

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 13x + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = 92, \\ y + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = -124. \end{cases}$$

2. [4 балла] Решите неравенство

$$\sqrt{\log_{3x^2} x^9} \leq \log_{9x^3} \frac{1}{x^3}.$$

3. [5 баллов] Найдите количество семизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12828.

4. [5 баллов] Даны равнобокая трапеция $ABCD$ (AD и BC – основания, $AD > BC$) и окружность ω с центром C , касающаяся стороны AD . Касательные к ω , проведённые из точки B , пересекают прямую AD в точках P и Q (точка P лежит между Q и D). На продолжении стороны CB за точку B выбрана точка N так, что $\angle CPN$ – прямой. Найдите углы ADC , NQC и площадь четырёхугольника $NCDQ$, если известно, что $\angle NCP = \arctg \frac{15}{8}$, $AP = 17$, $NC = 34$.

5. [5 баллов] Дана система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{3} \cos(x - y) = 7 \cos\left(\frac{2\pi}{3} + y\right), \\ \cos(2x - y) + \sqrt{3} \sin(2x - y) = 12 \sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right). \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y$, если известно, что оно определено и что этих значений не меньше двух.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x + 26}{2x + 3} \leq ax + b \leq 1 + \sqrt{-\frac{33}{4} - 13x - x^2}$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{19}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

7. [6 баллов] Дан параллелепипед $KLMNK_1L_1M_1N_1$, грани KLL_1K_1 и $K_1L_1M_1N_1$ которого являются прямоугольниками. Сфера S касается прямых MM_1 и M_1N_1 , плоскости $K_1L_1M_1$, а также плоскости KLL_1 в точке K . Эта сфера повторно пересекает отрезок KM_1 в точке A . Найдите $\angle KK_1N_1$ и объём параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$, если известно, что $AK = 3$, $AM_1 = 1$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 73x + \sqrt[3]{269x^2 - y^2} = 32 & (1) \\ y + \sqrt[3]{269x^2 - y^2} = -124 & (2) \end{cases}$$

Вычтем из (1) (2):

$$73x - y = 276.$$

Сложим (1) и (2):

$$73x + y + 2\sqrt[3]{(73x+y)(73x+y)} = -32$$

$$73x + y + 12\sqrt[3]{73x+y} = -32$$

Пусть ~~$73x+y = t$~~ $t = \sqrt[3]{73x+y}$, тогда $73x+y = t^3$

$$t^3 + 12t + 32 = 0.$$

Заметим, что $t^3 + 12t + 32 = (t+2)(t^2 - 2t + 16)$

Ур-е $t^2 - 2t + 16$ не имеет корней ($D = 2^2 - 4 \cdot 16 = -44 < 0$). \Rightarrow

$$\Rightarrow t = -2. \text{ и } 73x + y = -8$$

$$\begin{cases} 73x - y = 276 \\ 73x + y = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = -112 \end{cases}$$

Подставив можно убедиться, что это решение.

Ответ: $x = 8$
 $y = -112$.

Заметьте решение больше нет.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3 (прод.)

$$4.1) 300c + 300b + 3e = 2284 \rightarrow 100c + 100b + e = 276 \Rightarrow \underline{c=2, b=3, e=6}$$

$$4.2) 300c + 30b + 3e = 1828 \rightarrow 2828/3$$

$$4.3) 300c + 30b + 3e = 2828 \rightarrow 2828/3$$

$$4.4) 300c + 30b + 3e = 3828 \rightarrow 3828 > 2997$$

$$10000a + 2000b = \underline{72000}$$

$$5a + b = 6$$

$$5a \leq 6 \Rightarrow a \leq 1$$

$$4.5) a=0 \rightarrow b=6 : \boxed{??06276}$$

$$4.6) a=1 \rightarrow b=1 : \boxed{?1?1276}$$

5) $10^4, 10^5, 10^6$. \rightarrow число имеет вид $abcd ef$

$$10000a + 20000b + 3000c + 300d + 30e + 3f = 12828$$

$$\Downarrow$$

$$a=0, b=0. 1000c + 100d + 10e + f = 4276 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c=4, d=2, e=7, f=6$$

$$\boxed{?004276}$$

Всего есть 3 вида:

1) $?004276$ - 9 вариантов (первая цифра ≥ 1)

