МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}, \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x + \left|x^2 - 10x\right|^{\log_3 4} \geqslant x^2 + 5^{\log_3\left(10x - x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{15}{2}$, $BD = \frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 25$, $2 \leqslant y \leqslant 25$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x - 16}{4x - 5} \leqslant ax + b \leqslant -32x^2 + 36x - 3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL = 3$, $KM = 1$, $MN = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. $\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$ $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}$.

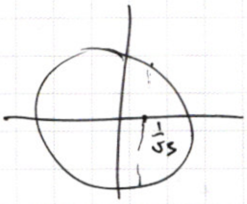
1) $tg\alpha$ - определён $\Rightarrow \cos\alpha\neq0$.

2) $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin(2\alpha)=2\sin\left(\frac{4\alpha+4\beta}{2}\right)\cdot\cos\frac{4\beta}{2}=2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos2\beta$

3) $2\underbrace{\sin(2\alpha+2\beta)}_{=-\frac{1}{\sqrt5}}\cdot\cos2\beta=-\frac{2}{5} \Rightarrow \cos2\beta=\frac{1}{\sqrt5}$.

4) $\sin(2\alpha+2\beta)=\sin2\alpha\cdot\cos2\beta+\sin2\beta\cdot\cos2\alpha=-\frac{1}{\sqrt5}$.

5) $\cos2\beta=\frac{1}{\sqrt5}$



$\Rightarrow \sin2\beta=\pm\sqrt{1-\frac{1}{5}}=\pm\frac{2}{\sqrt5}$

6) $\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}=\sin2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt5}\pm\frac{2}{\sqrt5}\cdot\cos2\alpha$ $\Big|\cdot\sqrt5$

$-1=\sin2\alpha\pm2\cos2\alpha$

$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1$.

$-1=2\sin\alpha\cos\alpha\pm2(2\cos^2\alpha-1)$

1) $2\sin\alpha\cos\alpha+4\cos^2\alpha-2+1=0$

$2\sin\alpha\cos\alpha+4\cos^2\alpha-1=0$ $\Big|:\cos^2\alpha\neq0$

$2tg\alpha+4-\frac{1}{\cos^2\alpha}=0$

$2tg\alpha+4-(tg^2\alpha+1)=0 \Rightarrow tg^2\alpha-2tg\alpha-3=0$. $=(tg\alpha+1)(tg\alpha-3)=0$.

$\Rightarrow tg\alpha=-1$; $tg\alpha=3$. (Т. Виета)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

2) $2\sin\alpha\cos\alpha - 4\cos^2\alpha + 2 + 1 = 0$

$2\sin\alpha\cos\alpha - 4\cos^2\alpha + 3 = 0 \quad / : \cos^2\alpha \neq 0$

$2tg\alpha - 4 + 3(tg^2\alpha + 1) = 0$

$3tg^2\alpha + 2tg\alpha - 1 = 0$

$= 3(tg\alpha + 1)(tg\alpha - \frac{1}{3}) = 0$

$\Rightarrow tg\alpha = -1 \quad tg\alpha = \frac{1}{3}.$

Пояснение $\frac{1}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha + 1$ т.к

$tg^2\alpha + 1 = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

7) $tg\alpha = -1; \frac{1}{3}; 3$

Ответ: $-1; \frac{1}{3}; 3.$

№2. $\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6} \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45 \end{cases}$

1) заметим что $2xy - 12y - x + 6 = (x-6)(2y-1)$

$x - 12y = (x-6) - 6(2y-1)$

$x^2 - 12x + 36y^2 - 36y = (x-6)^2 - 36 + 9(2y-1)^2 - 9 = 45$

2) $\begin{cases} (x-6) - 6(2y-1) = \sqrt{(x-6)(2y-1)} \\ (x-6)^2 + 9(2y-1)^2 = 90 \end{cases}$

Замена: $x - 6 = a$

$2y - 1 = b$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} & (1) \\ a^2+9b^2=90 & (2) \end{cases}$ $\Rightarrow a^2-12ab+36b^2=ab$

$\Rightarrow a^2-13ab+36b^2=0$

$D=169b^2-4\cdot36b^2=25b^2$

$a=\frac{13b\pm5b}{2}$ $a_1=9b$

$a_2=4b.$

(2) $\Rightarrow a^2=90-9b^2 \Rightarrow$

4) $\begin{cases} a=9b \\ a^2=90-9b^2 \end{cases}$ $\begin{cases} a=4b \\ a^2=90-9b^2 \end{cases}$

