МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

№1.

1) По ОТТ и I равенству $\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\left[\begin{array}{l}\cos(2\alpha+2\beta)=\frac{4}{\sqrt{17}}\\ \cos(2\alpha+2\beta)=-\frac{4}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$ удвоенный угол $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l}\sin(4\alpha+4\beta)=2\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)=-\frac{8}{17}\\ \sin(4\alpha+4\beta)=2\cdot\left(-\frac{4}{\sqrt{17}}\right)\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)=\frac{8}{17}\end{array}\right.$; $\cos(4\alpha+4\beta)=2\cdot\frac{16}{17}-1=\frac{15}{17}$, $\Rightarrow$

$\left[\begin{array}{l}\sin(4\beta+4\alpha-2\alpha)=\sin(4\beta+4\alpha)\cos(2\alpha)-\cos(4\beta+4\alpha)\sin(2\alpha)\\ \sin(4\beta+4\alpha-2\alpha)=\sin(4\beta+4\alpha)\cos(2\alpha)-\cos(4\beta+4\alpha)\sin(2\alpha)\end{array}\right.$,

$\left[\begin{array}{l}\sin(4\beta+2\alpha)=-\frac{8}{17}\cos(2\alpha)-\frac{15}{17}\sin(2\alpha)\\ \sin(4\beta+2\alpha)=\frac{8}{17}\cos(2\alpha)-\frac{15}{17}\sin(2\alpha).\end{array}\right.$

2) Тогда по II равенству $\sin(4\beta+2\alpha)+\sin(2\alpha)=-\frac{8}{17}$:

$\left[\begin{array}{l}-\frac{8}{17}\cos(2\alpha)+\frac{2}{17}\sin(2\alpha)=-\frac{8}{17}\\ \frac{8}{17}\cos(2\alpha)+\frac{2}{17}\sin(2\alpha)=-\frac{8}{17}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}4\cos(2\alpha)-\sin(\alpha)=4\\ 4\cos(2\alpha)+\sin(\alpha)=-4\end{array}\right.$

Пусть $\cos(\varphi)=\frac{4}{\sqrt{17}}$, $\sin(\varphi)=\frac{1}{\sqrt{17}}$, тогда:

$\left[\begin{array}{l}\cos(\varphi)\cos(2\alpha)-\sin(2\alpha)\sin(\varphi)=\cos(\varphi)\\ \cos(\varphi)\cos(2\alpha)+\sin(2\alpha)\sin(\varphi)=-\cos(\varphi)\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\cos(\varphi+2\alpha)=\cos(\varphi)\\ \cos(\varphi-2\alpha)=\cos(\pi-\varphi)\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}\varphi+2\alpha=\varphi+2\pi n\\ \varphi+2\alpha=-\varphi+2\pi n\end{array}\right., n\in\mathbb{Z}.\\ \left[\begin{array}{l}\varphi-2\alpha=\pi-\varphi+2\pi m\\ \varphi-2\alpha=\varphi-\pi+2\pi m\end{array}\right., m\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\alpha=\pi n\\ \alpha=-\varphi+\pi n=-\arccos\left(\frac{4}{17}\right)+\pi n\end{array}\right.$ $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l}tg(\alpha)=0\\ tg(\alpha)=tg(-\varphi)=-\frac{1}{4}=-0,25\\ tg(\alpha)=tg\left(\varphi+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{-(-1)}{4}=0,25\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\alpha=\varphi-\frac{\pi}{2}-\pi m=\varphi+\frac{\pi}{2}-\pi(m+1)\\ \alpha=\frac{\pi}{2}-\pi m\ (\not\exists), \text{т.к.} \cos(\alpha)=0.\end{array}\right.$ т.к. период $tg(x)$ равен π.

Ответ: $-0,25; 0; 0,25$.

№2.

1) Преобразуем уравнения и сведём их к переменным

$a=y-\frac{2}{3}$; $b=x-1$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.