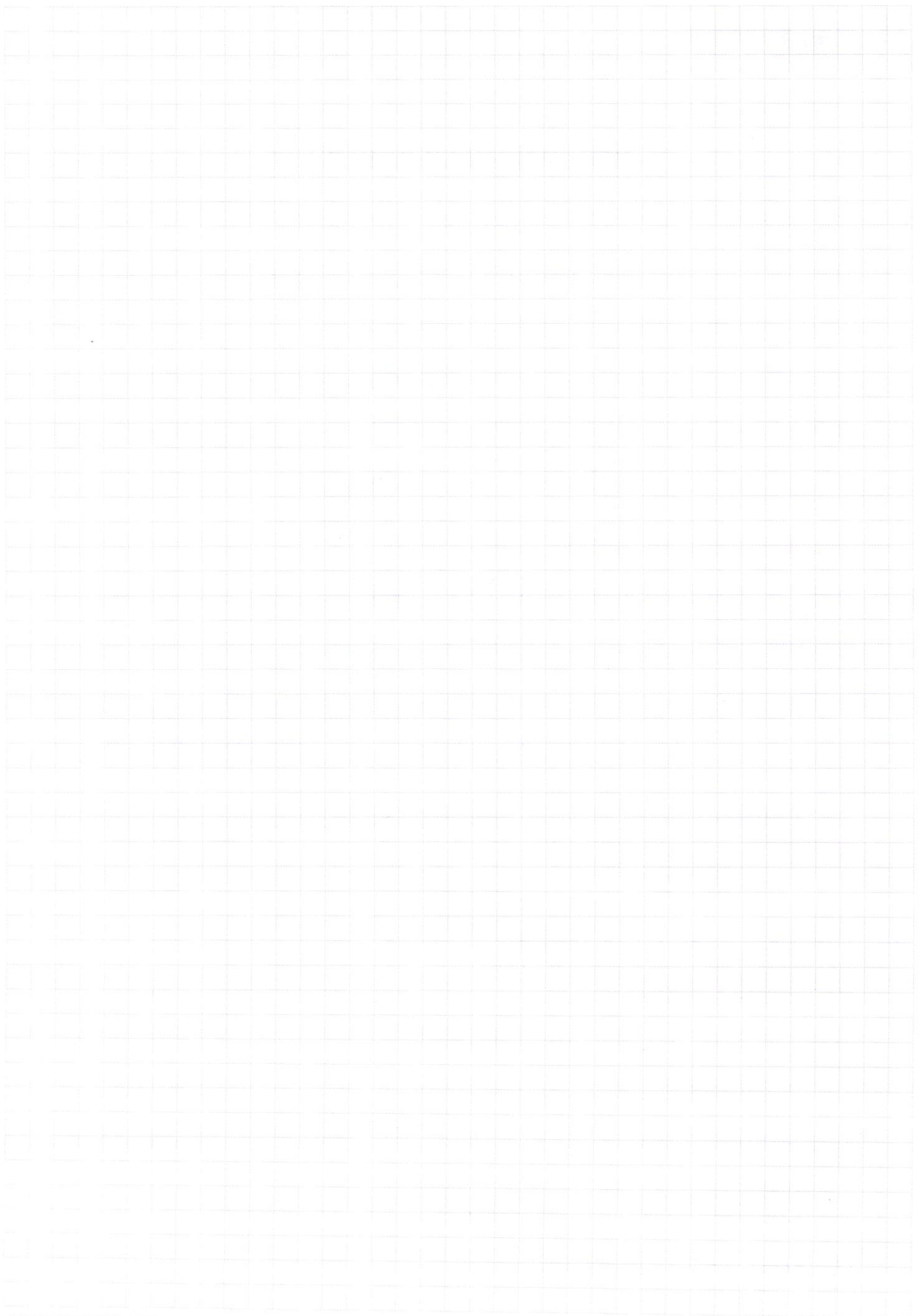
2) $??06276$ - 90 вариантов

3) $??11276$ - 90 вариантов.

Помните, что они не пересекаются (4-я цифра \neq 9 цифра \neq 1).

Всего $9 + 90 + 9 = 108$ вариантов.

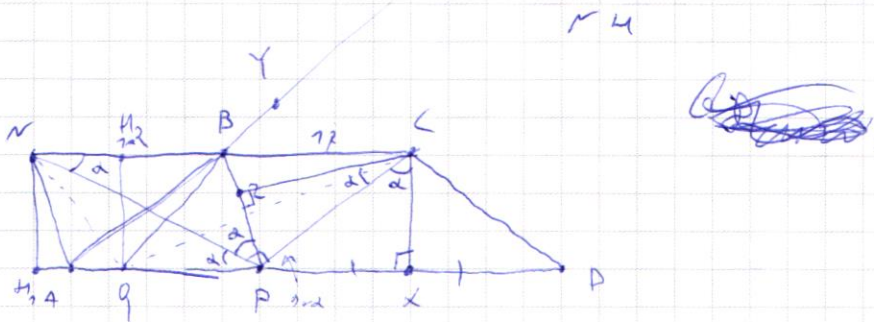
Ответ: 108 вариантов.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Пусть $\angle PNC = \alpha$; $\tan \alpha = \frac{8}{15} \cdot \left(\frac{1}{\tan \angle C} \right) \Rightarrow \frac{PC}{NP} = \frac{8}{15} \quad (8^2 + 15^2 = 17^2)$