$81b^2=90-9b^2$

$90b^2=90$

$b=\pm1$

$b=1$ $a=9$

$b=-1$ $a=-9$

$16b^2=90-9b^2$

$25b^2=90.$

$b^2=\frac{90}{25}$

$b=\pm\frac{3\sqrt{10}}{5}.$

$b=\frac{3\sqrt{10}}{5}$ $a=\frac{12\sqrt{10}}{5}$

$b=-\frac{3\sqrt{10}}{5}$; $a=-\frac{12\sqrt{10}}{5}.$

5) 1. $x-6=9$ $\Rightarrow x=15$

$2y-1=1$ $y=1.$

2. $x-6=-9$ $x=-3$

$2y-1=-1$ $y=-1$

3. $x-6=\frac{12\sqrt{10}}{5}$ $\Rightarrow x=\frac{12\sqrt{10}}{5}+6$

$2y-1=\frac{3\sqrt{10}}{5}$ $y=\left(\frac{3\sqrt{10}}{5}+1\right)\frac{1}{2}.$

4. $x-6=-\frac{12\sqrt{10}}{5}$ $x=6-\frac{12\sqrt{10}}{5}$

$2y-1=-\frac{3\sqrt{10}}{5}$ $y=\left(1-\frac{3\sqrt{10}}{5}\right)\frac{1}{2}$

6) $a-6b=\sqrt{ab}$

$\sqrt{ab}\geq 0 \Rightarrow a-6b\geq 0 \Rightarrow a\geq 6b \Rightarrow$

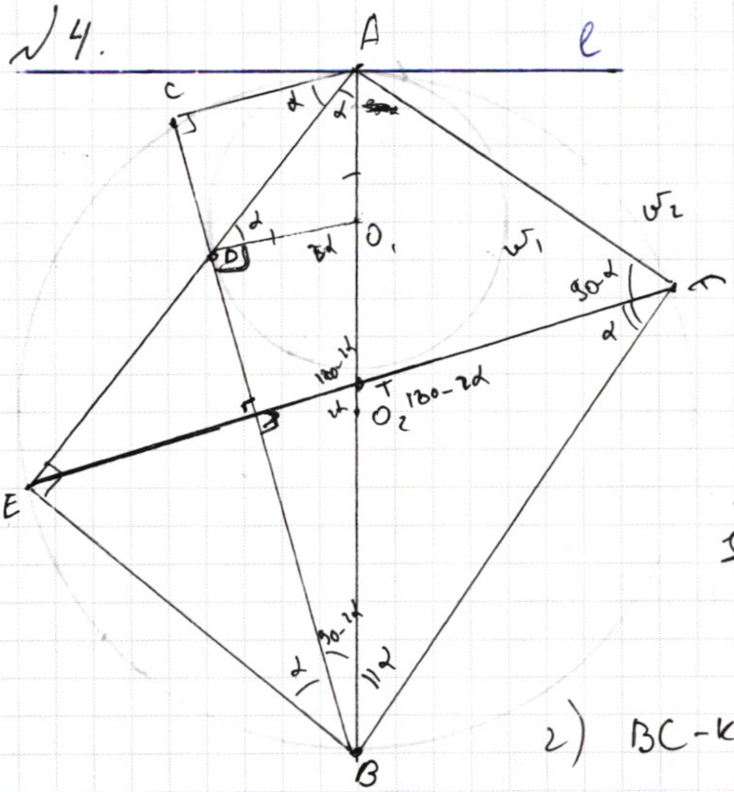
$\Rightarrow$ ~~решен~~ $\Rightarrow a=4b$ – не подойдёт.

7) Проверка решений: $x=15,\ y=1$. – подходит.

$x=-3\quad y=-1$ – не подходит.

Ответ: $(15;1)$.

№4.



Дано:

$DC=\frac{15}{2}$

$BD=\frac{17}{2}$

Найти:

$R_1;R_2$

$\angle AFE$

$S_{\triangle AFE}$ – ?

Решение:

1) $O_1\in AB$, т.к. l – общ кас, $A\in l$, $O_1A\perp l$, $O_2A\perp l \Rightarrow O_1\in AB$.

2) BC – кас к $\omega_1 \Rightarrow \angle O_1DB=90$

3) Проведем AC; $\angle ACB$ опир. на диам $AB \Rightarrow \angle ACB=90$.

$\triangle BCA\sim\triangle BDO_1$ ($\angle CBA$ – общ) (по двум углам)

$\Rightarrow \frac{BC}{BD}=\frac{BA}{BO_1}=\frac{CA}{DO_1}$; $BC=\frac{15}{2}+\frac{17}{2}=16$

$BD=\frac{17}{2}$

$BA=2R_2$

$BO_1=2R_2-R_1$

$AC=\sqrt{4R_2^2-16^2}$

$DO_1=R_1$

$\frac{32}{17}=\frac{2R_2}{2R_2-R_1}=\frac{2\sqrt{R_1^2-64}}{R_1}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) $\underbrace{\frac{16}{17} = \frac{R_2}{2R_2 - R_1}} = \frac{\sqrt{R_2^2 - 64}}{R_1}$

$\Downarrow$

$32R_2 - 16R_1 = R_2 \cdot 17. \Rightarrow 15R_2 = 16R_1 \Rightarrow R_2 = \frac{16}{15}R_1$

$\Rightarrow R_1 = \frac{15}{16}R_2$

$\cancel{\frac{\sqrt{R_2^2 - 64}}{R_1} = \frac{16}{17} \Rightarrow \frac{\sqrt{\frac{256R_1^2}{225} - 64}}{R_1} = \frac{256}{17^2}}$