$2+\frac{1}{2x-2} \ge ax+b \ge 8x^2-34x+30$ $\quad \frac{27}{4} \quad \frac{15}{4} \quad \frac{5}{4}$ 43

$2+\frac{1}{2x-2} \ge ax+b \ge 2(4x-5)(x-3)$

$\frac{1}{2}\cdot(-1)\cdot\frac{1\cdot 1}{(x-1)^2} \ge a \ge 16x-34.$

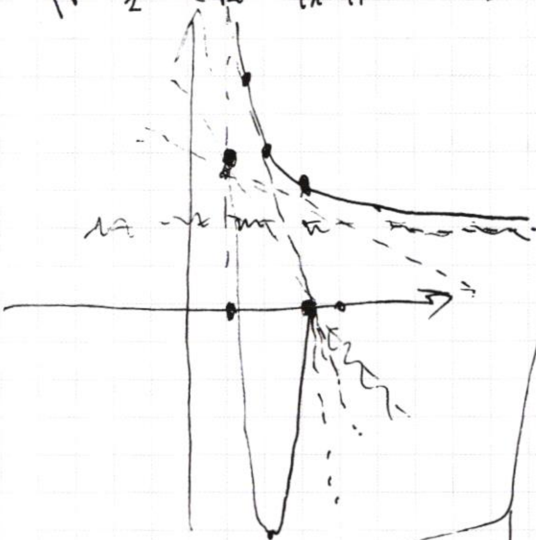
1 2 3 4 5 6 7

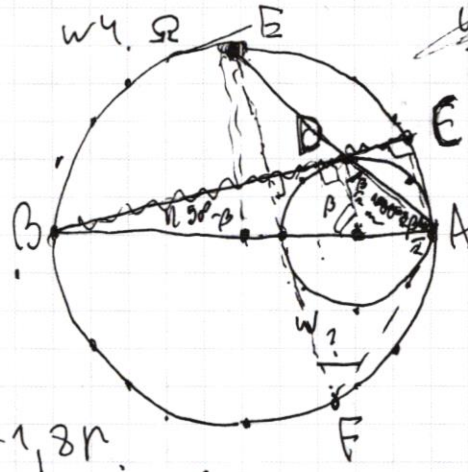
$\frac{3,5}{4}=\frac{17}{8},\Rightarrow \frac{17^2}{8}-\frac{17^2}{4}+30=$

$=30-\frac{17^2}{8}=\frac{240-289}{8}=$

$=-\frac{49}{8}$

72 − 102 + 30





$(A\cdot\frac{2R\,AM}{2R})^2+9^2=4R^2$

$\frac{\frac{13}{2}}{\frac{18}{2}}=\frac{2R}{2R}$

$\frac{\frac{13}{2}}{\frac{18}{2}}=\frac{2R-r}{2R}$

$36R-18r=26R$

$10R=18r$

$R=1,8r$

$R=1,8r.$

$(4\cdot 3,24-1)r^2=\frac{169}{4}$ $\quad 0,76$

$r^2=\frac{169}{4\cdot 11,96}$

$2R\cdot(2R-2r)-4r^2=(\frac{13}{2})^2$

$4R^2-4Rr-4r^2=\frac{13^2}{2^2}\Rightarrow r=\frac{130}{2}\sqrt{\frac{1}{109,6}}=$

$=65\sqrt{\frac{1}{109,6}}=\frac{65}{2}\sqrt{\frac{1}{27}}$

$3,6^2R^2-7,2r^2-4r^2=\frac{13^2}{2^2}$

$(3,6\cdot 1,6-4)r^2=(\frac{13}{2})^2$

$R=0,9\cdot 65\sqrt{\frac{1}{13,9}}$

$r=\frac{13}{2}\sqrt{\frac{1}{1,76}}=\frac{130}{8}\sqrt{\frac{1}{11}}=\frac{65}{4\sqrt{11}}$