$$NP^2 + PC^2 = NP^2 \left(\frac{289}{225} \right) = \left(NP \cdot \frac{17}{15} \right)^2 = 36^2 \quad \sin \alpha = \frac{8}{17}$$

$$\cos \alpha = \frac{15}{17}$$

NP = 30

$$PB = \frac{120}{15} = 8 \Rightarrow \frac{8}{15} NP = 16$$

Пусть X - перпендикуляр (к т. кас. к AD) к AD , Z - т. кас. к BP , Y - т. кас. к BQ , H_1 - перпендикуляр на AD из N , H_2 - перт. на BC из Q .

$\angle PCX = 90^\circ - \angle BCP = \alpha$; $\angle XCP = \angle PCZ$ (PC - бисс. т. к. к XP + $\angle PXC = 180^\circ$, $PZ = PX$ как кас.) $\Rightarrow \angle BPC = 180 - 2\alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BPC = 2\alpha \Rightarrow \angle BNP + \angle BPN = 2\alpha \Rightarrow \angle BPN = \alpha$.

Вспомогат. $NB = BP \Rightarrow PB$ - медиана из прямого угла $\Rightarrow NB = AC = 17$.

$\angle BCP = \angle BPC = 90 - \alpha \Rightarrow BP = BC = 17$.

$$\frac{PX}{CX} = \tan \alpha = \frac{8}{15}; \quad PC^2 + CX^2 = PC^2 \Rightarrow CX^2 + \left(\frac{8}{15} CX \right)^2 = 16^2, \quad \left(\frac{289}{225} CX \right)^2 = 16^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CX = \frac{16 \cdot 15}{17} = \frac{240}{17}, \quad PX = \frac{8}{15} CX = \frac{128}{17}$$

$2DX = AD - BC = AP + PX + XD - BC$

$DX = AP + PX - BC = 17 + \frac{128}{17} - 17 = \frac{128}{17} = PX \Rightarrow \angle ADC = \angle PCN =$

$= \arcsin \frac{8}{17}$.

~ 7 (упрощ.).

Пусть $\angle C$ - тупой, $d = aC$

$$Qx^2 = (d-r)(d+r) = d^2 - r^2$$

$$d^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \angle C$$

$$BP^2 = BC^2 + CP^2 - 2 \cdot BC \cdot CP \cdot \cos \angle BCP = 12^2 + 16^2 - 2 \cdot 12 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2} = 17^2$$

$$BP = 17$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{161}{289}$$

$$BY = BZ = \sqrt{BC^2 - CZ^2} = \frac{161}{12}$$

$$QY = QX$$

$$QB + \frac{161}{12} = QP + \frac{17}{12}$$

$$QP - QB = \frac{33}{12}$$

1) Пусть $QB = a$, $QP = x$ (таково в этом случае).

$$x - a = \frac{33}{12}$$

$$a^2 = x^2 + 12^2 - 2 \cdot a \cdot 12 \cdot \frac{161}{289} \quad (\triangle B P Q)$$

$$a^2 - 12^2 + \frac{322}{17} a - \left(\frac{33}{12} + a\right)^2 = 0$$

$$a^2 - 12^2 + \frac{322}{17} a - \left(\frac{33}{12} + a\right)^2 = 0$$

$$27^2 \cdot 289 a^2 - 289^2 + 322 \cdot 17 a - 33^2 - 2 \cdot 33 \cdot 17 \cdot a - 289 a^2 = 0$$

$$388 \cdot 17 a = 289^2 + 33^2$$

$$a = \frac{84670}{388 \cdot 17}$$

$$QP = a + \frac{33}{12} = \frac{52474}{388 \cdot 17}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