$\cancel{\frac{\frac{256R_1^2}{225} - 64}{R_1} = \frac{256}{17^2} \Rightarrow \frac{\frac{4R_1^2}{225} - 1}{R_1} = \frac{4}{17^2}}$

$\cancel{\frac{4R_1^2 - 225}{225R_1} = \frac{4}{17^2} \Rightarrow 900R_1 = 289 \cdot 4R_1^2 - 289 \cdot 225.}$

$\frac{\sqrt{R_2^2 - 64}}{R_1} = \frac{16}{17} \Rightarrow \frac{16\sqrt{R_2^2 - 64}}{15R_2} = \frac{16}{17}$

$\frac{R_2^2 - 64}{225R_2^2} = \frac{1}{289} \Rightarrow 289R_2^2 - 64 \cdot 289 = 225R_2^2$

$\Rightarrow 64R_2^2 = 64 \cdot 289 \Rightarrow R_2^2 = 289 \Rightarrow R_2 = 17.$

$\Rightarrow R_1 = \frac{17 \cdot 15}{16}$

5) Пусть $\angle EAB = \alpha \Rightarrow$ т.к $O_1D = O_1A \Rightarrow \angle ADO_1 = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DO_1O_2 = 2\alpha \Rightarrow \angle O_1O_2E = 180 - 2\alpha$ (сумма углов четырех уг $= 360$.)

$\Rightarrow$ ~~$\angle O_1$~~ $\angle ETO_2 = 2\alpha$ ($T = EF \cap AB$)

$\Rightarrow \angle O_2BC = 90 - 2\alpha$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$\Rightarrow$ в $\triangle CAB$ $\angle CAD + \alpha + 90 - 2\alpha = 90 \Rightarrow \angle CAD = \alpha$

$\Rightarrow \angle CBE = \angle CAD = \alpha$ (опир на $\overset{\frown}{EC}$)

$\Rightarrow \angle EBA = 90 - \alpha = \angle AFE$ (опир на $\overset{\frown}{AE}$)

6) Найдем α:

$\triangle ACB$:

$AB = 34$
$BC = 16.$ $\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}.$

Т.к 2α – угол между хордо и диаметром $\Rightarrow 2\alpha \in [0;90]$.

$\Rightarrow \cos 2\alpha > 0.$ $\cos 2\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{8}{17}\right)^2} = \frac{15}{17}$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \Rightarrow 2\cos^2\alpha = \frac{15}{17} + 1$

$2\cos^2\alpha = \frac{32}{17} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{16}{17} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}.$

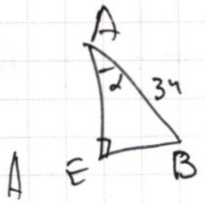
$\Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right) \Rightarrow \angle AFE = 90° - \arccos\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)$

7) $\angle FTB = 180 - 2\alpha$
$\angle AFB = 90$ (опир на диам $\Big| \Rightarrow \angle TBF = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EBF = 90° \Rightarrow EF$ – диам

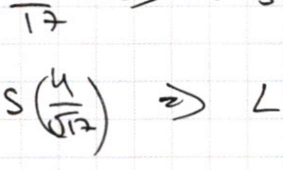
$\Rightarrow \underline{\underline{T = O_2}} \Rightarrow \angle EAF = 90° \Rightarrow S_{AEF} = \frac{1}{2} AF \cdot AE.$

8) $\triangle EAB$



$AE = AB \cdot \cos\alpha = \frac{34 \cdot 4}{\sqrt{17}}$

$\triangle AFB$:



$AF = AB \cdot \sin\alpha = \frac{34 \cdot 1}{\sqrt{17}}.$

$\left(\cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}\right)$

$\Rightarrow S_{AEF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{34 \cdot 4}{\sqrt{17}} \cdot \frac{34}{\sqrt{17}} = \frac{34^2 \cdot 2}{17} = \frac{17 \cdot 17 \cdot 4 \cdot 2}{17}$

$= 17 \cdot 8 = 80 + 56 = 136$

Ответ: $R_1 = \frac{17 \cdot 15}{16}$; $R_2 = 17$.
$\angle AEF = 90 - \arccos\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)$; $S_{AEF} = 136$.

☐ черновик ☑ чистовик Страница №6

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. $f(ab) = f(a)+f(b)$ $\quad f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$

1) Заметим: $f(t) = f(t)+f(1) \Rightarrow f(1)=0$.

2) $f\left(\frac{p}{p}\right) = f(p)+f\left(\frac{1}{p}\right) = f(1) = 0$

$\Downarrow$ $0 = \left[\frac{p}{4}\right] + f\left(\frac{1}{p}\right)$

если $p = 2,3 \Rightarrow f\left(\frac{1}{p}\right) = 0$.

$p \geq 5 \Rightarrow f\left(\frac{1}{p}\right) < 0$

p	f(p)
5	−1
7	−1
11	−2
13	−3
17	−4
19	−4
23	−5

3) Разложим ряд 2...25 на прост. мн-ли и сгруппируем;

1) 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23.

