



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}, \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$|x^2 - 26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x - x^2)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC , повторно пересекает Ω в точке F . Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF , если известно, что $CD = 12$, $BD = 13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $4 \leq x \leq 28$, $4 \leq y \leq 28$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geq ax + b \geq 18x^2 - 51x + 28$$

выполнено для всех x на промежутке $(\frac{2}{3}; 2]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TU . Известно, что $XY = \sqrt{3}$, $TX = \sqrt{2}$, $TZ = 2$. Найдите длину ребра XZ . Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

$$AB = 65$$

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(65-25)(65+25)} = 2 \cdot 3 \cdot 10 = 60$$

$$\angle AEC = \angle CBA \text{ (один из углов на } \angle AEC)$$

$$\sin AEC = \sin ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$$

$$AD = \sqrt{DC^2 + AC^2} = \sqrt{3600 + 144} = \sqrt{3744} = 12\sqrt{26}$$

$$\angle KDE = \angle ADC \text{ (верши.)} \Rightarrow \triangle KDE \sim \triangle ADC \text{ (по 2-м углам)} \Rightarrow \sin KDE = \sin ADC$$

$$\sin ADC = \frac{DC}{AD} = \frac{12}{12\sqrt{26}} = \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\text{так } EF \perp BC, AC \perp BC \Rightarrow EF \parallel BC \Rightarrow BCEF \text{ — трапеция, вписанная} \Rightarrow \text{равноб.} \Rightarrow \angle EFA = \angle FEC$$

$$\sin FEC = \sin(\overset{\angle FEA}{\angle ADC} + \angle KAE)$$

$$\angle FEA = \beta \quad \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{26}} \Rightarrow \cos \beta = \frac{5}{\sqrt{26}}$$

$$\angle AEC = \alpha \quad \sin \alpha = \frac{12}{13} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{\sqrt{26}} + \frac{1}{\sqrt{26}} \cdot \frac{5}{13} =$$

$$= \frac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow \angle EFA = \angle FEC = \arcsin \frac{5}{\sqrt{26}} \quad \text{или } \frac{60+5}{13\sqrt{26}}$$

$$\text{в } \triangle AEC \text{ по т. синусов } \frac{AC}{\sin \alpha} = \frac{EC}{\sin \beta}$$

$$\frac{60}{\frac{12}{13}} = \frac{EC}{\frac{1}{\sqrt{26}}} \quad EC = \frac{5 \cdot 13}{\sqrt{26}} = \frac{5 \cdot \sqrt{26}}{2}$$

$$\sin \angle KCE = \sin(90^\circ - (\alpha + \beta)) = \cos(\alpha + \beta) = \sqrt{1 - \frac{25}{26}} = \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\frac{ED}{\sin \cos \beta} = \frac{DC}{\sin \alpha} \quad ED \cdot \sqrt{26} = \frac{12 \cdot 13}{12}$$

$$ED = \frac{13}{\sqrt{26}} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\downarrow \\ AE = AD + BD = R\sqrt{26} + \frac{\sqrt{26}}{2} = \frac{25\sqrt{26}}{2}$$

$$\frac{ET}{EC} = \sin \angle ECT$$

$$\frac{EK}{EC} = \sin \angle ECK = \cos \alpha + \beta$$

$$\frac{2 \cdot EK}{25\sqrt{26}} = \frac{1}{\sqrt{26}} \Rightarrow EK = \frac{15}{2}$$

так как $\angle FAC$ - равное $\angle K$, $CK \perp EF$

$$\downarrow \\ EK = \frac{EF - AC}{2}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{EF - 60}{2} \Rightarrow EF = 65$$

$$S_{FEA} = \frac{EF \cdot \sin \beta \cdot FA}{2} = \frac{65 \cdot \frac{25\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{26}}}{2} = \frac{65 \cdot 25}{4} = \frac{1625}{4}$$