и

$$1) \overbrace{000000}^{\text{abcde}}$$

... 0abcde \rightarrow ~~$10000a + 2000b + 2000c + 2000d$~~

~~$10000a + 2000b + 2000c + 2000d + 2e = 72828$~~

~~$a = 7$
 $e = 4$
 $d =$~~

~~2011424~~

~~$e = 9 \rightarrow X \quad 98 + 200 \cdot 10 \cdot 100 = 28$~~

9 вариантов

2) ~~000000
 000000
 $??abcde$~~

... 0abcde

\downarrow
 ~~$20000a$~~

~~$20000a + 3000b + 3000c + 300d + 3e$
 $= 72828$~~

~~$a = 0$~~

~~$3000b + 3000c + 300d + 3e$~~

~~$b = 4$~~

~~$\leq 3 \cdot 999 = 2997$~~

~~$c = 2$~~

~~$3000c + 300d + 3e = 828$~~

~~≤ 297~~

~~$e \neq 7 \quad 300d + 3e = 228$~~

~~$c \neq 3$~~

~~≤ 27~~

~~$b \neq 18$~~

~~$e = 6$~~

~~$d = 7$~~

~~$300d = 228 - 3e \geq 207$
 $d \geq 7$~~

~~$228 - 227$~~

$$2) \quad \overline{000000}$$

??abcde

$$\overline{abcde} + \overline{bcde} + \overline{cde}$$

$$10000a + 2000b + 300c + 30d + 3e = 12828$$

1) a=1

$$2000b + 300c + 30d + 3e = 2828$$

$$\begin{array}{r} 2828 \\ 333 \\ \hline 2537 \end{array}$$

$300c \geq 2537 \Rightarrow c \geq 9$

1) $b=0 \rightarrow 300c + 30d + 3e = 2828$ X *Цифры 2+8+2+8*

$$300c \geq 2537 \Rightarrow c \geq 9 \Rightarrow \boxed{c=9}$$

$$30d + 3e = 128$$

$$\begin{array}{r} 828 \overline{) 3} \\ 33 \overline{) 226} \\ 27 \overline{) 18} \end{array}$$

2) $b=1 \rightarrow 300c + 30d + 3e = 828$

$$100c + 10d + e = 276$$

$$c=2, d=7, e=6$$

$\boxed{11276}$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 11276 \\ + 1276 \\ \hline 276 \\ \hline 72028 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11828 \\ - 9837 \\ \hline 9837 \end{array}$$

2) a=0

$$2000b + 300c + 30d + 3e = 12828$$

$$2000b \geq 9837 \Rightarrow b \geq 5 \text{ и } b \leq 2$$

1) $b=5 \rightarrow 300c + 30d + 3e = 2828$

$\boxed{106276}$

$$\begin{array}{r} 6276 \\ 106276 \\ + 106276 \\ \hline 276 \\ \hline 212552 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $000\overline{0000}$

$???abcd$

$\overline{abcd} + \overline{abcd} + \overline{bcd} \cdot 272828$

$200a + 300b + 30c + 3d = 72828$

$???\overline{6276}$

$$\begin{array}{r} 72828 \\ - 276 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72828 \\ - 276 \\ \hline 72552 \end{array}$$

