МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}, \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x + \left|x^2 - 10x\right|^{\log_3 4} \geqslant x^2 + 5^{\log_3\left(10x - x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{15}{2}$, $BD = \frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 25$, $2 \leqslant y \leqslant 25$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x - 16}{4x - 5} \leqslant ax + b \leqslant -32x^2 + 36x - 3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL = 3$, $KM = 1$, $MN = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta + \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos 4\beta = 2\cos^2 2\beta - 1$

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = \sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \cos 2\alpha \cdot$

$\cdot \sin 4\beta + \sin 2\alpha = \sin 2\alpha \cdot (\cos 4\beta + 1) +$

$+ 2\cos 2\alpha \cdot \cos 2\beta \cdot \sin 2\beta =$

$= 2\cos 2\beta(\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta) =$

$= 2\cos 2\beta \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{2}{5}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}} = -(\sin(2\alpha+2\beta))$

$\cos 2\beta = -\sin(2\alpha+2\beta)$

$\cos 2\beta = -\cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha - 2\beta)$

$\left[\begin{array}{l} 2\beta = \pi - \frac{\pi}{2} + 2\alpha + 2\beta + 2\pi n,\ n \in Z \\ 2\beta = \pi + \frac{\pi}{2} - 2\alpha - 2\beta + 2\pi m,\ n \in Z \end{array}\right.$

$\begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}\left[\begin{array}{l} \alpha = -\frac{\pi}{4} - \pi n \\ \alpha = \frac{3\pi}{4} - 2\beta + \pi m \end{array}\right.$

1). $tg(\alpha) = -1$

2) $tg(2\beta) = \frac{\sin(2\beta)}{\cos 2\beta} = \pm 2$

$tg(\alpha) = tg(\frac{3\pi}{4} - 2\beta) = \frac{tg\frac{3\pi}{4} - tg 2\beta}{1 + tg\frac{3\pi}{4} \cdot tg 2\beta}$

$tg(2\beta) = 2,\ tg\alpha = 3.$

$tg(2\beta) = -2.\ tg\alpha = \frac{1}{3}$

Ответ: -1, 3, $\frac{1}{3}$.

2.

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2y(x-6)-(x-6)} \\ x(x-12)+36y(y-1)=45 \end{cases}$$

Пусть $t=x-6$, $u=2y-1$, $ut\geq 0$

$t+6-12y=t+6(1-2y)=t-6u$

$t-6u=\sqrt{ut}$. $t\geq 6u$

$t^2-12u+36u^2=ut$

$t^2-13ut+36u^2=0$

$D=169u^2-144u^2=25u^2$

$t_1=\frac{13u+5u}{2}=9u$, $t_2=\frac{13u-5u}{2}=4u$

$(t+6)(t-6)+36\left(\frac{u+1}{2}\right)\left(\frac{u-1}{2}\right)=45$

$t^2-36+9u^2-9=45$

$t=9u$

$81u^2+9u^2-45=45$

$90u^2=90$, $u_1=1$, $u_2=-1$

$$\left[\begin{array}{l} t=9,\ u=1 \\ t=-9,\ u=-1 \text{ - не подходит } (t<6u) \end{array}\right.$$

$t=4u$

$16u^2-36+9u^2-9=45$

$25u^2=90$, $u_1=\sqrt{\frac{18}{5}}$, $u_2=-\sqrt{\frac{18}{5}}$

$$\left[\begin{array}{l} t=4\cdot\sqrt{\frac{18}{5}},\ u=\sqrt{\frac{18}{5}} \text{ - не подходит } (t<6u) \\ t=-4\sqrt{\frac{18}{5}},\ u=-\sqrt{\frac{18}{5}} \end{array}\right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t=9,\ u=1 \Rightarrow x=15,\ y=1$

$t=-4\sqrt{18/5},\ u=-\sqrt{18/5}$

$\Rightarrow x=6-4\sqrt{18/5},\ y=-\frac{1}{2}\cdot\sqrt{18/5}+\frac{1}{2}$

$x=6-\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{5}},\ y=-\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}+\frac{1}{2}$

Ответ: $(15;1)$, $\left(6-\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{5}};\ -\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}+\frac{1}{2}\right)$

3.