Ответ: $\frac{65}{2}$; $\frac{15}{2}$; $\arcsin \frac{5}{\sqrt{26}}$; $\frac{1625}{4}$

$$\sqrt{1} \left\{ \begin{aligned} \sin(2\alpha + 2\beta) &= \frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha &= -\frac{2}{17} \end{aligned} \right.$$

$$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \end{aligned}$$

$$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$$

$$2 \sin \frac{4\alpha + 4\beta}{2} \cos \frac{4\beta}{2} = -\frac{2}{17}$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + 2\beta) \cos 2\beta &= -\frac{1}{17} \\ -\frac{1}{\sqrt{17}} \cos 2\beta &= -\frac{1}{17} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$2\beta = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n$$

$$1) 2\beta = \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n$$

$$\sin(2\alpha + \arccos \frac{1}{\sqrt{17}}) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$1) \downarrow 2\alpha + \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} = -\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n$$

$$2) 2\alpha + \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} = \pi + \arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n$$

$$2) 2\alpha = -(\arccos \frac{1}{\sqrt{17}} + \arcsin \frac{1}{\sqrt{17}}) + 2\pi n$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\text{tg } \alpha = -1$$

$$\sin(\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} - \arccos \frac{1}{\sqrt{17}}) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{17}} \sin \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{17}} \arccos \sin \arccos \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} - \arccos \sin(\arccos \frac{1}{\sqrt{17}}) \cos(\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}})$$

$$2\alpha = \pi - \arcsin \frac{15}{17} + 2\pi n$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\arcsin \frac{15}{17}}{2} + \pi n$$

$$= \frac{1}{17} - \frac{16}{17} = -\frac{15}{17} \Rightarrow$$

$$\text{tg } \alpha = \text{ctg} \left(\frac{\arcsin \frac{15}{17}}{2} \right) = \frac{1 - \text{tg}^2 \left(\frac{\arcsin \frac{15}{17}}{2} \right)}{2 \text{tg} \left(\frac{\arcsin \frac{15}{17}}{2} \right)}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{1 - \frac{225}{64}}{\frac{15}{4}} = \frac{64 - 225}{15} = -\frac{161}{15}$$

$$\text{II) } 2\beta = -\arccos \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n$$

$$2\alpha = \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n =$$

$$\sin(\arccos \frac{1}{\sqrt{17}} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{17}}) = \frac{4}{\sqrt{17}} \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} - \left(\frac{1}{\sqrt{17}}\right)^2 = \frac{15}{17}$$

$$\alpha = \frac{\arcsin \frac{15}{17}}{2} + \pi n$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{15}{17} + \pi n \Rightarrow \frac{5}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4y_d = \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{15}{17} \operatorname{arccos} \sin \frac{15}{17}}{1 + \cos \frac{15}{17} \operatorname{arccos} \sin \frac{15}{17}}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{8}{17}}{1 + \frac{8}{17}}} = \frac{3}{5}$$

Ответ: $-1; \frac{3}{5}; \frac{5}{3}$

$$\sqrt{2} \begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6} \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45 \end{cases}$$

$$y - 6 - 6x + 6 = (y - 6)(x - 1)$$

$$9x^2 - 18x + \frac{9}{4} + y^2 - 12y + 36 = 90$$

$$9(x - \frac{1}{2})^2 + (y - 6)^2 = 90$$

$$\begin{aligned} a - 6b &= \sqrt{ab} \\ a^2 + 9b^2 &= 90 \end{aligned}$$

$$a^2 - 12b + 36b^2 = ab$$

$$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0$$

$$\Delta: 169b^2 - 144b^2 = 25b^2$$

$$a = \frac{13b \pm 5b}{2} = 4b; 9b$$

$$a = 4b$$

$$a = 9b$$

$$16b^2 + 9b^2 = 90$$

$$81b^2 + 9b^2 = 90$$

$$25b^2 = 90$$

$$b = \pm \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

$$b^2 = 1$$

$$a \geq 6b$$

$$b = \pm 1$$

$$a = \frac{12\sqrt{10}}{5}$$

$$a = 9$$

$$a = 9$$

$$a = -\frac{12\sqrt{10}}{5} \quad b = -\frac{3\sqrt{10}}{5}$$

$$b = 1$$

другие не удовс. ОДВ.

