МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}, \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2 - 26x\right|^{\log_5 12} + 26x \geqslant x^2 + 13^{\log_5\left(26x - x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 12$, $BD = 13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $4 \leqslant x \leqslant 28$, $4 \leqslant y \leqslant 28$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geqslant ax + b \geqslant 18x^2 - 51x + 28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3}; 2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY = \sqrt{3}$, $TX = \sqrt{2}$, $TZ = 2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 Дано: $f(x)$ – функция на положительных рациональных X.

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=[p/4]$ для простых p

$4\leq x, y\leq 28$ x и y целые.

сколько пар $(x;y)$ для которых $f(x/y)<0$?

Выведем несколько фактов:

1) пусть $a=b$;

$f(a^2)=2f(a)$;

2) ~~пусть $b=\frac{1}{a^2}$~~ $f(a^2\cdot\frac{1}{a})=f(a^2)+f(\frac{1}{a})$;
по 1)

~~$f(\frac{a}{a^2})=f$~~ $f(a)=2f(a)+f(\frac{1}{a})$;

$f(\frac{1}{a})=-f(a)$

3) для любого целого (>0) выполняется:

$f(a)=f(k_1)+f(k_2)+\ldots+f(k_n)$

где k – делители (простые) числа a.

Выводится из $f(k_1\cdot k_2k_3\ldots k_n)=f(k_1)+f(k_2k_3\ldots k_n)$ и рекурсией.

4) Соответственно $f(a)$ для целых a всегда ≥ 0 т.к. $f(k_i)\geq 0$ (т.к. мы рассматриваем простые делители (см.3)) и по условию $f(k_i)=[k_i/4]\geq 0$

5) $f(\frac{a}{b})=f(a)+f(\frac{1}{b})=f(a)-f(b)$. По условию a и b (x и y) целые.

Значит $f(\frac{x}{y})<0$ при $f(x)-f(y)<0 \Rightarrow f(x)<f(y)$

При условии $f(x)\neq f(y)$ у нас есть две пары: $(x;y)$ и $(y;x)$ одна из них обязательно отрицательна (т.к. $f(x)-f(y)=-(f(y)-f(x))$ и $f(y)-f(x)\neq 0$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Соответственно всё множество пар $(x;y)$ разбито на три подмножества:

1) $f(x)=f(y)$, m элементов
2) $f(x)>f(y)$, n элементов
3) $f(x)<f(y)$, тоже n элементов

и $n_{пар} = \dfrac{N_{общее} - m_{f(x)=f(y)}}{2}$

$N_{общее} = 25^2$ (25 чисел между 4 и 28 включая оба)

Количество пар, для которых $f(x)=f(y)$ найдём перебором (т.к. нет красивого пути).

Таблица значений:

для простых $f(a)=[a/4]$
для составных см. 3)

$f(2)=0$ $f(3)=0$)

$f(4)=0$
$f(5)=1$
$f(6)=0$
$f(7)=1$
... 8 ... $=0$
... 9 ... $=0$
10 $=1$
11 $=2$
12 $=0$
13 $=3$
14 $=1$
15 $=1$
16 $=0$
17 $=4$
18 $=0$
19 $=4$
20 $=1$
21 $=1$
22 $=2$
23 $=5$
24 $=0$
25 $=2$
26 $=3$
27 $=0$
28 $=1$

$n(0)=9$ $\quad$ n(пар $f(x)=f(y)=0) = 9^2=81$
$n(1)=8$ $\quad$ n(... $=1) = 8^2=64$
$n(2)=3$ $\quad$ n(... $=2) = \ldots = 9$
$n(3)=2$ $\quad$ n(... $=3) = 4$
$n(4)=2$ $\quad$ n(... $=4) = 4$
$n(5)=1$ $\quad$ n(... $=5) = 1$

$$n_{пар} = \frac{25^2-81-64-9-4-4-1}{2} = \frac{625-163}{2} = \frac{462}{2} = 231$$

Ответ: 231 пара.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

ОДЗ: $26x-x^2>0$ (т.к. стоит подлогарифмом)
зная это, раскрываем модуль

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x-x^2 \geq 13^{\log_5(26x-x^2)}$ $\quad 26x-x^2=t$