$10x-x^2+|x^2-10x|^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3(10x-x^2)}$

Ограничения: $10x-x^2>0$, значит

$|x^2-10x|=10x-x^2$

Пусть $10x-x^2=t$

$t+t^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}$

$t(t^{\log_3 4-1}+1) \geq 5^{\log_3 t}$

так как $3>1$, то данное нер-во равносильно по следующему

$\log_3(5^{\log_3 t}) \leq \log_3(t(t^{\log_3 4-1}+1))$

$\log_3 5\log_3 t \leq \log_3 t+\log_3(t^{\log_3\frac{4}{3}}+1)$

$\log_3 t(\log_3 5-1) \leq \log_3(t^{\log_3\frac{4}{3}}+1)$

$\log_3 t\cdot\log_3\frac{5}{3} \leq \log_3(t^{\log_3\frac{4}{3}}+1)$

Подходит любое $t \in (0; 1]$

так как при таком t

$\log_3 t \cdot \log_3 \frac{5}{3} \leq 0$

$\log_3 (t^{\log_3 4/3} + 1) > 0$

Рассмотрим $t > 1$

~~$\log_3 t^{\frac{5}{3}} \leq \log_3 (t^{\log_3 4} + 1)$~~

$\log_3 t^{\log_3 \frac{5}{3}} \leq \log_3 (t^{\log_3 \frac{4}{3}} + 1)$

т.к $3 > 1$, то нер-во равносильно

$t^{\log_3 \frac{5}{3}} \leq t^{\log_3 \frac{4}{3}} + 1$

функции $g(t) = t^{\log_3 \frac{5}{3}}$ и $f(t) = t^{\log_3 \frac{4}{3}} + 1$ пересекутся 1 раз при $t > 0$ в точке $t = 9$, при $t > 9$

$t^{\log_3 \frac{5}{3}} > t^{\log_3 \frac{4}{3}} + 1$

значит, $t \leq 9$ и $t > 0$

$$\begin{cases} 10x - x^2 \leq 9 \\ 10x - x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 10x + 9 \geq 0 \\ x^2 - 10x < 0 \end{cases}$$

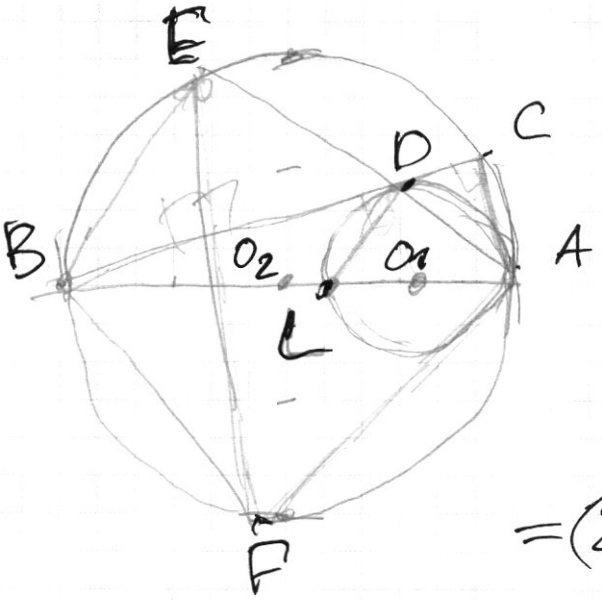
$$\begin{cases} 0 < x < 10 \\ \left[\begin{array}{l} x \geq 9 \\ x \leq 1 \end{array}\right. \end{cases}$$

$x \in (0; 1] \cup [9; 10)$

Ответ: $x \in (0; 1] \cup [9; 10)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

4



$O_1, O_2 \in BA$

(A – т. внут. касания)

$\omega \cap BA = L$

Пусть R – радиус Ω_1

r – радиус ω

По т. о квадрате кас.:

$BD^2 = BL\cdot BA = (2R-2r)2R = \frac{225}{4}$

$\angle LDA = 90^\circ$ (LA - диаметр)

$\angle BEA = 90^\circ$ (BA - диаметр)

$\angle EAB$ – общ.

$\Rightarrow \triangle ADL \sim \triangle AEB \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AL}{AB} = \frac{r}{R}$, $AD = AE\frac{r}{R}$ ~~$\frac{r}{R} = k$~~

По. т. о т. пересечения хорд: $ED\cdot AD = CD\cdot BD = 15\cdot 17/4 = \frac{255}{4}$

~~$(AE-AD)AD = (AE - AE\frac{r}{R})AE\frac{r}{R} = \frac{(R-r)r}{R^2}AE^2 = \frac{255}{4}$~~

~~$AD \cdot AE = \ldots = \frac{255}{4}$~~

~~$k^2 = \frac{255\cdot 16}{225\cdot 4} = \frac{17\cdot 4}{15}$, $k = \ldots$~~

$\cancel{R^2 - Rr = \frac{225}{8}}$

$\cancel{R^2 - RkR = R^2(1-k) = \frac{225}{8}}$ $\cancel{R = \sqrt{\frac{225}{8\left(1-\sqrt[3]{\frac{98}{15}}\right)}}}$