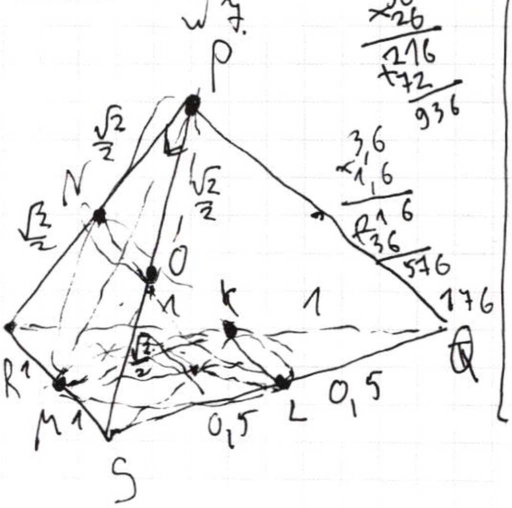
$R=\frac{65\cdot 0,9}{2\sqrt{11}}=\frac{13\cdot 9}{4\sqrt{11}}$

$\cos\beta=\frac{r}{2R-r}=$

$=\frac{65}{13\cdot 9-65}=$

$R=\frac{13}{2}\cdot 0,2\sqrt{19}$

$\begin{array}{r}36\\ \times 26\\ \hline 216\\ +72\\ \hline 936\end{array}$ $\quad \begin{array}{r}3,6\\ \times 1,6\\ \hline 216\\ 36\\ \hline 5,76\end{array}$ $\quad \begin{array}{r}156\\ -65\\ \hline 91\end{array}$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $\begin{cases} (3y-2)+2-2(x-1)-2=\sqrt{x(3y-2)-(3y-2)} \\ x^2-2x+1-1+y^2-\frac{4}{3}y+\left(\frac{2}{3}\right)^2-\frac{4}{9}=\frac{4}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} (3y-2)-2(x-1)=\sqrt{(x-1)(3y-2)} \\ (x-1)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{12}{9}+\frac{4}{9}+\frac{9}{9} \end{cases}$

$\begin{cases} 3\left(y-\frac{2}{3}\right)-2(x-1)=\sqrt{3(x-1)\left(y-\frac{2}{3}\right)} \\ (x-1)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{25}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a-2b=\sqrt{3ab} & (1) \\ b^2+a^2=\frac{25}{9}. & (2) \end{cases}$

3) Решим (1) для $\sqrt{|a|}$:

$3\left(\sqrt{|a|}\right)^2-\sqrt{3|b|}\cdot\sqrt{|a|}-2b=0$

$D=3|b|-3\cdot4\cdot(-2b)=3|b|+24b$; при $b<0$ имеем $D=21b<0$, $\Rightarrow$

$b\geq0$; $D=27b$; но $3ab\geq0$, $\Rightarrow a\geq0$.

$\sqrt{a}=\frac{\sqrt{3b}\pm3\sqrt{3b}}{6}\geq0$, $\Rightarrow \sqrt{a}=\frac{4\sqrt{3b}}{6}=2\sqrt{\frac{b}{3}}$; $a=\frac{4}{3}b\geq0$.

4) Для (2) с учётом $a=\frac{4}{3}b$:

$\frac{16}{9}b^2+b^2=\frac{25}{9}$

$b^2=1$; т.к. $b\geq0$, то $b=1$; $a=\frac{4}{3}$.

5) $y=a+\frac{2}{3}=2$; $x=b+1=2$.

Ответ: $(2;2)$.

№3.

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

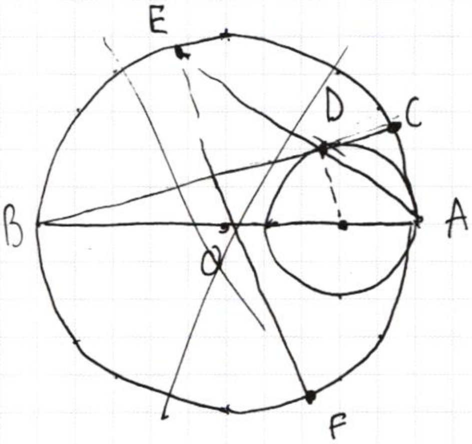
$3^{\log_4(x^2+6x)}+(x^2+6x)\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}$

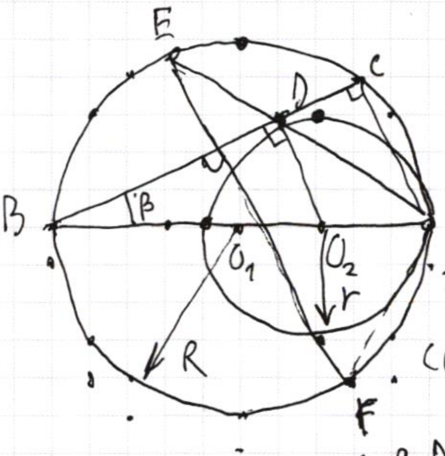
1) Пусть $b=x^2+6x$, тогда по ОДЗ $b>0$; $\Rightarrow |b|=b$.