2) $2\cdot3$; 2^4; 3^2, 2^3; $2^2\cdot3$; $2\cdot3^2$; $2^3\cdot3$; $2^{\cancel{3}}\cdot3^2$

3) $2\cdot5$; $2\cdot7$; $3\cdot5$; $2^2\cdot5$; $2\cdot11$; $3\cdot7$; 5^2.

4) Пусть x из 1 группы:

а) $x = 2,3$ подходит 7 из 1гр. для y (14 всего)
\+ 0 из 2-й группы
\+ 7 из 3-й группы (14 всего)

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

б) $x \neq 2, 3$

если $x = 5$ то подойдут 5 из 1-й гр.
4 из 3-й гр. (9)
0 из 2-й группы.

$x = 7$, то 5 из 1-й гр.
0 из 2-й (6)
1 из 3-й гр.

$x = 11$ 4 из 1-й гр
0 из 2-й (4)
0 из 3-й

$x = 13$ – 3 из 1-й
0 из 2-й (3)
0 из 3-й

$x = 17/19$ только по 1 из 1-й гр (2)

$x = 23$ ни одна не подойдет. (0)

г) $x \in 2$ группе.

а) $y \in 1$ гр $y = 2, 3$ тогда 0 подойдет
$y \neq 2, 3$ то подойдет 7 к кажд x
$\Rightarrow \cancel{7 \cdot 6}\ 7 \cdot 8 = 56$.

б) $y \in 2$ гр не будет подходить

в) $y \in 3$ гр к кажд. x подход кажд y $\Rightarrow$ всего
$8 \cdot 7 = 56$

з) $x \in 3$ группе.

x содерж 5^1: (3 шт) подойдут 5 из 1-й гр (7·3)
0 из 2-й
2 из 3-й гр. (4)

x сод 5^2: (1 шт) подойдут ~~тож~~ только 4 из 1-й гр.

x сод 7^1: (1 шт) подойдут из 1-й 5 и 1 из 3-й гр (12)

x сод 11: (1 шт) подойдут из 1-й 4 и всё. (4)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

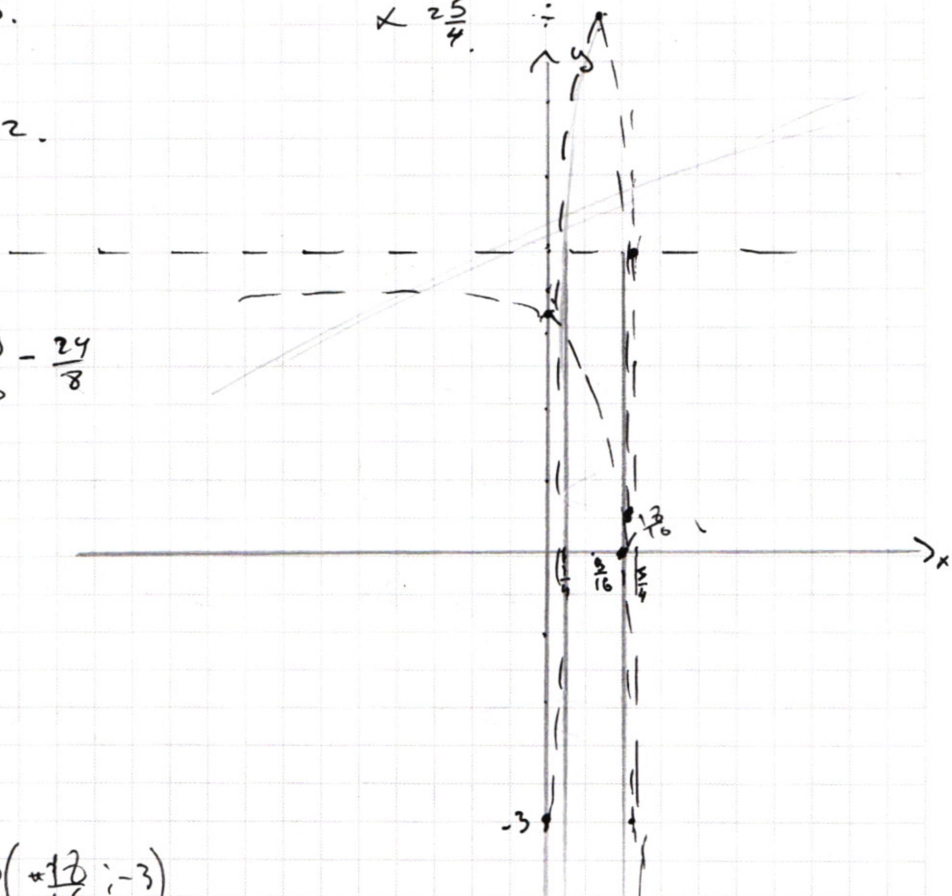
3) ~~$t=t_0$~~ $1+t^{\log_3 \frac{4}{3}} - t^{\log_3 \frac{5}{3}} \geq 0$ $\left(\log_3 4 - 1 = \log_3 \frac{4}{3}\right)$.

1. если $t<1$ то все подходит } $0<t\leq 1$. верно
2. если $t=1$ - верно.

3. $t>1$.