$t^{\log_5 12}+t \geq 13^{\log_5 t}$ $\quad a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$

$t^{\log_5 12}+t \geq t^{\log_5 13}$

$t^{\log_5 12}+t-t^{\log_5 13} \geq 0$

$t(t^{\log_5 12-\log_5 5}-t^{\log_5 13-\log_5 5}+1) \geq 0$ $\quad t>0$ по ОДЗ, делим на t, при $t\neq 0$

$t^{\log_5 \frac{12}{5}}-t^{\log_5 \frac{13}{5}}+1 \geq 0$ $\quad a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$

$\left(\frac{12}{5}\right)^{\log_5 t}-\left(\frac{13}{5}\right)^{\log_5 t}+1 \geq 0$ $\quad \log_5 t=k$

$\left(\frac{12}{5}\right)^{k}-\left(\frac{13}{5}\right)^{k}+1 \geq 0$

при $k>0$:

$\left(\frac{13}{5}\right)^{k}$ растет быстрее $\left(\frac{12}{5}\right)^{k}$ при любом $k>0$ $\Rightarrow$ максимум 1) 1 корень для $\left(\frac{13}{5}\right)^{k}-\left(\frac{12}{5}\right)^{k}=x$

Докажем 1);

Рассмотрим ~~ф~~ самый ранний корень k. После него $\left(\frac{13}{5}\right)^{k}$ растёт быстрее $\left(\frac{12}{5}\right)^{k}$ и соответственно всегда больше $\Rightarrow$ больше корней нет

$\left(\frac{12}{5}\right)^{k}-\left(\frac{13}{5}\right)^{k}=-1$ при $k=2$, значит:

при $k\geq 2$ $\left(\frac{12}{5}\right)^{k}-\left(\frac{13}{5}\right)^{k}+1 \leq 0$
$k\leq 2$ $\quad\quad \geq 0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

при $k<0$:

$\left(\frac{13}{5}\right)^k < \left(\frac{12}{5}\right)^k$ для любого $k<0$

соответственно для $k\le 0$ $\left(\frac{12}{5}\right)^k-\left(\frac{13}{5}\right)^k+1>0$

$k\le 2$

$\log_5 t\le 2$ $\quad t\le 25$

$26x-x^2\le 25$

$x^2-26x+25\ge 0$

$x\in(-\infty;1]\cup[25;\infty)$

по одз $26x-x^2>0$

$x\in(0;26)$

Ответ: $x\in(0;1]\cup[25;26)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

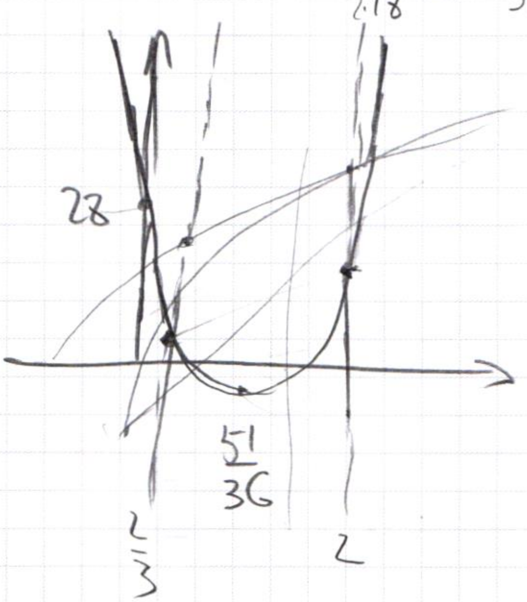
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28$