72828
 276

$?004276 \rightarrow 9$

$??11276 \rightarrow 90$

$??06276$

$??6276 \rightarrow 900$

$??abcd$

$1000a + 200b + 30c + 3d = 72828$

$30c + 3d \pmod{100} = 28$

$30c + 3d \pmod{100} = 28$

$20x$
 $728x$

$228 + \rightarrow 30c + d = 26$

72600

63

$63 - 9 = 54$

$63 - 9 = 2$

$300c + 30d + 3e = 2828$

$300c + 30d + 3e = 2820$

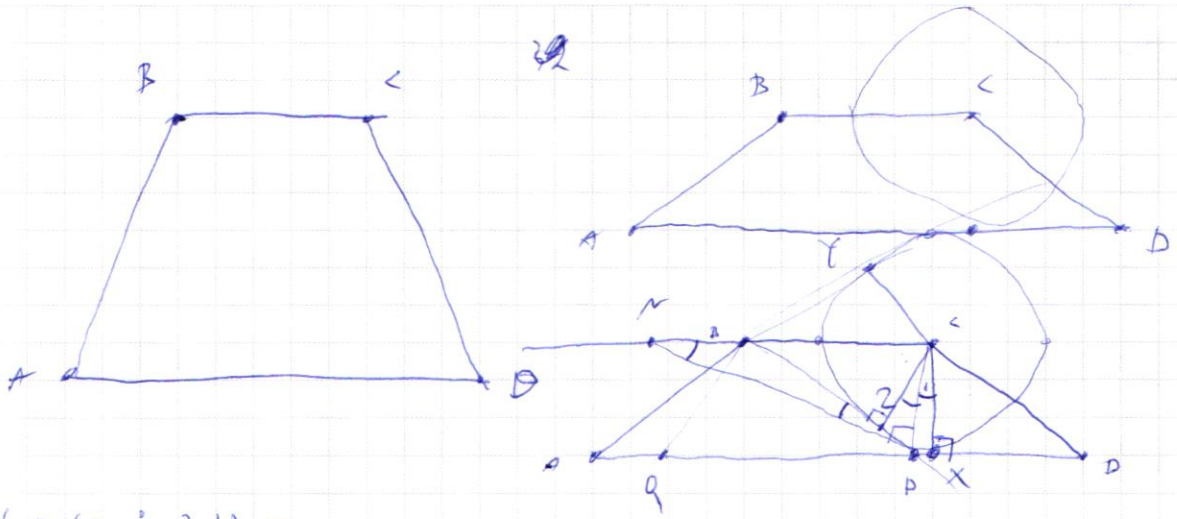
2823
 305

$a \geq 11$

$a \leq 12$

$$\begin{array}{r} 72828 \overline{) 3} \\ - 72 \\ \hline 08 \\ - 08 \\ \hline 2 \\ - 2 \\ \hline 22 \\ - 21 \\ \hline 11 \end{array}$$

$a - 3289 \cdot \frac{1}{283} = \frac{1}{283}$



$\tan(\alpha - 2\beta) =$

$$= \frac{\sin(\alpha - 2\beta)}{\cos(\alpha - 2\beta)} = \frac{\cos 2\beta}{\sin 2\beta} = \cot 2\beta$$



В (наименее)
 минимум...
 (знаменатель)
 $\times P = ?$

$\angle KCP = \arctan \frac{15}{8}$ $AP = 17$ $NC = 34$.

$CP = 16$
 $MP = 30$

$CP = a$ $MP = b$ $a^2 + b^2 = 34^2$ $\frac{b}{a} = \frac{15}{8}$

$\frac{1 + b^2}{1 - b^2}$?

$b = \frac{15}{8}a$ $\frac{25}{8} \cdot 16 = 30$

$a^2 + (\frac{15}{8}a)^2 = 34^2$

$64 + 225 \frac{a^2}{64} = 34^2$

$\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$

$\cos^2 \alpha = \frac{1 + b^2}{4a^2}$
 $\frac{17^2}{8^2} = 34^2$
 $\frac{17}{8} \cdot 4 = 34$
 $4 = 16$

$\alpha + \beta = 90^\circ$

$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

$\tan \alpha = \frac{15}{8}$

$\tan \beta = ?$

$B'Y = BZ$
 $Q_1Y = Q_2X = Q_1P + P_1X = Q_1P + P_2Z$
 $P_2Z = P_1X$

$Q_1Y = B'Y + Q_1B = B_2Z + Q_1B = Q_1P + P_2Z$

$\frac{25 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} =$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

$$\frac{m^2 + q^2 - r^2}{2mq} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3} (1 - \frac{1}{\sqrt{3}})} = \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$$

$$r^2 = m^2 + q^2 - 2mq \cos \alpha$$

$$\frac{r}{289} + 289 = \frac{2 \cdot 289}{\sqrt{3} (1 - \frac{1}{\sqrt{3}})} = \frac{2}{\sqrt{3} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{B^2}{C^2} = \frac{2}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2}{1 + 3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{C^2}{B^2} = 1 + \tan^2 \alpha = \frac{2 + \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2 + 3}{1 + 3} = \frac{5}{4}$$

$$2 \cdot m \cdot q \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{76}{225} = \frac{240}{225}$$

$$\tan \alpha = \frac{8}{15}$$

$$\frac{C^2}{B^2} = \frac{240}{167}$$

$$B^2 = \frac{167}{240} C^2$$

$$BC^2 = C^2 + B^2 = \left(\frac{240^2 + 167^2}{240^2} \right) \left(\frac{240^2}{122} \right) = \frac{240^2 + 167^2}{122}$$

$$Dx = a$$

$$Cx = b$$

$$4^2 + 6^2 = 256$$

$$\frac{Cx}{Dx} = \frac{15}{8} \quad \frac{a}{a} = \frac{15}{8} \quad b = \frac{15}{8}a$$

$$a^2 + \left(\frac{15}{8}a\right)^2 = 256$$

$$\frac{17}{8}a = 76 \quad a = \frac{16 \cdot 8}{17}$$

$$Cx = \frac{15}{8}a = \frac{15 \cdot 8}{17} \cdot \frac{16}{8} = \frac{15 \cdot 15}{17} = \frac{225}{17}$$