№6. $\frac{16x-16}{4x-5} \leq ax+b \leq -32x^2+36x-3$

1) $\frac{16x-16}{4x-5} = 4+\frac{4}{4x-5}$ асимптоты: $y=4$, $x=\frac{5}{4}$.



2) $-32x^2+36x-3 = y_2$.

$x_B = \frac{9}{16}$

~~$y_B = $~~

$y_B = -\frac{32\cdot 81}{16\cdot 16_8} = -\frac{81}{8} + \frac{36\cdot 9}{16_8} - \frac{24}{8}$

$= \frac{-81-24+90+72}{8} =$

$= \frac{81-24}{8} = \frac{57}{8}$

А верш $\left(\frac{9}{16}; \frac{57}{8}\right)$

2) при $x=0$ $y=-3$
симметр точка $B\left(\frac{18}{16}; -3\right)$

3) y_1 пересек O_y (ось) в т. $(0;3,2)$ $\Rightarrow b \geq 3,2$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 10
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) Данные рассуждения о подсчете ~~выводятся~~ объясняются подсчетом значений $f(\frac{1}{p})$ - таблица на стр. 7.

Итого: $14+14+9+6+4+3+2+0+56+36+21+$
$+4+12+4 = 28+15+9+112+25+16 =$
$= 40+140+25 = 180+25 = 205.$

Ответ: 205 пар.

№3

$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$

~~ОО~~ 1) ОДЗ: $10x-x^2 \geq 0$

$x(10-x) \geq 0$

2) $10x-x^2 \geq 0 \Rightarrow |x^2-10x| = 10x-x^2$

$10x-x^2+(10x-x^2)^{\log_3 4}-5^{\log_3(10x-x^2)} \geq 0.$

$10x-x^2 = t > 0$

$t+t^{\log_3 4}-5^{\log_3 t} \geq 0$

$5^{\log_3 t} = 5^{\frac{\log_5 t}{\log_5 3}} =$

$= t^{\log_3 5}$

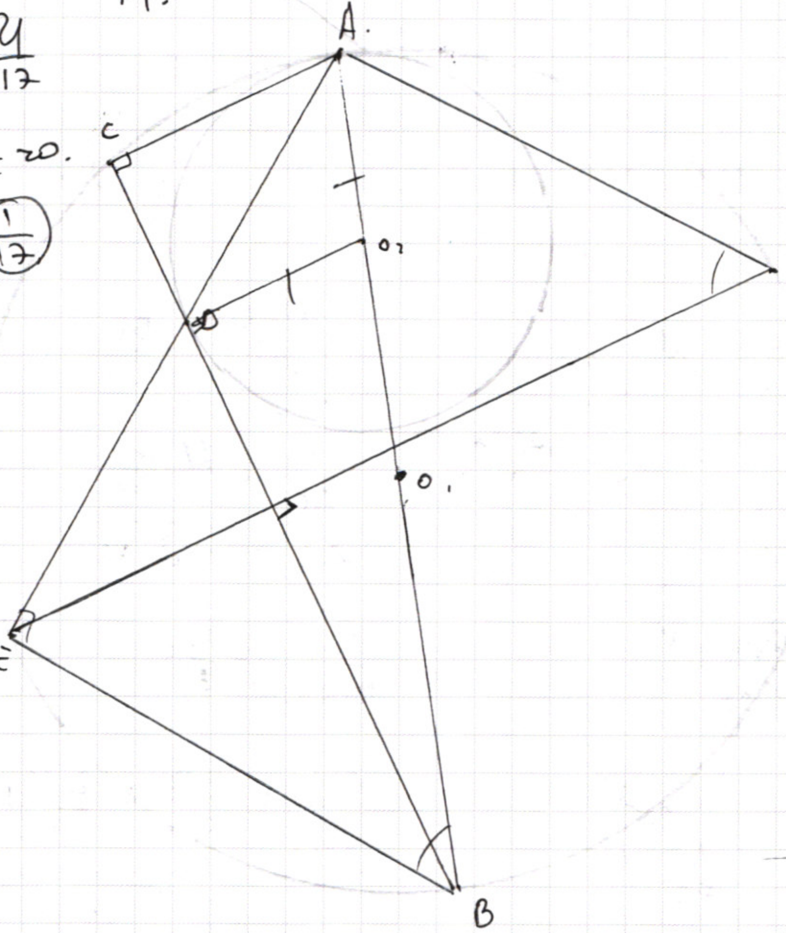
$t+t^{\log_3 4}-t^{\log_3 5} \geq 0 \quad |:t>0$