$\frac{51}{2\cdot 18} = \frac{51}{36} =$



$18x^2-51x+28$

$18-51+28$

$18+28-51=$

$46-51$ $\boxed{-5}$

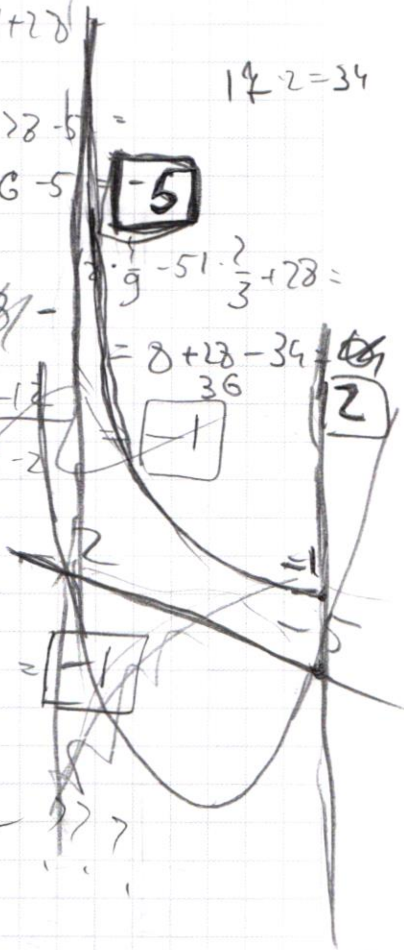
$17\cdot 2=34$

$8\cdot\frac{4}{9}-51\cdot\frac{2}{3}+28=$

$=8+28-34=$ $\boxed{2}$

$\frac{8-6\cdot 2}{3\cdot 2-2} = \frac{8-12}{6-2} = \boxed{-1}$

$\frac{8-6\cdot\frac{2}{3}}{3\cdot\frac{2}{3}-2} = \frac{4}{0}$???



$x \Rightarrow \frac{\text{убивает}}{\text{растёт}} \Rightarrow$ убивает

$3ax^2+(3b+6-2a)x-(2b+8)<0$

$8-6x\geq(3x-2)(ax+b)$

$8-6x\geq 3ax^2-2ax+3bx-2b$

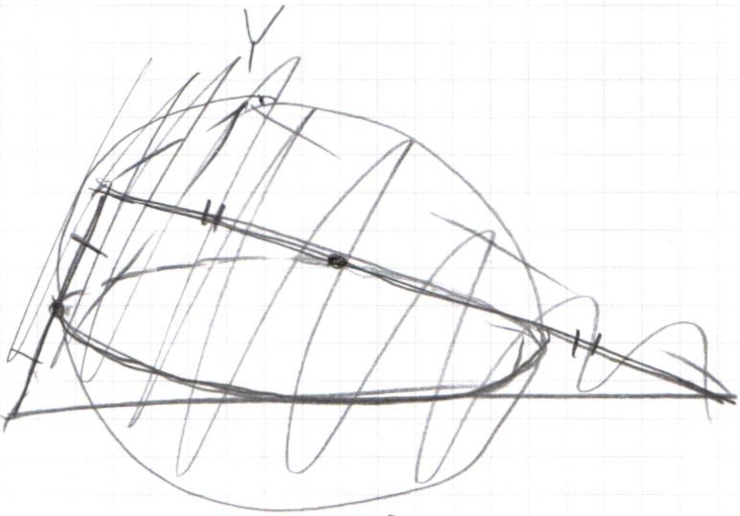
$3ax^2-2ax+3bx+6x-2b-8<0$

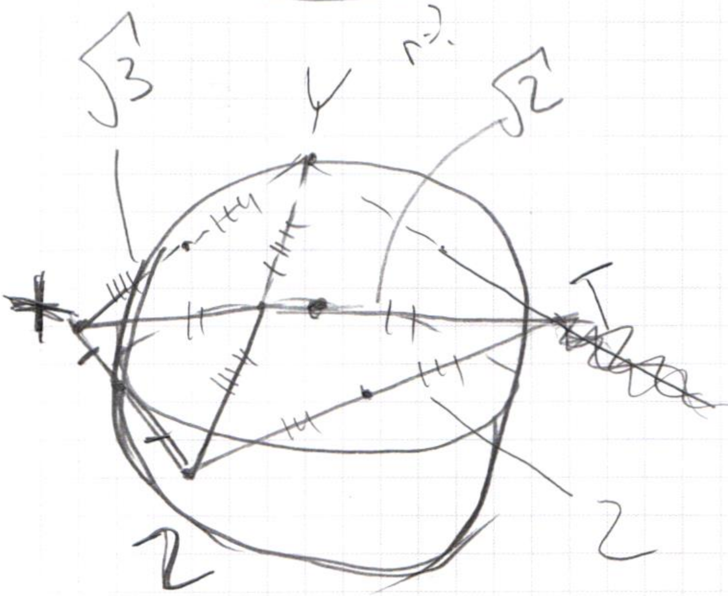
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)