$3^{\log_4 b}+b\geq|b|^{\log_4 5}$; прологарифмируем по b:

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№ 4.





1) По теореме Пифагора для $\triangle BDO_2$: $(2R-r)^2 = r^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2$

2) По определению: $\cos(\beta) = \frac{13}{2(2R-r)} = \frac{9}{2R}$

для $\triangle BDO_2$ и $\triangle BCA$ прямоугольны ($\angle BCA$ на диаметр опирается; $DO_2 \perp BC$, т.к. касание), =>

$26R = 36R - 18r$

$R = 1,8r$, =>

$(2,6r)^2 - r^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2$

$1,6 \cdot 3,6\, r^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2$; $r = \frac{13}{2} \cdot \frac{10}{4 \cdot 6} = \frac{65}{24}$; $R = 1,8r = \frac{65 \cdot 1,8}{24} = \frac{13 \cdot 9}{24} = \frac{39}{8}$.

3) $\sin(\beta) = \frac{r}{2R-r} = \frac{65}{2 \cdot 3 \cdot 39 - 65} = \frac{65}{91}$, =>

Ответ: $r = \frac{65}{24}$; $R = \frac{39}{8}$ ...

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $\left[\begin{array}{l}\begin{cases} b>1 \\ \log_b 3\cdot\log_4 b+1\ge \log_4 5\end{cases}\\ \begin{cases} b<1\\ \log_b 3\cdot \log_4 b+1\le\log_4 5\end{cases}\\ b=1;\ 3^{\log_4 1}+6\cdot 1\ge 1^{\log_4 5};\ 1+6\ge 1 \text{ (и)}\end{array}\right.$ $\quad\left[\begin{array}{l}\begin{cases} b>1 \\ \log_4 3+1\ge \log_4 5 \text{ (и), т.к. } 3\cdot 4\ge 5\end{cases}\\ \begin{cases} b<1\\ \log_4 3+1\le\log_4 5 \text{ (л), т.к. } 3\cdot 4\ge 5.\end{cases}\end{array}\right.$

3) => имеем $b\ge 1$.

$x^2+6x\ge 1$

$(x^2+6x-1)\ge 0$

$D=36+4=40$

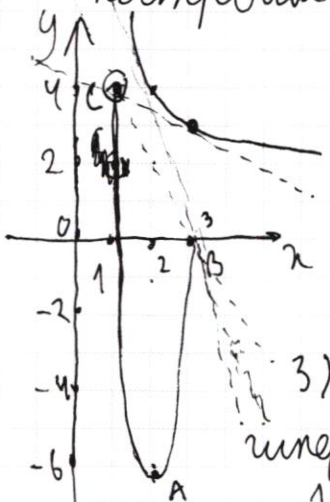
$x_{1,2}=\frac{-6\pm 2\sqrt{10}}{2}=-3\pm\sqrt{10}$, => $x\in(-\infty;-3-\sqrt{10}]\cup[-3+\sqrt{10};+\infty)$.

Ответ: $x\in(-\infty;-3-\sqrt{10}]\cup[-3+\sqrt{10};+\infty)$.

№6.

1) $2+\frac{1}{2x-2}\ge ax+b\ge 2(4x-5)(x-3)$ по Виету; =>

построим графики этих функций для $x\in(1;3]$:



a) ~~[illegible]~~

т. $B(1;\ 8-34+30)$ => $B(1;4)$;

т. $A\left(\frac{5+12}{4\cdot 2};\ -\frac{49}{8}\right)$ – вершина параболы

т. $C(3;\ 72-102+30)$ => $C(3;0)$.