$x\sqrt{1-x^2} = \frac{4}{17}$

$x^2 - x^4 = \frac{4}{17}$

$t^2 - t + \frac{4}{17} = 0$

$D = 1 - \frac{16}{17} = \frac{1}{17}$



$\frac{16}{17} = \frac{34}{34 - \frac{17 \cdot 15}{16}}$

$\frac{1}{17} = \frac{34}{34 \cdot 16 - 17 \cdot 15}$

$34 \cdot 17 =$

$\frac{16}{17} = \frac{\sqrt{289-64}}{17 \cdot 15} = 15$

$\frac{16}{17} = \frac{17}{\frac{34 \cdot 16 - 17 \cdot 15}{16}}$

$17^2 = 34 \cdot 16 - 17 \cdot 15$

$17^2 = 17(2 \cdot 16 - 15)$

$\cos\alpha \neq 0$

$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$

~~tg2α~~

$\sin 2\alpha$

$-1 = 2\sin\alpha\cos\alpha \pm 4\cos^2\alpha \mp 2$

1) $2\sin\alpha\cos\alpha + 4\cos^2\alpha - 3 = 0 \quad / \cdot \cos^2\alpha$

$2\,tg\alpha + 4 - 3(tg^2\alpha + 1)$

$3x^2 - 2x - 1 = 0$

$\frac{D}{4} = 1 + 3 = 4$

$x_1 = \frac{1 \pm 2}{3}$

$x_1 = 1$

$x_2 = -\frac{1}{3}$

2) $2\sin\alpha \cdot \cos\alpha - 4\cos^2\alpha + 1 = 0$

$2\,tg\alpha - 4 + tg^2\alpha + 1 = 0$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$\frac{D}{4} = 1 + 3 = 4$

$x_1 = \frac{-1 \pm 2}{2}$

$x_1 = 1$

$x_2 = -3$

$(tg + 1)(tg - 3)$

$tg = -1;\ 3$

$3(x + 1)(x - \frac{1}{3})$

$3(x^2 - \frac{1}{3} + \frac{2}{3}x)$

$3x^2 + 2x - 1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

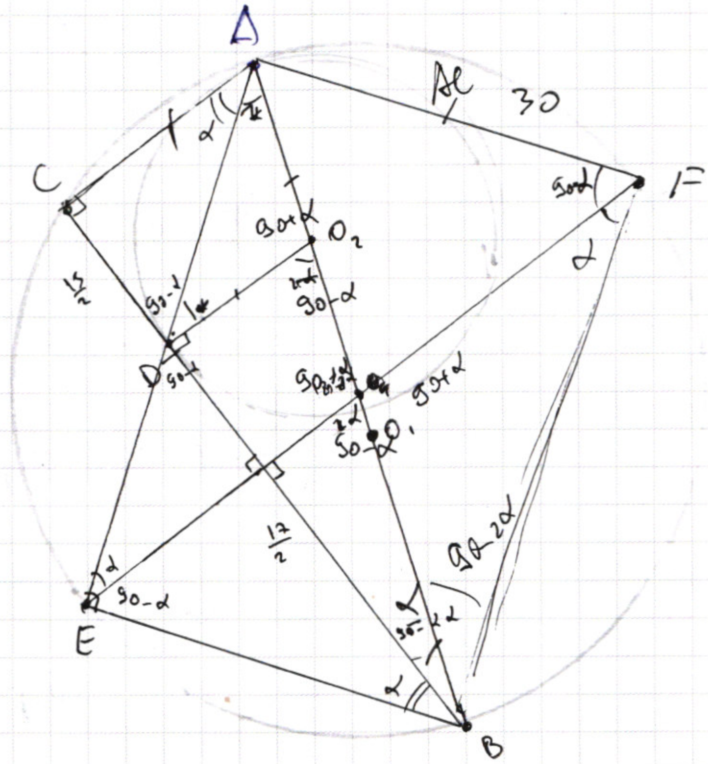
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$180-2\alpha+\alpha+x=180$

$x=\alpha$



$\frac{O_2D}{AC}=\frac{BD}{BC}$

$\frac{R_1}{AC}=\frac{12}{32}$

$AC=\sqrt{4R_2^2-16^2}$

$\frac{R_1}{2\sqrt{R_1-56}}=\frac{12}{16}$

1

$\frac{AC}{O_2D}=\frac{BD}{BC}=\frac{2R_1}{BO_2}$

$BO_2=2R_1-R_1$

2 Найти α из ACB, и т. cos $AFE=90-\alpha$

$900+16$

$30.8=240$

$34\cdot 34=1156$

3 $\frac{EF}{x}=\frac{FF}{y}$

$\frac{AE}{\sin(90-\alpha)}=34$

16, 34, 30

$900+256=1156$

$\frac{AE}{\cos\alpha}=34$

$34^2-16^2=17^2\cdot 4-16^2$

$\frac{\sqrt{17}AE}{4}=$ $AE=\frac{34\cdot 4}{\sqrt{17}}$

$AE=2\frac{\sqrt{17}\cdot\sqrt{17}\cdot 4}{\sqrt{17}}=8\sqrt{17}$

$\sqrt{289-64}=15$

$\sqrt{1-\frac{16}{17}}=\frac{1}{\sqrt{17}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(x-12y)=\sqrt{(2y-1)(x-6)}$ $\qquad 2y(x-6)-(x-6)$

$(x-6)^2+9(2y-1)^2=90$

$x-6=a$

$2y-1=b$ $\qquad x-12y=x-6-6(2y-1)=a-6b$

$$\begin{cases}(a-6b)=\sqrt{ab} \Rightarrow \\ a^2+9b^2=90 \Rightarrow a^2=90-9b^2\end{cases}$$