$a^{\log_b c}$ $\left(b^{\log_b a}\right)^{\log_b c}$

$c^{\log_b a}$

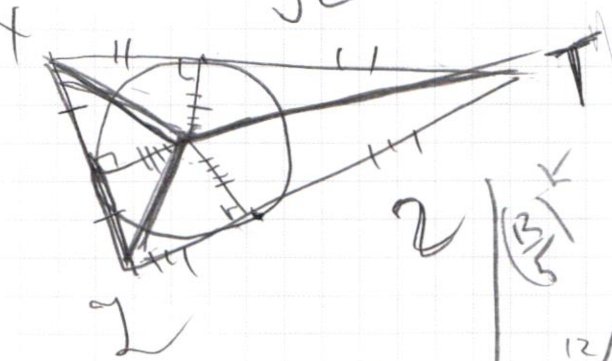
$1 \le \log_5 12 \le 2$ $26_x - y^2 = t$

$t^{\log_5 12} + t \ge t^{\log_5 13}$

$t\left(t^{\log_5 12 - \log_5 5} - t^{\log_5 13 - \log_5 5} + 1\right) \ge 0$

$t^{\log_5 \frac{12}{5}} - t^{\log_5 \frac{13}{5}} + 1 \ge 0$

$t^{\log_5 \frac{12}{5}}\left(1 - t^{\log_5 \frac{13}{5} - \log_5 \frac{12}{5}}\right) = t^{\log_5 \frac{12}{5}}\left(1 - t^{\log_5 \frac{13}{12}}\right) \ge -1$



$\frac{12}{5}\left(1 - \frac{13}{12}\right) \ge -1$

$\frac{12}{5} - \frac{13}{5} + 1 = 0$

$1 - 1 + 1 \ge 0$

при $t = 25$

$\left(\frac{12}{5}\right)^{\log_5 t} - \left(\frac{13}{5}\right)^{\log_5 t} + 1 \ge 0$ при $k < 0$

$\log_5 t = -2$

$t = \frac{1}{25}$

$\log_5 t = 2$

$\left(\frac{5}{12}\right)^{k} + \left(\frac{5}{13}\right)^{k} + 1 \ge 0$

$\left(\frac{12}{5}\right)^{k} - \left(\frac{13}{5}\right)^{k} + 1 \ge 0$

$\boxed{k = 2}$

$\frac{144}{25} - \frac{169}{25} + 1 \ge 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$xy-6x-y+6\geq 0$

$y^2+36x^2-12xy=xy-6x-y+6$

$y^2+9x^2-18x-12y-45=0$

$xy-6x-y+6=y(x-1)+6(1-x)$

$(y-6x)^2=(y-6)(x-1)$ $(y-6)(x-1)$

$45=3\cdot3\cdot5$

$9x^2+y^2+6xy-6xy-18x-12y-45=0$

$(3x+y)^2=$

$$\begin{cases} y^2+36x^2-13xy+6x+y-6=0 \\ y^2+9x^2-18x-12y-45=0 \end{cases}$$

$6xy+18x+12y+45$

$(a\quad b)(c\quad d)$

$ac=6$

$ad=18$

$bc=12$

$bd=45$

$a(d-c)=12$

$b(d-c)=33$

$\frac{a}{b}=\frac{12}{33}=\frac{4}{11}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

2 0
3 0
4 0
5 1
6 0
7 1
8 0
9 0
10 1
11 2
12 0
13 3
14 1
15 1
16 0
17 4
18 0
19 4
20 1
21 1
22 2
23 5
24 0
25 2
26 3
27 0
28 1

пусто и повторов

$n \cdot (n-1) + n$

n^2 всего

0 - 49 n^2 81
1 - 8 64
2 - 3 9
3 - 2 4
4 - 2 4
5 - 1 1

$28 - 4 = 24 + 1 = \boxed{25}$

$25 \cdot 25$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\frac{25^2 - 81 - 64 - 9 - 4 - 4 - 1}{2}$$

