 3-1}-t^{\log_4 5-1}+1)\geq 0$

$3^{\log_4(x^2+6x)}-5^{\log_4(x^2+6x)}+4^{\log_4(x^2+6x)}\geq 0$

$\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4}$

$\left(\frac{3}{5}\right)^t+\left(\frac{4}{5}\right)^t-1\geq 0$

$\left(\frac{3}{5}\right)^t\geq 1-\left(\frac{4}{5}\right)^t$

$-\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{10}}{6}$

$\begin{cases}3b-2a=\sqrt{3ab}\\ a^2+b^2=\frac{25}{9}\end{cases}$

$\begin{cases}9b^2-12ab+4a^2-3ab=0\\ a^2+b^2=\frac{25}{9}\end{cases}$

$D=36+64=80$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{-6-4\sqrt{5}}{2}=-3-2\sqrt{5}\\ x=\end{array}\right.$

$\frac{\cancel{10}^{5}\cdot 5}{\cancel{18}_{9}}=\frac{25}{9}$

$\begin{cases}4a^2-15ab+9b^2=0\\ a^2+b^2=\frac{25}{9}\end{cases}$

$(4a-3b)(a-3b)$

$\{(4a-b)(a-9b)$

$3(x^2+2x+1)+3(y^2-\frac{4}{3}y+\frac{4}{9})=3-\frac{4}{3}=4$

$3(x-1)^2+3(y-\frac{2}{3})^2=7+\frac{4}{3}=\frac{25}{3}$

$7+1\frac{1}{3}=8\frac{1}{3}=\frac{25}{3}$

$(x-1)^2+(y-\frac{2}{3})^2=\frac{25}{9}$

$225-\overset{144}{169}=81$

$\begin{cases}(x-1)^2+(y-\frac{2}{3})^2=\left(\frac{5}{3}\right)^2\\ 3y-2x=\sqrt{(x-1)(3y-2)}\end{cases}$

$\frac{15\cdot \overset{3}{9}}{2\cdot 4}=\frac{1}{2}\frac{3}{4}$

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$

$3(y-\frac{2}{3})-2(x-1)=3y\cancel{-2}-2x\cancel{+2}=$

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}$

$2\sin\frac{4\alpha+4\beta}{2}\cos\frac{2\alpha+4\beta-2\alpha}{2}=-\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta+\cos 2\alpha\sin 2\beta=-\frac{1}{\sqrt{17}}$ $2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}+\cos 2\alpha\sin 2\beta=-\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{4}{17}$

$\left[\begin{array}{l}\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}+\cos 2\alpha\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)=-\frac{1}{\sqrt{17}}\\ \sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}+\cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}=-\frac{1}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta=-\frac{4}{17}$ $\cos 2\beta=\frac{4\sqrt{17}}{17}=\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta=\pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

$a^{\log_4\frac{4}{3}}-a^{\log_4\frac{5}{3}}+1$

$a^{\log_4\frac{4}{3}}(1-a^{\log_4})$

$1-a^{\log_4}+a^{\log_4 3}$

$\left[\begin{array}{l}\frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\alpha-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}\\ \frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\alpha+\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$

$a^{\log_4 3}-a^{\log_4 5}+a^{\log_4 4}$ $a^t-a^v=$

$a^{\log_4 3}(1-a^{\log_4 5-\log_4 3}+a^{\log_4 4-\log_4 3})$ $a^v(a^{t-v}-1)$

$4\sin 2\alpha-\cos 2\alpha=-1$

$\left[\begin{array}{l}4\frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha}-\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}+1=0\\ 4\frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha}+\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}+1=0\end{array}\right.$

$\frac{8tg\alpha-1+tg^2\alpha+1+tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}=0$

$\frac{8tg\alpha+\cancel{1}-\cancel{tg^2\alpha}+1+\cancel{tg^2\alpha}}{1+tg^2\alpha}=0$

$2tg^2\alpha+8tg\alpha=0$ $8tg\alpha+2=0$

$(tg\alpha+4)tg\alpha=0$ $tg\alpha=-\frac{1}{4}$

$tg\alpha=-4$ $tg\alpha=0$

$3(x-1)^2+\left(\frac{x^2+4x-2}{3(1-x)}+1\right)\left(\frac{x^2-4x-2}{1-x}-7\right)=0$

$3(x-1)^2+\frac{x^2+4x-2+3-3x}{3(1-x)}\cdot\frac{x^2-4x-2-7+7x}{1-x}=0$

$3(x-1)^2+\frac{(x^2-7x+1)(x^2+3x-9)}{3(x-1)^2}=0$

$9(x-1)^4+(x$

$3xy-2x-3y+2$

$\left[\begin{array}{l}3y-2x=\sqrt{(x-1)(3y-2)}\\ 3x^2+3y^2+(x-1)(3y-2)-3xy+2x+3y-2\end{array}\right.$

$-6x-4y=4$

t^2+4t

$3y(x-1)-2(x-1)$

$3x^2-6x+3y^2-4y-4=0$ $(9y^2-12xy+4x^2)-6y^2-x^2+12xy-6x-4y=4$

$3(x-1)^2+3y^2-4y-7=0$ $(3y-2x)^2+4(3xy-2x-3y+2)-6y^2-x^2+$

$+2x+8y-8=4$

$3(x^2-2x+1)+3y^2-1$ $(3y-2x)^2+4(3xy-2x-3y+2)-2(3y^2-4y)-$

$3(x-1)^2+(y+1)(3y-7)=0$ $-x^2+2x-12=0$

$9y^2-12xy+4x^2=3xy$ $-\left(2(3y^2-4y)+x^2-2x+12\right)$

$9y^2-15xy+2x+3y+$ $-(6y^2-8y+x^2-2x+12)$

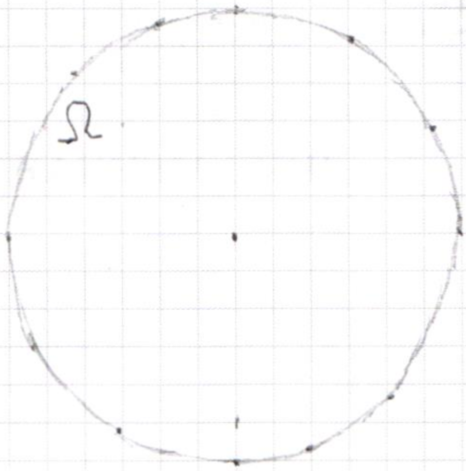
$(3y-5x+1)(3y$ $2(3y^2-4y+2)$ $(3y-3x-1)(2y+2x-2)$

$9x^2-(3y-2)(y-1)$ $6y^2-6xy-6y$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)