$a^2=9(10-b^2)$

$a=\pm 3\sqrt{10-b^2}$

1) $a=3\sqrt{10-b^2}$ $\qquad a^2-12ab+36b^2=ab.$

$169-36=120+24=144$

$a^2-13ab+36b^2=0.$

$D=(13b)^2-4\cdot 36b^2=169b^2-144b^2=25b^2.$

$a=\frac{13b\pm 5b}{2}$ $\qquad a_1=9b$, $a_2=4b.$

$(2y-1)(x-6)\geq 0$

$\begin{cases}x\geq 6\\ y\geq\frac{1}{2}\end{cases}$ или $\begin{cases}x\leq 6\\ y\leq\frac{1}{2}\end{cases}$

$b\geq 0$, $a\geq 0$. $\qquad b\leq 0$, $a\leq 0$

1) $9b=\pm 3\sqrt{10-b^2}$

1) $81b^2=9(10-b^2)$

$81b^2=90-9b^2$

$90b^2=90$

$b=\pm 1 \Rightarrow a=\pm 9$

2) $16b^2=90-9b^2$

$25b^2=90$

$b^2=\frac{90}{25}\Rightarrow b=\pm\frac{3\sqrt{10}}{5}$

$3=\sqrt{\cancel{30}-12-15+6}$

15 $\quad$ 9

$-3+12$

$=9$

$6+12+6+3$

$=12$ $\quad -3$

$9-3+12=$

$\sqrt{6+12+6+\cancel{3}}=25=5.$

черновик ☑ $\qquad$ чистовик ☐ $\qquad$ Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) $\qquad$ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9+36+36+36=$

$\sin 2\alpha \pm \cos 2\alpha = -1$.

$2\sin\alpha\cos\alpha \pm (\cos^2\alpha - 1) = -1$.

$2\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha + 1 = -1$ $\to$ $2\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha + 2 = 0. \,/ : \cos^2\alpha$

$2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha - 1 = -1$

$2\,tg\alpha - 1 + \frac{2}{\cos^2\alpha} = 0$.

$\cos^2\alpha(2\sin\alpha + 1) = 0$.

$\frac{1}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha + 1$.

$\cos\alpha = 0$. $\quad \sin\alpha = -\frac{1}{2}$.

$\Rightarrow$

$tg\alpha$. $\quad \cancel{\sin\alpha}$

$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$.

$tg\alpha = \pm\frac{\sqrt3}{3}$

$2\,tg\alpha - 1 + 2(tg^2\alpha + 1) = 0$

$9 = 4$

$-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt3} = \pm\frac{\sqrt3}{3}$

$tg\alpha = a$.

$-9 > -4 \; \alpha$.

$2a^2 + 2a + 1 = 0$.

$\cancel{D = 4}$

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = 2\cdot\underbrace{\sin(2\alpha + 2\beta)}_{-\frac{1}{\sqrt5}}\cos(2\beta) = -\frac{2}{5}$

$16\cdot 16 = 16\cdot 4\cdot 4 = 40+$ $\quad \Rightarrow \cos(2\beta) = \pm\frac{1}{\sqrt5}$

$56\cdot 4 = 200 + 24$

$40 + 64$

$\Rightarrow \sin(2\beta) = \pm\frac{2}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha + 2\beta) = \sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$.

$\frac{1}{\sqrt5}\sin 2\alpha \pm \frac{2}{\sqrt5}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\frac{12\sqrt{10}}{5} + 6 - 6\left(\frac{3\sqrt{10}}{5} + 1\right)$

$\sin 2\alpha \pm 2\cos 2\alpha = -1$.

$\frac{12\sqrt{10}}{5} - \frac{18\sqrt{10}}{5} = -$

1) $\sin 2\alpha + 2\cos 2\alpha = -1$

$\sin 2\alpha - 2\cos 2\alpha = -1$.

$a - 6b \geq 0$

$a \geq 6b$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad \sin 2\alpha\cos 2\beta + \cancel{\sin} 2\beta\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$ $\quad \sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt3}{2}$

$= \cancel{\sin\frac{\pi}{3}\cdot\sin}$

$\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta) = \sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\beta)$

$\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt3}{2}$; $= \sin\pi\cdot\cos\pi + \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}$.

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha = \sin\pi\ \cos\pi - \sin\frac{\pi}{3}$

$= -1\cdot\frac{\sqrt3}{2}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\cdot\sin 2\alpha = -\frac{2}{\sqrt5}\ -\frac{2}{5}$

$-\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad \pm\frac{2}{\sqrt5}$ $\quad +\sin 2\alpha$

$-\frac{\cos 2\beta}{\sqrt5} + \left(1 \pm \frac{2}{\sqrt5}\right)\sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$.

$x-12y = \sqrt{2xy-12y-x+6}$. $\quad 6\cdot 2\cdot 3$

$x^2+36y^2-12x-36y = 45$. $\quad 2y(x-6)-(x-6)$

$(x-6)^2 - 36 + (6y-3)^2 - 9 = 45$. $\quad (x-6)(2y-1)$

$(x-6)^2+(6y-3)^2 = 90$.