$-(99+64) = -163$

$$\frac{625 - 81 - 64 - 9 - 4 - 4 - 1}{2} =$$

$$\begin{array}{r} 625 \\ - 163 \\ \hline 462 \end{array}$$

$\boxed{231}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x$ $\qquad 26x-x^2>0 \qquad x(26-x)>0$

$\geq \qquad x^2-26x<0 \qquad x\in(0;26)$

$x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x-x^2 \geq 13^{\log_5(26x-x^2)}$

$(26x-x^2)\left((26x-x^2)^{\log_5 12-1}+1\right) \geq 13^{\log_5(26x-x^2)}$

$t^{\log_5 12}+t \geq 13^{\log_5 t} = 5^{\log_5 t}=t$

$t^{\log_5 13}$ $\qquad a^{\log_b c} \qquad a=1$

$t^{\log_5 12}-t^{\log_5 13} \geq -t$ $\qquad a^{\log_b c}=\left(b^{\log_b a}\right)^{\log_b c}=$

$t^{\log_5 13}-t^{\log_5 12} \leq t \quad <1$ $\qquad =\left(b^{\log_b c}\right)^{\log_b a}=c^{\log_b a}$

$t^{\log_5 12}\left(t^{\log_5 13-\log_5 12}-1\right) \leq t$

$t^{\log_5 13-\log_5 12}-1 \leq t^{1-\log_5 12}$ $\qquad t^{\log_5 12}\cdot t^{1-\log_5 12}$

увеличивается $\qquad$ уменьшается $\qquad \log_a 1$

$t^{\log_5 13-\log_5 12}-1=t^{1-\log_5 12}$ $\qquad \log_5 5$ $\qquad t^{\log_5\frac{13}{12}}-t^{\log_5\frac{5}{12}}=1$

$\Downarrow$

$\log_5\frac{13}{12}$ $\qquad t^{\log_5\frac{13}{12}}-1=t^{\log_5\frac{5}{12}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$f(ab)=f(a)+f(b)$ $a,b>0$

$f(p)=[p/4]$

$f(xy)=f(x)+f(y)$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$

хотя бы одно натуральное

x, y

$f(x)<0$

$f(x)=f(x)+f(1)$

$\boxed{f(1)=0}$

$\boxed{f(3)=0 \quad f(2)=0}$

$f(2\cdot 2)=f(2)+f(2)$

$f(4)=0$ $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$

$f(6)=0$ $f\left(\frac{1}{3}\right)=0$

$f(2)=0$

$f(3)=0$

любая комбинация 2 и 3 $=0$

$f(5)=1$

$f(7)=1$

$f(11)=2$

$f(13)=3$

$f(17)=4$

$f(19)=4$

$f(23)=5$

$f(5)=f(10)+f\left(\frac{1}{2}\right)$

$1 = 1 + f\left(\frac{1}{2}\right)$

0?

$f(10)=f(5)+f(2)=1$

$f(abcd)=f(abc)+f(d)$

$=f(a)+f(b)+f(c)+f(d)$

$f(\text{любого целого})\geq 0$

≥ 1

$f\left(\frac{a}{b}\right)=f(a)+f\left(\frac{1}{b}\right)$

$f(a)-f(b)$

$f(b)>f(a)$

$f\left(\frac{a}{b}\right)<0$ при

$f(a)=\underbrace{f(a^2)}_{2f(a)}+f\left(\frac{1}{a}\right)$

для любой пары будет >0

$\boxed{f\left(\frac{1}{a}\right)=-f(a)}$

$\boxed{\frac{y}{x}=\frac{x}{y}}$

нужно $x=1$

где?

$f(5)=\underbrace{f(25)}_{2}+\underbrace{f\left(\frac{1}{5}\right)}_{-1}$

1

$f(25)=f(5)+f(5)=$

$=2$

$f(abc)+f(d)=$

$f\left(\frac{a}{b}\right)=0$ при $f(a)=f(b)$

$8-6x=3ax^2+3xb-2ax-2b$

$D=(9b^2+2a^2+36-12ab-24a+36b)-4\cdot 3a\cdot(-2b-8)=$

почему 8, а не 4 ???