3) Рассмотрим случай касания прямой $ax+b=y$ гиперболы при прохождении прямой через т. B:

$\begin{cases}2+\frac{1}{2x-2}=ax+b\\ 0=3a+b\end{cases}$ $\quad 4x-4+1=(ax-3a)(2x-2)$

$2ax^2-(8a+4)x+6a+3=0$

$D = 4^2(2a+1)^2 - 4 \cdot 2a(6a+3) = 16(4a^2+4a+1) - 48a^2 - 24a = 16a^2 + 40a + 16 =$

$= 4(4a^2 + 10a + 6{,}25) - 25 + 16 = 4(2a+2{,}5)^2 - 9 =$

$= (4a+5)^2 - 3^2 = (4a+2)(4a+8)$; $a = -\frac{1}{2}$ или $a = -2$; $a = -\frac{1}{2}$ истинно для левой части гиперболы, $\Rightarrow a_1 = -2$; $b_1 = \frac{2}{3}$.

4) Рассмотрим случай касания $y = ax + b$ с гиперболой, при прохождении прямой через т. $B(1; 4)$:

$$\begin{cases} 2 + \frac{1}{2(x-1)} = ax + b \\ 4 = a + b \end{cases}$$

$b = 4 - a$, $\Rightarrow$

$1 = 2ax(x-1) + (2-a)(x-1) \cdot 2$

$2ax^2 - 2ax + 2(-ax + 2x + a - 2) - 1 = 0$

$2ax^2 - (4a - 4)x + 2a - 5 = 0$

$D = 16(a-1)^2 - 8a(2a-5) = 16a^2 - 32a + 16 - 16a^2 + 40a = 8a + 16 = 0$ при $a_2 = -2$; $b_2 = 6$.

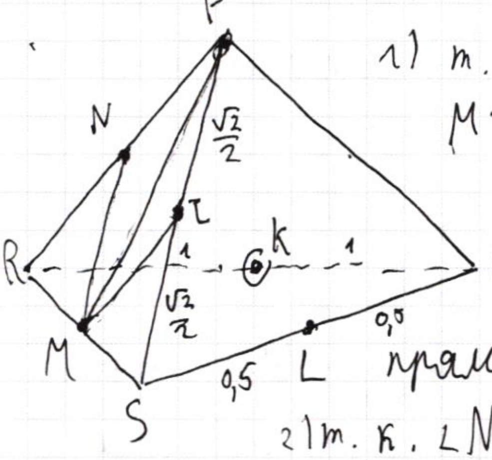
5) $\Rightarrow$ при $a = -2$; $b \in [\frac{2}{3}; 6]$.

Ответ: $a = -2$; $b \in [\frac{2}{3}; 6]$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.



1) т.к. MT – средняя линия $\triangle RSP$, то $MT \parallel PR$, $MT = \frac{RP}{2} = NP$, => $MNPT$ – вписанный параллелограмм (т.к. точки принадлежат сфере и одному из её сечений) => прямоугольник.

2) т.к. $\angle NPT = 90°$, то $PM = \frac{RS}{2}$, т.к. медиана к гипотенузе,

№5.

1) Пусть $c=ab$, тогда $f(c)=f(a)+f(\frac{c}{a})$; $f(\frac{c}{a})=f(c)-f(a)$.

2) Рассмотрим все ~~данные~~ числа:

$f(12)=f(2)=f(3)=f(4)=f(8)=f(9)=f(6)=f(18)=f(16)=f(27)=f(24)=0$, т.к. $f(2)=f(3)=0$, и являются единственными составляющими;

$f(5)=f(7)=f(10)=f(14)=f(15)=f(20)=f(21)=1$, т.к. содержат в произведении единственную „5" или „7";

$f(11)=f(25)=f(22)=2$; $f(13)=f(26)=3$; $f(17)=4=f(19)$; $f(23)=5$;