$\cancel{r = \sqrt[3]{\frac{98}{15}} \cdot \sqrt{\frac{225}{8\left(1-\sqrt[3]{\frac{98}{15}}\right)}}}$

$\cancel{\angle AFE = \angle ABE}$ ~~(впис-е, общ. дуга)~~

$\cancel{AD \cdot AE}$

$\angle BDO_1 = \angle BCA = 90^\circ$
$\angle CBA$ – общ. $\Rightarrow \triangle BDO_1 \sim \triangle BCA \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{BO_1}{BA} = \frac{2R-r}{2R}$

$\frac{BD}{BC} = \frac{17}{2\cdot 16} = \frac{17}{32}$, $34R = 64R - 32r$

$32r = 30R$, $r = \frac{15}{16}R$

$R^2 - Rr = \frac{225}{16}$

$R^2\left(1 - \frac{15}{16}\right) = \frac{225}{16}$, $R = 15$, $r = \frac{225}{16}$

$\angle AFE = \angle ABE$ (впис-е, общ. дуга)

$DE = AE - AD = AE\left(1 - \frac{r}{R}\right) = AE \cdot \frac{1}{16}$

$AD = \frac{r}{R} AE = \frac{15}{16} AE$

$AE^2 \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{1}{16} = \frac{15 \cdot 17}{4}$, $AE^2 = \frac{4 \cdot 15 \cdot 17}{15} = 4 \cdot 17$

$\cancel{AE = 2\sqrt{17}}$

$\angle BEA = 90^\circ$ (BA – диаметр) см. на стр. №9

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.

$f(y\cdot\frac{x}{y}) = f(\frac{x}{y}) + f(y)$

$f(x) = f(\frac{x}{y}) + f(y)$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$

Если $f(\frac{x}{y})<0$, то $f(x)<f(y)$

$f(2)=f(3)=f(4)=f(6)=f(8)=f(9)=f(12)=$
$=f(16)=f(18)=f(24)=0$ — 10 знач

$f(5)=f(7)=f(10)=f(14)=f(15)=f(20)=$
$=f(21)=1$ — 7 знач

$f(11)=2=f(22)=f(25)$ — 3 знач.

$f(13)=3$ — 1 знач.

$f(17)=f(19)=4$ — 2 знач

$f(23)=5$ — 1 знач

Пусть множество n при которых $f(n)=0$ — назовем I группой, $f(n)=1$ II группой. $f(n)=2$ III группой ....
$f(n)=5$ — VI группой $(n\in N, n\le 25)$

Если y — в I группе, то нет таких x, что $f(y)>f(x)$

Если y — в II группе, то x в I групп.
$7\cdot 10=70$ — пар (x,y)

Если y в III группе, то x или в I группе или во II группе
$3\cdot(10+7)=51$ - пара
Аналогично,
если y в IV группе, то $1\cdot(7+3+10)=20$ пар (x,y)
если y в V группе, то $2(1+7+7+10+1)=21\cdot 2=42$ - пары (x,y)
если y в VI группе, то
$1\cdot(2+3+7+3+10)=25$ пар (x,y)
~~Итого $70+51+20+84+25=250$ пар (x,y), удовлетворяющих условию~~
Ответ: 250
Итого $70+51+20+42+23=$
$=206$ пар

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.

$$\sin EBA = \frac{EA}{AB} = \frac{2\sqrt{7}}{30}$$

$$\angle EBA = \angle AFE = \arcsin \frac{2\sqrt{7}}{30} =$$

$$= \arcsin \frac{\sqrt{7}}{15}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

$$\begin{cases} \sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \cos 2\alpha \cdot \sin 4\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$\cos 4\beta = 2\cos^2 2\beta - 1$

$\sin 2\alpha \cdot 2\cos^2 2\beta + 2\cos 2\alpha \cdot \cos 2\beta \cdot \sin 2\beta = -\frac{2}{5}$

$\cos 2\beta\,(\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta) = -\frac{1}{5}$

$\cos 2\beta \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{1}{5}$, $\cos(2\beta) = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos 2\beta = -\cos(2\alpha + 2\beta)$

$$\begin{cases} 2\beta = \pi - 2\alpha - 2\beta + 2\pi n \\ 2\beta = \pi + 2\alpha + 2\beta + 2\pi m \end{cases}$$