$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ D

$=(3b+2a+6)^2+48a=0$

$4=0$ при касании

$3b+2a+6=-4\sqrt{3a}$

$b=-\frac{4\sqrt{3a}+2a+6}{3}$

$ax+b$ было бы ... $a=$ or

$\frac{8-6x}{3x-2}$ на $\frac{2}{3}=\lim_{x\to\frac{2}{3}}=\pm\infty$

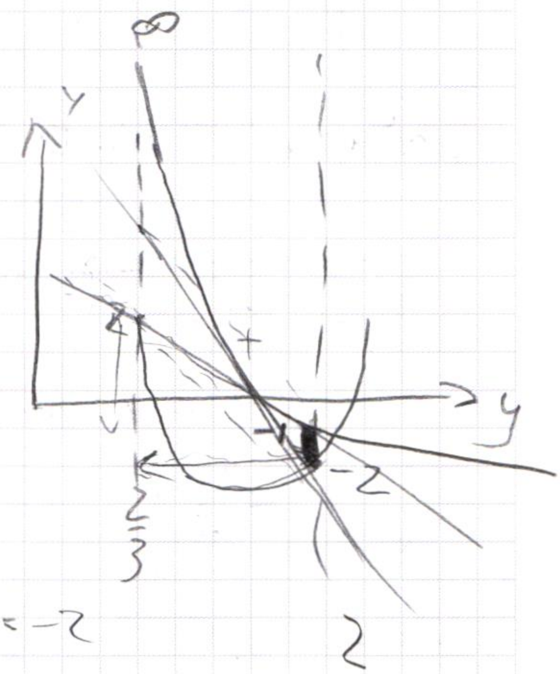
$2=-1$

$18x^2-51x+28$ на $\frac{2}{3}=2$

$2=$

$8-34+28=2$

$18\cdot 4-102+28=72+28-102=-2$



$16(a^2+3a)=36+9k-36k^2$

$a(a+3)16=36+9k-36k^2$

$a=-\frac{b-2}{2}$

$-\frac{b-1}{2}$

$2a+b=-2\ldots-1$

$b=-2(a+1)=-2a+2$

$=-2a+1$

$b=-\frac{4\sqrt{3a}+2a+6}{3}$

$4\sqrt{a^2+3a}=6-3k$

$-2a+k=-\frac{4\sqrt{3a}+2a+6}{3}$

$6a+3k=4\sqrt{3a}+2a+6$

$4(a\sqrt{a^2-3a})-6+3k=0$

$4a-4\sqrt{3a}-6+3k=0$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{8-6x}{3x-2} = ax+b$