~~Ответ:~~

$$y - 6 = -\frac{12\sqrt{10}}{5}$$

$$y = \frac{-12\sqrt{10} + 30}{5}$$

$$x - 1 = -\frac{3\sqrt{10}}{5}$$

$$x = \frac{5 - 3\sqrt{10}}{5}$$

$$y - 6 = 9$$

$$y = 15$$

$$x - 1 = 1$$

$$x = 2$$

Ответ: $\left(\frac{5-3\sqrt{10}}{5}, \frac{30-12\sqrt{10}}{5}\right); (2; 15)$

$$\sqrt{3} |x^2 - 26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x - x^2)}$$

$$\text{отЗ } 26x - x^2 > 0$$

$$\Downarrow \\ x^2 - 26x < 0$$

$$a^{\log_k c} = c^{\log_k a}$$

$$\text{Положим } x^2 - 26x = t$$

$$-t^{\log_5 12} \geq t + 13^{\log_5 -t}$$

$$12^{\log_5 -t} \geq -\log_5 (-5^{\log_5 -t}) + 13^{\log_5 -t}$$

$$\log_5 -t = m$$

$$12^m \geq 13^m - 5^m$$

$$5^m + 12^m \geq 13^m$$

функция 13^m возрастает быстрее, чем функция $5^m + 12^m$, Пересечение осей имеют при $m=2$

$$\Downarrow \\ m \leq 2 \Rightarrow \log_5 -t \leq 2 \\ -t \leq 25 \\ t \geq -25$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^2 - 26x \geq 25$$

$$x^2 - 26x + 25 \geq 0$$

$$D: 676 - 100 = 576$$

$$x = \frac{26 \pm 24}{2} = 1; 25$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [25; +\infty)$$

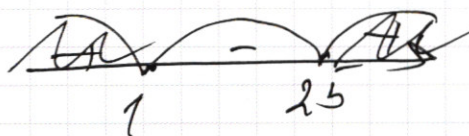
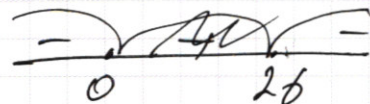
С учетом ОДЗ