1) $-2\alpha = \pi + 2\pi n$, $\alpha = -\frac{\pi}{2} - \pi n$

$2\beta = \pi$

2) $2\alpha = \pi - 4\beta + 2\pi n$

$\alpha = \frac{\pi}{2} - 2\beta + \pi m$

$tg(\alpha) = ctg\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = ctg(2\beta + \pi k) = ctg(2\beta)$

$\sin(2\beta) = \pm\sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

$ctg(2\beta) = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{1}{2}$. $ctg(2\beta) = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{\sqrt{5}}\sin 2\alpha + \cos 2\alpha \frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\quad 1\sin 2\alpha + 2\cos 2\alpha = -1$

$\sin(2\alpha + \varphi) = k$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

~~$\cos(2\alpha+2\beta) = -\sin$~~

$\cos(2\beta) = -\sin(2\alpha+2\beta)$

$\cos(2\beta) = -\cos(\frac{\pi}{2}-2\alpha-2\beta)$

$2\beta = \pi + \frac{\pi}{2} + 2\alpha + 2\beta + 2\pi n$

$-2\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ \alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi k$

$tg(\alpha) = -1$

$2\beta = \pi + \frac{\pi}{2} - 2\alpha - 2\beta + 2\pi n$

$2\alpha = \frac{3\pi}{2} - 4\beta + 2\pi n$

$\alpha = \frac{3\pi}{4} - 2\beta + \pi n$

$tg(\alpha) = tg(\frac{3\pi}{4} - 2\beta) = \frac{tg\frac{3\pi}{4} - tg 2\beta}{1 + tg\frac{3\pi}{4} \cdot tg 2\beta}$

$tg(2\beta) = \pm 2$

$tg\alpha$

$\frac{-3}{1-2}$

$\frac{-1+2}{1+2}$

2.

$\begin{cases} x-12y = 2xy-12y-x+6 \\ x^2+36y^2-12x-36y = 45 \end{cases}$

$(x^2-12x+36) + 36(y^2-y) - 81 = 0$

$2y(x-6)-(x-6) = (2y-1)(x-6)$

$t+6-12y = t+6(1-2y) = t+6u$

$(t+6)t + (u+2)(u+1)36 - 45 = 0$

$t^2 - 12ut + 36u^2 - ut = 0$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$5^{\log_3 t} \le t\left(t^{\log_3 4-\log_3 3}+1\right)$

$\log_3 5 \log_3 t \le \log_3 t + \log_3\left(t^{\log_3 \frac{4}{3}}+1\right)$

$\log_3 t\left(\log_3 5-1\right) \le \log_3\left(t^{\log_3 \frac{4}{3}}+1\right)$

$\log_3 t \cdot \log_3 \frac{5}{3} \le \log_3\left(t^{\log_3 \frac{4}{3}}+1\right)$

$\log_3\left(t^{\log_3 \frac{5}{3}}\right) \le \log_3\left(t^{\log_3 \frac{4}{3}}+1\right)$

$t^{\log_3 \frac{4}{3}}+1 \ge t^{\log_3 \frac{5}{3}}$

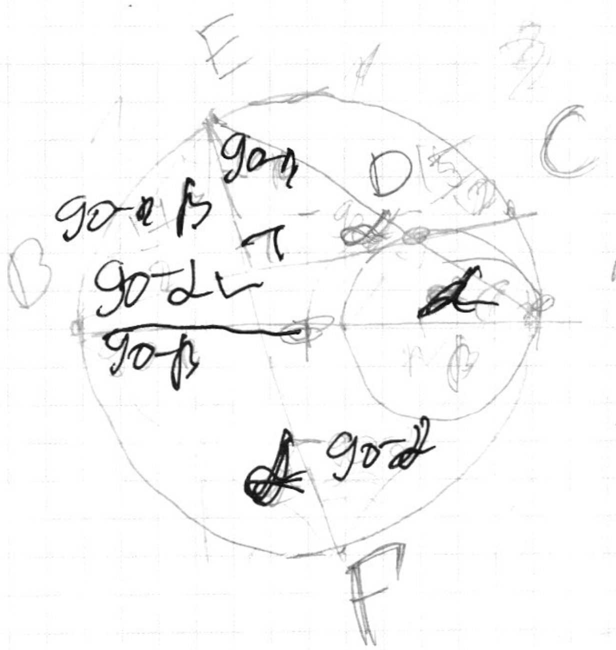
2 - функции - пересекутся 1 раз

$t=3$ если $t>3$ то $t^{\log_3 \frac{5}{3}} > \ldots$

$0 \le t \le 3$

$\log_3 \frac{5}{3} x = \frac{4}{3} x + 1$

4.