$8-6x = (3x-2)(ax+b) = 3ax^2+3bx-2ax-2b$

$3ax^2+3bx-2ax+6x-2b-8=0$

$D=(3b-2a+6)^2+4\cdot 3a\cdot 2(b+4)$

$9b^2+4a^2+36+36b-24a-12ab+24ab+96a$

$9b^2+4a^2+36+36b+72a+12ab=0$

$(3b+2a+6)^2+48a=0$

$4ak=72a$

$\frac{72}{4}=18$

$(3b+2a+6)^2=-48a$

$324-36=288$

$\boxed{a<0}$

$48=(4\cdot\sqrt{3})^2$

$3b+2a+6=4\sqrt{a}\cdot 4\sqrt{3}$

$b=\frac{4-(4\sqrt{3}\cdot\sqrt{a}+2a+6)}{3}$

$b=-\frac{4\sqrt{3a}+2a+6}{3}$

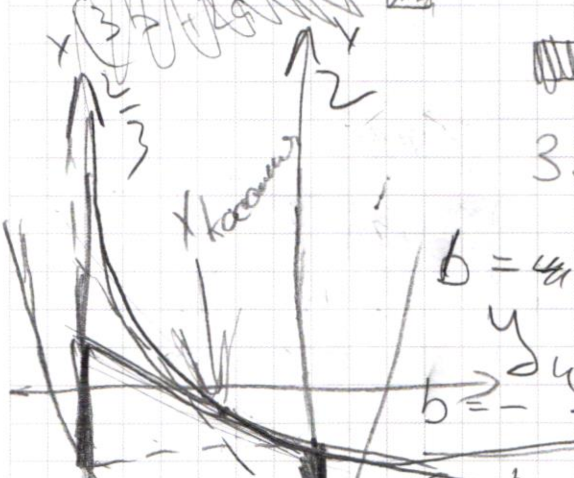
$2a+b=$

$b=k-2a$

$6a-3k=4\sqrt{3a}+2a+6$

$3k=4a-4\sqrt{3a}-6$

$3k-6a=-$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\cancel{y^2+36x^2-12xy+6x+y-6}=0$

$(y-6x)^2=(x-1)(y-6)$ $xy-6x-y+6$

$x(y-6)-(y-6)$

$(x-1)(y-6)$

$9x^2+y^2-18x-12y=45$

$9(x-1)^2+(y+6)^2=90$

$45+18x+12y+6xy$

$6x(3+y)+(3+y)\cdot 12-9$

$(3x+y)^2=(6x+12)(3+y)-9$

$6(x+2)(3+y)-9$

$9(x-1)^2+$

$9x^2+y^2-18x-12y-45=0$

$9x^2-18x+9-(3x-3)^2$

$9a^2+b^2-90=0$

$(y-6x)^2=ab$ $\quad 6(y-6x)^2=6ab$

$9a^2+b^2+6ab=6(y-6x)^2+90$

$(3a+b)^2=6(y-6x)^2+90$

$(3(x-1)+y-6)=3x-3+y-6$ $\boxed{(3x+y-9)^2=6(y-6x)^2+90}$

$6(y^2+36x^2-12xy)+90$

$6y^2+216x^2-72xy+90$

$(3b-2a+6)^2+4a\cdot 3a(2b+8)=0$

$9b^2+4a^2+36+18b-$

$12a\cdot 8=$

$(3b-2a+6)(3b-2a+6)$

$9b^2-6ab+18b-6ab+4a^2-12a+$

$+18b-12a+36$

$9b^2+4a^2+36-12ab-24a+$

$+36b+$

$+24ab+72a=0$

$18x-3x\cdot 2$

$8-6x=(3x-2)(ax+b)$

имеет 1 решение

$8-6x=(3x-2)(ax+b)$

$8-6x=3ax^2+3bx-$

$-2ax-2b$

$D=0$

$3a\cdot x^2+(3b-2a+6)x$

$-2b-8$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

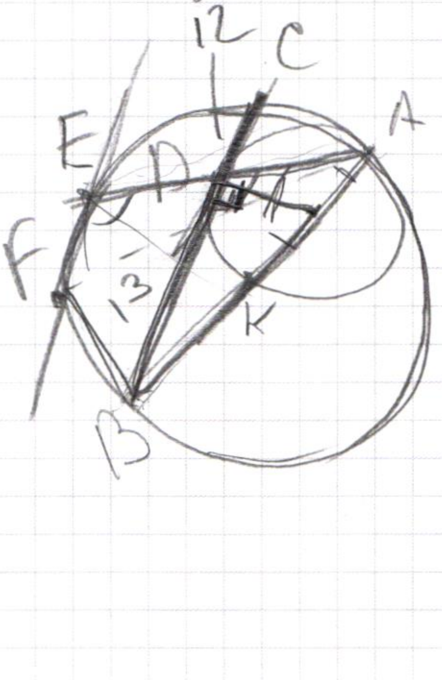
$y^2+36x^2-12xy=xy-6x-y+6$

$$\begin{cases} y^2+36x^2-13xy+6x+y-6=0 \\ 9x^2+y^2-18x-12y-45=0 \end{cases}$$

15 3

$(y-13x+3)(\quad 13)$

$13(3+y-x)$



$BD^2=BK\cdot(BK+2r)$

$BD^2=BK^2+2BKr$

$BD^2=(BK+r)^2+r^2$

$BK^2+2BKr+r^2$

$BD^2+r^2=(BK+r)^2$

$BK^2+2BK\cdot r+r^2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)