$$Cx = \frac{240}{17}$$

$$Dx = \frac{128}{17}$$

$$BC = \sqrt{\frac{4973}{17}}$$

$$\begin{array}{r} 240 \\ \times 240 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 27 \\ \hline 36 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 57600 \\ + 25927 \\ \hline 83527 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 37 \\ 57 \\ 68 \\ 85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83527 \quad | \quad 17 \\ - 68 \\ \hline 755 \\ - 753 \\ \hline 22 \\ - 17 \\ \hline 57 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4973 \quad | \quad 17 \\ - 6 \cdot 12 \\ \hline \end{array}$$

$$Dx = Ax - BC$$

$$2^3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$\frac{Cx}{Dx} = \frac{15}{8}$$

$$Cx = \frac{15}{8} Dx$$

$$Ax + Dx - Dx$$

$$77 + \frac{728}{17} - \sqrt{\frac{4973}{17}}$$

$$\frac{2^7}{2^7 \cdot 7^5}$$

$$(x^2 + Dx^2) = (x^2 \left(1 + \left(\frac{15}{8}\right)^2\right))$$

$$= (x^2 \left(\frac{17}{8}\right)^2) = 76^2$$

$$\frac{17}{8} (x = 16)$$

$$17x = \frac{16 \cdot 8}{17}$$

$$240$$

$$2^{19} + 2^8 \cdot 225 =$$

$$\frac{75}{8} Dx = \frac{15 \cdot 76}{8}$$

$$= \frac{2^8 (2^6 + 225)}{17^2} = 2^8 = 16^2 +$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$CP = 16$
 $MP = 30$
 $MB = BC = 17$
 $AC = 20$
 $AX = \frac{728}{17}$
 $CH = \frac{240}{17}$
 $DX = 2A$
 $DX = AP + PX - BC = DX = \frac{128}{17}$

$QC = 17$
 $QX = \frac{267}{17}$
 $QP = \frac{33}{17}$

$28y^2 - 240^2 = d = \frac{8}{15}$
 $\frac{q}{8} = \frac{8}{15}$
 $15d = 80$
 $23 \cdot 7 =$
 $225d^2 - 640^2 = 0$
 $284d^2 = 64$
 $AD \cdot C = \frac{CL}{DX} = \frac{240}{17} \cdot \frac{128}{17}$
 $\frac{240}{17} = \frac{15}{8}$

$23x = 7$
 767

$\angle ADC = \angle NCP = \arccos \frac{15}{8}$

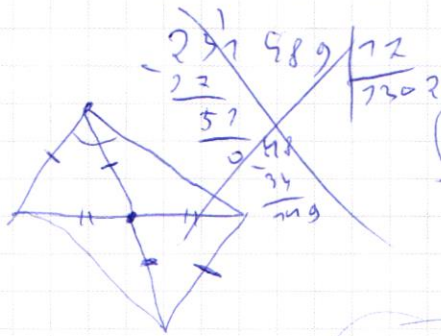
$QX = QY$
 $Z = 23$

$(12 - r)(12 + r) = q^2$
 284
 $12^2 - r^2 =$
 $= 280 - \frac{240^2}{215} = \frac{2 \cdot 23}{17}$

$8 \sin x = 15 \cos x$
 $64 \sin^2 x - 225 \cos^2 x = 0$
 $284 \sin^2 x = 225$
 $\sin x = \sqrt{\frac{225}{284}} = \frac{15}{17}$

$QC = 17$
 $15 \cos^2 x = -\sin^2 x =$

$QC^2 = 12^2 + 16^2 - 2 \cdot 12 \cdot 16 \cdot \frac{6}{17} = 280 + 256 - 256 = 280 = 17^2$
 $(d - h)(d + h) = q^2$

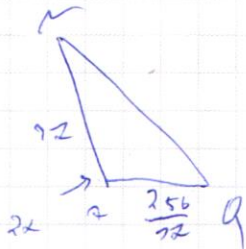


$$\frac{231489}{289} = S$$

$$\sqrt{\frac{231489}{77}} = NQ$$

$$300 - 11 \cdot 2$$

$$600 - 22$$



$$\frac{-2 \pm \sqrt{23}}{12}$$

$$\frac{225}{767}$$

$$\frac{2607}{2530}$$

$$\cos x = \frac{2}{\frac{256}{72}}$$

$$\sin x = \frac{12}{\frac{256}{72}}$$

$$\cos^2 x + 2 \cos x \sin x - \sin^2 x =$$

$$= \frac{64 - 225 + 167}{289} = \frac{67}{289}$$

$$\frac{2607}{2530} + \frac{150}{2530} = \frac{2757}{2530}$$

$$\frac{2757}{2530} + \frac{289}{2530} = \frac{3046}{2530}$$

cos 2x + 2

$$NQ^2 = 12^2 + \left(\frac{256}{72}\right)^2 + 2 \cdot 12 \cdot \frac{256}{72} \cdot \frac{167}{289} = \frac{572 \cdot 167}{289} + \frac{256^2}{253} + \frac{289^2}{253}$$