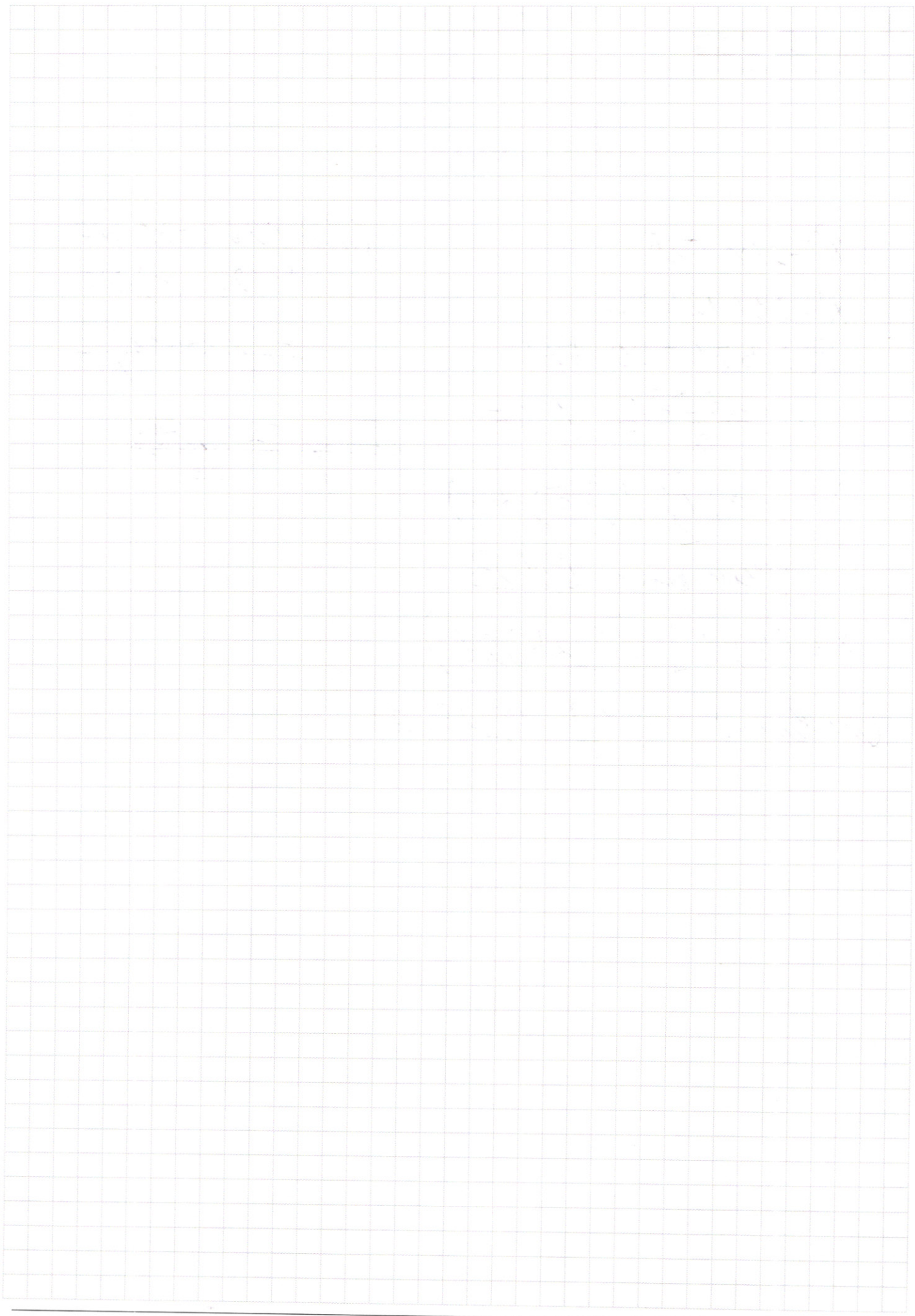
$$x \in (0; 1] \cup [25; 26)$$

$$\text{Ответ: } (0; 1] \cup [25; 26)$$

$$\text{ОДЗ: } 26x - x^2 \geq 0$$

$$x(26 - x) \geq 0$$





черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{ET}{EC} = \sin(90 - \alpha - \beta) = \cos(\alpha + \beta)$$

~~$$\frac{ET}{5\sqrt{26}} = \frac{5\sqrt{26}}{2}$$~~

~~$$5\sqrt{26}$$~~

$$\frac{ET}{5\sqrt{26}} = \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$ET = \frac{5}{2}$$

~~$$ET = \frac{EF - AC}{2}$$~~

$$ET = \frac{EF - AC}{2}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{EF - 60}{2}$$

$$EF = 65$$

$$S_{FEA} = \frac{\sin \beta \cdot AE \cdot EF}{2} = \frac{85 \cdot \frac{1}{\sqrt{26}} \cdot \frac{25 \cdot \sqrt{26}}{2}}{2} =$$

$$S = \frac{65 \cdot 25}{4}$$

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

~~$$\sin(2\alpha + 2\beta) \cos 2\beta = \frac{2}{17}$$~~

$$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\sin(2\alpha + \arcsin \frac{4}{\sqrt{17}}) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$2\alpha = -\arcsin \frac{4}{\sqrt{17}} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\alpha = -\frac{20}{4} \text{ рад}$$

$$\arcsin 4d - \arcsin d$$

~~sin~~

~~$$\arcsin d - \arcsin \beta$$~~

~~$$\arccos d - \arcsin d$$~~

$$\sin(\arccos)$$

$$\sin(\arcsin 4d - \arcsin d) = x$$

$$4d \cos(\arcsin d) - \arccos 4d = x$$

$$\cos(\arcsin d) = \sqrt{1 - d^2}$$

~~$$4d \sqrt{1 - d^2} - 2 \sqrt{1 - 16d^2} = x$$~~

$$2d = \arcsin \frac{4}{\sqrt{17}} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin 2d = \frac{4}{\sqrt{17}} \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\tan d = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$65^2 - 25^2 = 40 \cdot 90 = 2 \cdot 3 \cdot 10 = 60$$

$$AC = 60$$

~~sin~~

$$AD = \sqrt{144 + 3600} = \sqrt{3744}$$

$$\begin{array}{r} 3744 \mid 4 \\ -36 \\ \hline 14 \\ -12 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 936 \mid 3 \\ -9 \\ \hline 3 \\ 104 \end{array}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}} \quad \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{26}}$$

$$\begin{array}{r} 104 \mid 4 \\ -8 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\sin \alpha = \frac{12}{13} \quad \cos \frac{5}{13} \quad 4 \cdot 3 \sqrt{26}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{\sqrt{26}} + \frac{1}{\sqrt{26}} \cdot \frac{5}{13} = 12 \sqrt{26}$$

$$= \frac{65}{13 \cdot \sqrt{26}} = \frac{5}{\sqrt{26}} \quad \cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$EC \sqrt{26} = \frac{665}{13}$$