$(D-d)D = BD^2$

$\angle AFE$ $S(EP)$

$\frac{AD}{AE} = \frac{r}{R}$

$AD(AE-AD) =$

$\frac{17 \cdot 15}{4}$

$(2R-2r)2R = BD^2$

$4R^2 - 2Rr - BD^2 = 0$

$t = (3^x)^{\log_3 \frac{4}{3}}$ 2

$\frac{4}{3}x + 1 = \left(\frac{5}{3}\right)^x$

$25 - 16$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t^2-13ut+36u^2=0$

$169u^2-36\cdot4u^2=25u^2$

$t=\frac{13u\pm5u}{2}$ $t=9u$, $t=4u$

$(9u+6)9u+36u^2+36\cdot3u+36\cdot3-45=0$

$81u^2+54u+36u^2+108u+63=0$

$117u^2+162u+63=0 \quad :9$

$13u^2+18u+7=0$

$18^2-7\cdot13\cdot4=324$

$16u^2+24u+36u^2+108u+63=0$

$52u^2+132u+63=0$

$(4u+9)(13u+7)$

$R^2-R\frac{225}{8}=0$

$R=\frac{R+\frac{225}{8}}{2}$

5

$10x+(10x-x^2)^{\log_3 4}\geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$

$x^2-10x+5^{\log_3(10x-x^2)}\leq(10x-x^2)^{\log_3 4}$

$10x-x^2=t$ $\qquad t>0$

$5^{\log_3 t}-t\leq t^{\log_3 4}$

$\cancel{\log_3 5\cdot\log_3 t}$ $\quad 5^{\log_3 t}\leq t(1+t^{\log_3 4})$

$5^{\log_3 t}$ $\quad t^{\log_3 4}$ $\qquad t<1$ любое

$\log_3 5\log_3 t$ $\quad \log_3 4\log_3 t$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$16x-16 \le (ax+6)$

$\frac{16x-16}{4x-5} = \frac{16x-20}{4x-5} + \frac{4}{4x-5}$ $\quad 4+\frac{4}{4x-5}$

$f(17)=4$, $f(18)=0$, $f(19)=4$, $f(20)=1$

$f(21)=\cancel{f}(1)$, $f(22)=2$. $f(23)=\cancel{5}$

$f(24)=0$, $f(25)=2$

$MC=16$

$AE = AD\frac{R}{r} = ADk$

$DE = \cancel{AE}-AD = AD(k-1)$

$AD\cdot DE = \frac{AD^2}{k}(k-1) = \frac{k(R-r)}{R} = C_1$

$\cancel{R^2(R-r)}$ $\quad AD^2\frac{R-r}{R} = C_1$

$R-r = \cancel{C_2}\,r \quad \frac{C_2}{R}$ $\quad AD^2\frac{C_2}{r\,R} = C_1$

$AD \quad AD^2 = \frac{C_1}{C_2}(R^2-C_2)$

$Rr = R^2 - C_2$

$\frac{BD}{BC} = \frac{2R-r}{R}$

$\begin{array}{r}141\\+\ 42\\\hline 83\\223\\\hline 206\end{array}$ $\quad \begin{array}{r}121\\+\ 20\\\hline 141\\+\ 84\\\hline 225\\225\end{array}$

$-32x^2+36x-3$

$x = \frac{-36}{-64} = \frac{9}{16}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(1) = 2f(1)$ $f(1) = 0$

$f(2) = 0$, $f(3) = 0$, $f(5) = 1$

$f(7) = 1$ $f(11) = 2$ $f(13) = 3$

$f(17) = 4$ $f(21) = 5$ $f(23) = 5$

$f(3k) = f(3) + f(k) = 0$

$f(2k)$ $f(2 \cdot \frac{1}{2}) = f(\frac{1}{2}) + f(2)$

$f(\frac{1}{2}) = 0$

$f(7 \cdot \frac{1}{7}) = f(7) + f(\frac{1}{7})$

$f(a \cdot \frac{k}{a}) = f(\frac{k}{a}) + f(a)$

$f(\frac{k}{a}) = f(a) - f(k) < 0$

$f(y \cdot \frac{x}{y}) = f(\frac{x}{y}) + f(y)$

$f(k) = f(0)$

$f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = 0$

$f(5) = 1$, $f(6) = 0$, $f(7) = 1$ $f(8) = 0$

$f(9) = 0$, $f(10) = 1$, $f(11) = 2$, $f(12) = 0$,

$f(13) = 3$, $f(14) = 1$, $f(15) = 1$ $f(16) = 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)