3) Тогда для $y=23$ имеем $27-3+1=25$ возможных $\frac{x}{y}$; для $y=17$ или $y=19$ имеем $27-3+1-3=22$ возможных $\frac{x}{y}$; для $y=13$ или $y=26$ имеем $27-3+1-1-2-2=20$ значений $\frac{x}{y}$; для $y=11$ или $y=22$ или $y=25$ имеем $27-3+1-5-3=17$ значений $\frac{x}{y}$; для y таких, что $f(y)=1$ имеем 10 значений $\frac{x}{y}$, =>

всего пар $24\cdot1+2\cdot22+2\cdot20+3\cdot17+7\cdot10=24+44+40+51+70=$
$=68+161=229$ пар (т.к. $f(\frac{c}{a})=f(c)-f(a)$, то $f(\frac{c}{a})<0$ при $f(a)>f(c)$).

Ответ: 229 пар

□ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos(2\alpha+2\beta)=\pm\frac{4}{\sqrt{17}}$ (+) (−)

$\left[\begin{array}{l}\sin(4\alpha+4\beta)=-\frac{8}{17} \quad (+)\\ \sin(4\alpha+4\beta)=\frac{8}{17} \quad (-)\end{array}\right.$

$\cos(4\alpha+2\beta)=2\cdot\frac{16}{17}-1=\frac{15}{17}$

$\left[\begin{array}{l}\sin(2\alpha+4\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos(2\beta)\pm\frac{4}{\sqrt{17}}\sin(2\beta)\\ \sin(2\alpha+4\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos(2\beta)-\frac{4}{\sqrt{17}}\sin(2\beta)\end{array}\right.$

$\frac{1}{\sqrt{17}}(4\sin(2\beta)-\cos(2\beta)+\sqrt{17}\sin(2\alpha)$

$\left[\begin{array}{l}\sin(2\alpha+4\beta)=\sin(4\alpha+4\beta-2\alpha)=\frac{-8}{17}\cos(2\alpha)-\frac{15}{17}\sin(2\alpha) \quad (+)\\ \sin(2\alpha+4\beta)=\frac{8}{17}\cos(2\alpha)-\frac{15}{17}\sin(2\alpha) \quad (-)\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\frac{-8}{17}\cos(2\alpha)+\frac{2}{17}\sin(2\alpha)=-\frac{8}{17} \quad (+)\\ \frac{8}{17}\cos(2\alpha)+\frac{2}{17}\sin(2\alpha)=-\frac{8}{17} \quad (-)\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}4\cos(2\alpha)-\sin(2\alpha)=4 \quad (+)\\ 4\cos(2\alpha)-\sin(2\alpha)=-4 \quad (-)\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\cos(2\alpha)-\frac{1}{\sqrt{17}}\sin(2\alpha)\right)=\frac{4}{\sqrt{17}}\\ \left(\frac{4}{\sqrt{17}}\cos(2\alpha)-\frac{1}{\sqrt{17}}\sin(2\alpha)\right)=-\frac{4}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$

$\cos(\varphi)=\frac{4}{\sqrt{17}}$; $\sin(\varphi)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$, то

$\cos(2\alpha+\varphi)=\pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

$2\alpha+\varphi=\pm\arccos\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$2\alpha=\pm|\varphi|-\varphi+\pi n$

$\varphi>0$ [то $\alpha=\frac{\pi n}{2}$, $tg(\alpha)=0$ при $\alpha=\pi m\,(m\in\mathbb{Z})$

[то $\alpha=\varphi+\frac{\pi n}{2}$, $tg(\alpha)=tg(\varphi)$

$\varphi<0$, =>

$2\alpha=\mp\varphi-\varphi+\pi n$

$\left[\begin{array}{l}\alpha=-\varphi+\frac{\pi n}{2}\\ \alpha=\frac{\pi n}{2}, \text{ то } \alpha=\pi m\,(m\in\mathbb{Z}), tg(\alpha)=0\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}tg(\alpha)=tg(-\varphi)=-\frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}=0{,}25.\\ tg(\alpha)=tg(\frac{\pi}{2}-\varphi)=\frac{\sin(\frac{\pi}{2}-\varphi)}{\cos(\frac{\pi}{2}-\varphi)}=\frac{\cos(\varphi)}{-\sin(-\varphi)}=-0{,}25.\end{array}\right.$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№2.