$$EC = \frac{5 \cdot 13}{\sqrt{26}} = \frac{65}{\sqrt{26}} = \frac{5 \cdot 13 \cdot \sqrt{26}}{26} = \frac{5 \sqrt{26}}{2}$$

$$\frac{ED}{\sin(90 - \alpha + \beta)} = \frac{DC}{\sin \alpha}$$

$$ED \sqrt{26} = \frac{12}{13}$$

$$ED = \sqrt{26} \cdot \frac{12}{\sqrt{26}} = \frac{12}{13}$$

$$AD = 12 \sqrt{26}$$

$$AE = \frac{25 \sqrt{26}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$
 $\frac{13}{60}$
 $\frac{1}{13}$
 $\frac{13}{2 \cdot 27}$

$AD = \dots$
 $AF = EC$
 $50x - 25y = 26x$
 $25y = 24x$
 $y = \frac{24x}{25}$
 $13^2 + h_1^2 = 2h_2 - h_1$
 $13^2 = 2h_2(2h_2 - h_1)$
 $169 = 2h_2 - h_1^2 - h_1$
 $169 = 4h_2^2 - 4h_2h_1$
 $169 = 2x - y^2 - y$
 $169 = 4x^2 - 4xy$
 $169 = 4x^2 - 4x^2 \cdot \frac{24}{25}$
 $169 = 4x^2(1 - \frac{24}{25})$
 $169 = 4x^2 \cdot \frac{1}{25}$

$\frac{TC \cdot \sqrt{79}}{65\sqrt{5}} = \frac{60\sqrt{3} + 10}{13 \cdot \sqrt{79}}$
 $79TC = 5\sqrt{5}(60\sqrt{3} + 10)$
 $TC = \frac{5\sqrt{5}(60\sqrt{3} + 10)}{79}$

$\sin(90 - (x+y)) = \cos$
 $x = \frac{65}{2}$
 $h_2 = \frac{65}{2}$
 $h_1 = \frac{24 \cdot \frac{65}{2}}{25} = \frac{12 \cdot 13}{5} = \frac{156}{5}$
 $4x^2 = 25 \cdot 169$
 $2x = 5 \cdot 13$

$$90 - b^2 - 12b\sqrt{90-b^2} + 36b^2 = \sqrt{90-b^2}$$

$$90 + 35b^2 = b\sqrt{90-b^2} \cdot 13$$

$$8100 + 630b^2 + 1225b^4 = 169b^2 \cdot 90 -$$

$$- 169b^4$$

$$- 13780b^2 + 1384b^4 + 8100 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1- \\ + 1225 \\ 169 \\ \hline 1384 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 35 \\ 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \\ 58 \\ \times 169 \\ 1690 \\ \hline 14470 \\ 630 \\ \hline 13780 \end{array}$$

$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + b^2 = 90 \end{cases}$$

$$a^2 - 12b + 36b^2 = ab$$

$$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0$$

$$169b^2 - 140b^2 = 29b^2$$

$$a = \frac{13b \pm b\sqrt{29}}{2}$$

$$\begin{aligned} 169 + 29 &= \\ &= 198 \end{aligned}$$

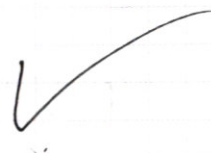
$$a = 13b + \frac{b(13 + \sqrt{29})}{2}$$

$$b^2 + \left(\frac{13b + \frac{b(13 + \sqrt{29})}{2}}{b} \right)^2 = 90$$

$$b^2 + \left(\frac{202 + 26\sqrt{29}}{4} \right) = 90$$

$$b^2 = \frac{360}{202 + 26\sqrt{29}}$$

~~6~~



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\log_5^{-1} |t| \log_5^{-1} 12 \geq t + 13 \log_5(t+t)$$