$$= \frac{572 \cdot 167 + 256^2 + 289^2}{289}$$

$$\begin{array}{r} 572 \\ \times 167 \\ \hline 3472 \\ 8720 \\ \hline 95524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2432 \\ + 83527 \\ + 65536 \\ \hline 237489 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2607 \\ + 289 \\ \hline 2896 \end{array}$$

$$64 + 2$$

$$256^2 = 2^{16}$$

$$\begin{array}{r} 230400 \\ 231489 \\ - 230400 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ 384 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ + 480 \\ \hline 960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 483 \\ + 483 \\ \hline 966 \end{array}$$

$$6432(100+a)^2 = 251484$$

$$\begin{array}{r} 450 \\ \times 450 \\ \hline 202500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$250000$$

$$480^2 + 2 \cdot 480 \cdot 9 + 9^2 =$$

$$230400 + 8640 + 81 = 239881$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$73x - y = 216$ $73x + y = 8$ ~~$26x = 274$~~ x
 ~~$73x = 112$~~ $20142 = 12$
 $73x + \sqrt[3]{(73x-y)(73x+y)} = 0,2$
 $73x + 6\sqrt[3]{(73x+y)} = 0,2$
 $8 - 216 = y + 6\sqrt[3]{(73x+y)} = -112$
 $= 29$
 $73x + y + 12\sqrt[3]{73x+y} = -32$
 $y = -104$ $73x + y = t$ $-8 - 116$
 $t + 12\sqrt[3]{t} = -32$
 $t + 12\sqrt[3]{t} = -32 - t = -(32 + t)$
 $26x = 260$ $x = \frac{104}{73}$
 $y = -112$
 $12\sqrt[3]{t} = -32 - t$
 $12^3 t = -(32^3 + 3 \cdot 32^2 t + 3 \cdot 32 t^2 + t^3)$
 $1728 t = -32768 - 3072 t - 3648 t^2 - t^3$
 $t^3 + 3648 t^2 + 3072 t + 32768 = 0$
 $z = \sqrt[3]{t}$ $t = 8$
 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 $x = 8$ $73x = 104$ $y = -112$
 $12^3 t = -32^3 - 3 \cdot 32^2 t - 3 \cdot 32 t^2 - t^3$
 $1728 t = -32768 - 3072 t - 3648 t^2 - t^3$
 $t^3 + 3648 t^2 + 3072 t + 32768 = 0$
 $z = 2$ $t = 8$
 $2^3 + 12 \cdot 2 + 32 = 0$
 $8 + 24 = 32$
 $2 = 2 +$ -2
 $172 + 12$ $2^3 + 12 \cdot 2 + 32$ $2^3 - 2 \cdot 2 + 16$
 $-2^3 - 22^3$ $22^2 + 122$
 $22^3 - 12$ $22^2 - 12$
 $762 + 32$ $D = 2^2$

$$\sqrt{\log_{32} x^9} \leq \log_{9 \times 3} \frac{1}{x^3}$$

$$D \cap Z: \begin{cases} 3x^2 > 0 \rightarrow x \neq 0 \\ 3x^2 \neq 1 \rightarrow x \neq \sqrt{\frac{1}{3}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x^3 > 0 \rightarrow x \neq 0, x > 0 \\ 9x^3 \neq 1 \rightarrow x \neq \sqrt[3]{\frac{1}{9}} \end{cases}$$

$$\log_{32} x^9 \geq 0$$

$$\sqrt{\log_{32} x^9} \leq -3 \log_{9 \times 3} x$$

⇓

$$\log_{9 \times 3} x \leq 0$$

$$\sqrt[3]{\log_9}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \sqrt{\frac{1}{3}} \\ x \neq \sqrt[3]{\frac{1}{9}} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \log_9 \\ + \log_9 \\ + \log_9 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\frac{a}{x} = b \quad x^y = a \quad y = \log_x a$$

$$a \quad y^x = a$$

$$\log_{x^2} x = \frac{\ln 3x^2}{\ln x} = \frac{\ln 3 + 2 \ln x}{\ln x}$$

$$\log_{9 \times 3} x = \frac{\ln 9x^3}{\ln x} = \frac{\ln 9 + 3 \ln x}{\ln x}$$

$$\sqrt{\log_{32} x^9} \leq -\log_{9 \times 3} x$$

$$\sqrt{2 \frac{\ln 3}{\ln x} + 2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \ln 3}{\ln x} + 2}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \ln 3 + 2 \ln x}{\ln x}}$$