$3y-2x=\sqrt{x(3y-2)-(3y-2)}$

$3y-2x=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$(3y-2)+2-2(x-1)-2=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$\boxed{(3y-2)-2(x-1)=\sqrt{(3y-2)(x-1)}}$

$3(y-\frac{2}{3})-2(x-1)=\sqrt{3(y-\frac{2}{3})(x-1)}$

$9(y-\frac{2}{3})^2-12(y-\frac{2}{3})(x-1)+4(x-1)^2=0$

$y-\frac{2}{3}=a$; $x-1=b$

$\begin{cases}3a-2b=\sqrt{3ab}\\ a^2+b^2=\frac{25}{9}\end{cases}$

$3x^2-6x+3y^2-4y=4$

$x^2-2x+y^2-\frac{4}{3}y=\frac{4}{3}$

$(x-1)^2-1+(y-\frac{2}{3})^2-\frac{4}{9}=\frac{4}{3}$

$(x-1)^2+(y-\frac{2}{3})^2=\frac{25}{9}$

$\boxed{(x-1)^2+(y-\frac{2}{3})^2=(\frac{5}{3})^2}$

$\begin{cases}a^2+b^2=(\frac{5}{3})^2\\ 3a-2b=\sqrt{3ab}\end{cases}$

$\begin{cases}a^2+b^2=(\frac{5}{3})^2\\ 3|a|-\sqrt{3ab}-2b=0\end{cases}$

$D_a=3|b|+24b=\left[\begin{matrix}27b\\21b\end{matrix}\right.\Rightarrow b\geq 0,\Rightarrow a\geq 0.$

$\Rightarrow D_a=27b.$

$\sqrt{|a|}=\frac{\sqrt{3b}\pm 3\sqrt{3b}}{6}$

$\sqrt{|a|}=\left[\begin{matrix}-\sqrt{\frac{b}{3}}\ (\text{Л})\\ 2\sqrt{\frac{b}{3}}\end{matrix}\right.\Rightarrow |a|=4\frac{b}{3}$; $a\geq 0,\Rightarrow$

$a=\frac{4}{3}b$

$a^2+b^2=\frac{16}{9}b^2+b^2=\frac{25}{9}$

$y-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}$

$y=\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}$

$b^2=1$

$b=1,\Rightarrow$

$a=\frac{4}{3},\Rightarrow$ $x=2$, $y=2$.

№3.

$x^2+6x\geq(x^2+6x)^{0,5\log_2 5}-3^{\log_4(x^2+6x)}$

$x^2+6x=b>0$

$3^{\log_4 b}+b\geq(b)^{\log_4 5}$

$\log_4(b)\cdot\log_b(3)+\log_4 1\geq\log_4 5$ $\quad b>1$

$4^{\log_4(b)\cdot\log_b(3)}\cdot 4\geq 5$

$b^{\log_b 3}\cdot 4\geq 5$

$3\cdot 4\geq 5$

$12\geq 5$ (И), $\Rightarrow b>0$; $x^2+6x>0$; $x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$.

№5.

$ab=c$, то $f(c)=f(a)+f(\frac{c}{a})$ $\quad f(abd)=f(ab)+f(d)=f(a)+f(b)+f(d).$

$f(\frac{c}{a})=f(c)-f(a).$

$x=2^{a_x}\cdot 3^{b_x}\cdot 5^{c_x}\cdot 7^{d_x}\cdot 11^{e_x}\cdot 13^{f_x}\cdot 17^{g_x}\cdot 19^{h_x}\cdot 23^{i_x}$, то $f(x)=a_x f(2)+b_x f(3)+c_x f(5)\ldots+i_x f(23).=$
$=c_x+d_x+2e_x+3f_x+4g_x+4h_x+5i_x.$

$y=2^i\cdot 3^k\cdot 5^l\cdot 7^m\cdot 11^n\cdot 13^o\cdot 17^p\cdot 19^r\cdot 23^s.$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) Страница №__ (Нумеровать только чистовики)