$$t \geq 0$$

$$t \log_5^{-1} 12 \geq t + (-t) \log_5 13$$

$$a = 6b + \sqrt{ab}$$

$$36b^2 + 12b$$

$$(-t) \log_5^{-1} 13 + t \leq t \log_5^{-1} 12$$

$$(-t) \log_5^{-1} 12 \geq t + 13 \log_5^{-1} t + \log_5 t \log_5 t$$

$$t = 5 \log_5^{-1} t$$

$$-3 + 6 \cdot 9 =$$

$$= -3 + 54 = 51$$

$$-3 - 9$$

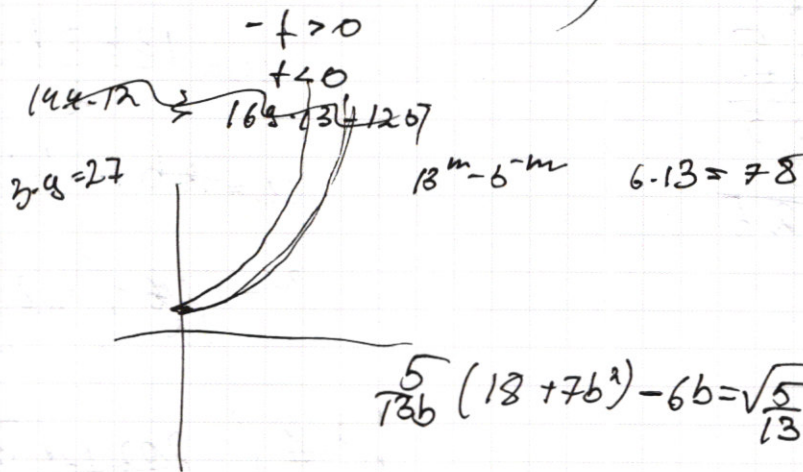
$$12 \log_5(t+t) \geq -5 \log_5^{-1} t + 13 \log_5(t+t) \leq 12 \log_5 t$$

$$\log_5(-t) = \log_5 t + \log_5(-1)$$

$$12^x \geq 5^x - 5^x + 13^x$$

$$12^{2m} \geq 13^{2m} - 5^{2m}$$

$$12^m \geq 13^m - 5^m$$



$$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0$$

$$90 - 13ab + 35b^2 = 0$$

$$y - 6x = \sqrt{(y-6)(x-1)}$$

$$(y-6)^2 + (x-1)^2 = 90$$

$$y - 6 + b - 6x$$

$$y - 6 - 6(x-1)$$

$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + b^2 = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 12ab + 36b^2 = ab \\ a^2 + b^2 = 90 \end{cases}$$

$$a = \sqrt{90 - b^2}$$

$$y - 18 = \sqrt{81}$$

$$b^2 + 12ab - 36b^2 = 90 - ab$$

$$13ab = 90 + 35b^2$$

$$13ab = 5(18 + 7b^2)$$

$$a = \frac{5(18 + 7b^2)}{13b}$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\tan \alpha = -1$$

$$2\beta = \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n$$

$$\sin(2\alpha - \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$2\alpha - \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} = -\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n$$

$$2\alpha = \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n$$

$$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin 2\alpha \frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{4}{\sqrt{17}} \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin 2\alpha + 4 \cos 2\alpha = -1$$

$$\tan 2\alpha + 4 = -\frac{1}{\cos 2\alpha}$$

$$\sin 2\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{17}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\cos(2\alpha + 2\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\cos(2\alpha + \arccos \frac{1}{\sqrt{17}}) = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\cos 2\alpha \sin(\arccos \frac{1}{\sqrt{17}}) + \sin 2\alpha \cos(\arccos \frac{1}{\sqrt{17}})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\begin{cases} \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \end{cases} \quad \text{tg } \alpha - ?$

$$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$$

$$2 \sin \left(\frac{2\alpha + 4\beta + 2\alpha}{2} \right) \cos \left(\frac{2\alpha + 4\beta - 2\alpha}{2} \right) = -\frac{2}{17} + \sin \left(\frac{2\alpha + \beta + \frac{2\alpha}{2}} \right) + \sin \left(\frac{2\alpha + \beta - \frac{2\alpha}{2}} \right) =$$

$$2 \sin(2\alpha + 2\beta) \cos 2\beta = -\frac{2}{17} - \frac{2}{17} \sin \frac{2\alpha + \beta}{2} \cos \frac{2\alpha - \beta}{2} + \sin 2\alpha$$