$$1 \dots 0000$$

$$\sqrt{\frac{2 \ln 3}{\ln x} + 2}$$

$$00000000$$

$$\leq 9997999 \leq 12828 \rightarrow 10^0, 10^1, 10^2$$

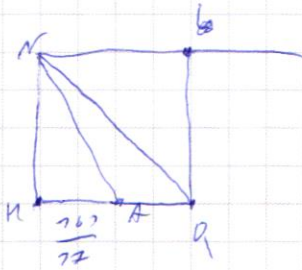
$$00000000$$

$$\leq 999999999999 \leq 12828 \rightarrow 10^1, 10^2, 10^3$$

$$\geq 10^8$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

25 225-64



$$\left(\frac{240}{72}\right)^2 +$$

767

$$Aq = 17 - 33$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ + 167 \\ \hline 423 \end{array}$$

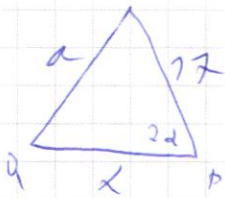
289

$$\frac{767}{72} + \frac{256}{72} = \frac{1023}{72}$$

$$17^2 - \left(\frac{240}{72}\right)^2$$

$$\frac{289^2 - 240^2}{72^2} = \frac{19 \cdot 529}{72^2} = \left(\frac{767}{72}\right)^2$$

1023d =



$$\left(\frac{240}{72}\right)^2 + \left(\frac{112}{72}\right)^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 57600 \\ + 12544 \\ \hline 70144 \\ \hline 230489 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 24 \\ \hline 48 \\ + 48 \\ \hline 96 \\ + 96 \\ \hline 192 \\ + 192 \\ \hline 384 \\ + 384 \\ \hline 768 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 772 \\ + 772 \\ \hline 1544 \\ + 1544 \\ \hline 3088 \\ + 3088 \\ \hline 6176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7658 \\ \hline 772889 \end{array}$$

$$BT = 72^2 - \frac{240^2}{289}$$

$$\frac{(289 - 240)(289 + 240)}{289}$$

$$QB = a$$

$$BT = \frac{167}{72}$$

$$QP = x$$

$$P + = \frac{128}{72}$$

111

$$BT = \frac{167}{72}$$

$$\begin{array}{r} 267 \\ + 3 \\ \hline 322 \end{array}$$

$$1) x + \frac{128}{72} = a + \frac{167}{72}$$

$$x - a = \frac{39}{72}$$

$$x = \frac{33}{72} + a$$

$$\begin{array}{r} 322 \\ + 66 \\ \hline \end{array}$$

$$2) a^2 = x^2 + 17^2 - 2 \cdot a \cdot 17 \cdot \frac{167}{289}$$

$$a^2 - 17^2 + \frac{33}{72}a - \left(\frac{33}{72} + a\right)^2 = 0$$

$$\begin{array}{r} 84527 \\ + 7084 \\ \hline 84670 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 33 \\ \hline 99 \\ 990 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 84670 \\ - 166 \\ \hline 737 \\ - 739 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ 702 \\ 719 \\ 736 \end{array}$$

754

111

$$\begin{array}{r} 358 \\ \times 3 \\ \hline 276 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 84670 \\ - 273 \\ \hline 209 \\ - 358 \\ \hline 5130 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 111 \\ 150 \\ \hline 111 \\ 150 \\ \hline 261 \end{array}$$

$$\frac{190 + 2}{2}$$

~~$$\begin{array}{r} 388 \\ \times 2 \\ \hline 776 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 388 \\ \times 2 \\ \hline 776 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 338 \\ \times 5 \\ \hline 1690 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \times 289 \\ \hline \end{array}$$

$$(300 - 11)^2$$

111

400

2000 - 60

7340

$$300^2$$

$$30000 - 600 \cdot 11 - 6600 + 121$$

~~$$\begin{array}{r} 84670 \\ - 276 \\ \hline 7587 \\ - 7590 \\ \hline 474 \end{array}$$~~

$$84670 +$$

$$\begin{array}{r} 84400 \\ + 137 \\ \hline 84537 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 388 \\ \times 33 \\ \hline 7164 \\ 7164 \\ \hline 72804 \end{array}$$

+3

$$\begin{array}{r} 84670 \\ + 72804 \\ \hline 42474 \end{array}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)