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{17}} \cos 2\beta = \frac{1}{17}$$

$$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$2\beta = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n$$

$$\beta = \pm \frac{\arccos \frac{1}{\sqrt{17}}}{2} + \pi n$$

$$\sin(2\alpha + \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$2\alpha + \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n = \arcsin \left(-\frac{1}{\sqrt{17}} \right) + 2\pi k$$

$$2\alpha = -\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} - \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n$$

$$2\alpha = -\left(\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} + \arccos \frac{1}{\sqrt{17}} \right) + 2\pi n$$

$$2\alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\sqrt{3} \quad |x^2 - 26x| \stackrel{||}{+} \log_5^{-12} + 26x \geq x^2 + 13 \log_5(26x - x^2)$$

$$|t| \log_5^{-12} \geq t + 13 \log_5 t$$

$$t > 0$$

$$t \log_5^{-12} - t \geq 13 \log_5 t$$

~~t~~

$$t(t^{\log_5^{-12}-1} - 1) \geq 13 \log_5 t$$

$$\log_5 t + \log_5(t^{\log_5^{-12}-1}) \geq \log_5 t \cdot \log_5 13$$

$$\log_5 t \cdot (\log_5 13 - 1) \leq \log_5(t^{\log_5^{-12}-1})$$

$$t \log_5^{-12} - t \geq 13 \log_5 t$$

$$\frac{t \log_5^{-12}}{t} - 13 \frac{\log_5 t}{t} \geq t$$

$$t \log_5^{-12} - 13 \log_5 t \geq t$$

$$t \log_5^{-12} - (-t)^{\log_5 13} \geq t$$

$$\frac{t}{t} (t^{\log_5^{-12}-1} - 1)$$

$$t \cdot t^{\log_5^{-12}-1} + t(-t)^{\log_5 13-1} - t \geq 0$$

$$t(t^{\log_5^{-12}-1} + (-t)^{\log_5 13-1} - 1) \geq 0$$

$$x^2 - 26x + 25 \geq 0$$

$$D: 76 - 100$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 12 \\ \hline 1288 \\ 44 \\ \hline 728 \\ 1125 \\ \hline 1853 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ 13 \\ \hline 507 \\ 69 \\ \hline 2197 \end{array}$$

$$\log_5(-t) = \log_5 t + \log_5(-1)$$

$$13 \log_5 t = (-t)^{\log_5 13}$$

$$\log_5 13 \cdot \log_5(-t) = \log_5(-t) \log_5 13$$

$$l = 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{2} \begin{cases} y - 6x = \sqrt{x^2 - 6x - y + 6} \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45 \end{cases}$$

$$y - 6x = \sqrt{(y-6)(x-1)}$$

$$-12 + 18$$

$$\frac{6\sqrt{10}}{6} = \frac{36 \cdot 10}{6}$$

$$9x^2 + y^2 - 18x - 12y - 45 = 0$$

$$D: 144 - 4(9x^2 - 18x - 45) =$$

$$= \sqrt{36 - 9x^2 + 18x + 45}$$

$$4 - x^2 + 2x + 5$$

$$18^2 - 4(9x^2 - 12y - 45) =$$

$$81 - y^2 - 12y + 45$$

$$y^2 = 12xy + 36x^2 = xy - 6x - y + 6$$

$$9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45$$

$$y^2 - 13xy + 36x^2 + 6x + y = 6$$

$$y^2 - 18x - 12y + 9x^2 = 45$$

$$a^2 - 13ab + 27b^2 = 0$$

$$16a -$$

$$y - 6x = \sqrt{ab}$$

$$a^2 + 9b^2 = 90$$

$$y - 6x = \sqrt{ab}$$

$$a = -1$$

$$a = 9$$

$$a = 9$$

$$b = 1$$

$$b = -9$$

$$9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 0$$

$$- 18^2 - 36(y^2 - 12y)$$

$$4 \left(81 - 9y^2 + 3 \cdot 12 \right)$$

$$144 - 4(9x^2 - 18x)$$

$$36 - 9x^2 + 18x$$

$$4 - x^2 + 2x$$

$$- 18y + 6y + 6y$$

$$D: 18^2 - 36(y^2 - 18y) =$$

$$= 9 = y^2 + 18y$$

$$y^2 - 12y + 9x^2 - 18x = 45$$

$$y^2 - 12y + 36 + 9x^2 - 18x + 9 = 90$$

$$(y - 6)^2 + 9(x - 1)^2 = 90$$

$$(y + 6)(x - 1) =$$

$$y + 6 + x - 1$$

$$y - 6x$$

$$(x - 1)(y - 6)$$

$$y^2 - 12xy + 36x^2$$

$$(y - 6)(x - 1) = xy - 6x - y + 6$$