$\sqrt{(x-6)(2y-1)} = x-12y$

$2xy-12y-x+6 = x^2+144y^2-24xy$

$x^2-26xy+\cancel{x(1-2y)}+144y^2+12y-6=0$

$+x$

$x^2+x(1-26y)+144y^2+12y-6=0$.

$\sin(2\pi) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt3}{2}$

$2\cdot\sin\left(\frac{2\pi+\frac{\pi}{3}}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{2\pi-\frac{\pi}{3}}{2}\right) = 2\cdot\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

$= -1\cdot\left(-\frac{\sqrt3}{2}\right) = \frac{\sqrt3}{2}$

$2\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$\sin 2\alpha \mp 4\cos^2\alpha - 2 = -1$

$\sin 2\alpha - 4\cos^2\alpha + 2 = -1$ $\quad | \cos^2\alpha$

$2\,\mathrm{tg}\,\alpha \mp 4 - \frac{2}{\cos^2\alpha} = -1$

$2\,\mathrm{tg}\,\alpha - 4 + \frac{2}{\cos^2\alpha} = -1$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta) =$

$= \underbrace{\sin(2\alpha+2\beta)}_{-\frac{1}{\sqrt5}} \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos(2\alpha+2\beta)$ $+\sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\pm\frac{2}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha.$

$\frac{16\sqrt{R_2^2-64}}{15R_2} = \frac{16}{17}$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta \pm \frac{2}{\sqrt5}\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}.$

$\sin 2\alpha =$

$2\sin\alpha\cos\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5} \quad \Big| : \cos^2\alpha$

$\cancel{2\operatorname{tg}\alpha \cdot c}$ $\quad 2\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \frac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha} = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\frac{\frac{3\pi}{6}-\frac{\pi}{6}}{2} = \frac{\frac{4\pi}{6}}{2} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

$(x-6)^2 + (6y-3)^2 = 90.$

$\sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{6} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$10x + |x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x-x^2)}$

$2\cdot\frac{\sqrt3}{2}\cdot\frac{\sqrt3}{2} = \frac{3}{2}$

$\frac{3\cdot\pi}{12}+\frac{\pi}{12} = 4$

$\frac{\frac{3\pi}{6}-\frac{\pi}{6}}{2} = \frac{2\pi}{6\cdot 2} = \frac{\pi}{6}$

$\cancel{x^2-10}$ $\quad 10x - x^2 + |10x-x^2|^{\log_3 4} - 5^{\log_3(10x-x^2)} \geq 0$

$10x - x^2 = t > 0.$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$t + |t|^{\log_3 4} - 5^{\log_3 t} \geq 0.$

$\sin(2\alpha+2\beta) = 2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)$

$\sin(2\alpha+4\beta) = 2\sin(\alpha+2\beta)\cos(\alpha+2\beta)$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin(2\alpha) = 2\underbrace{\sin(2\alpha+2\beta)}_{-\frac{1}{\sqrt5}}\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{5}$

$-\frac{2}{\sqrt5}\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha \pm 2\cos 2\alpha = -1.$

$\frac{\cos 2\beta}{\sqrt5} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt5}.$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt5} \pm \frac{2}{\sqrt5}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}.$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$16x-16 \,|\, 4x-5$

$-(16x-20) \,|\, 4$

4

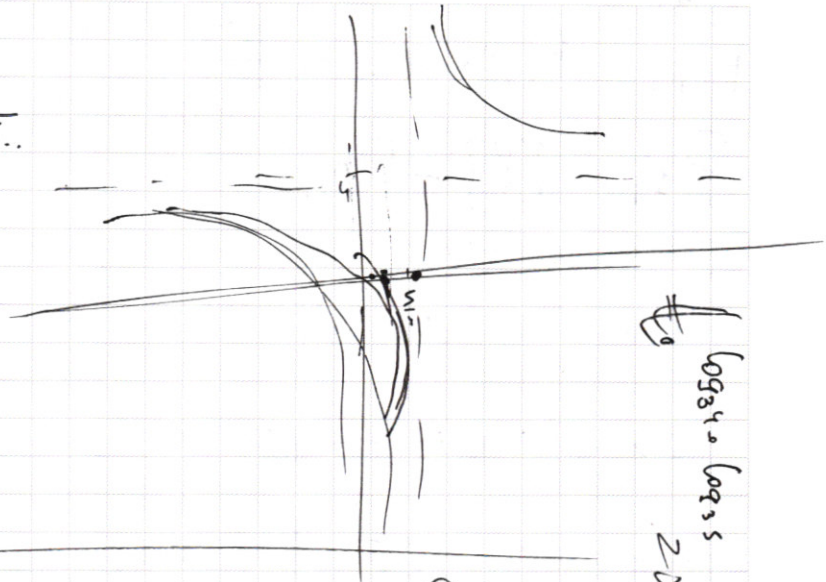
$= 4 + \frac{4}{4x-5}..$

$-32x^2+36x-3.$

$x = -1 \quad 0$

$x_в = \frac{-b}{2a} = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}.$

$y_в$

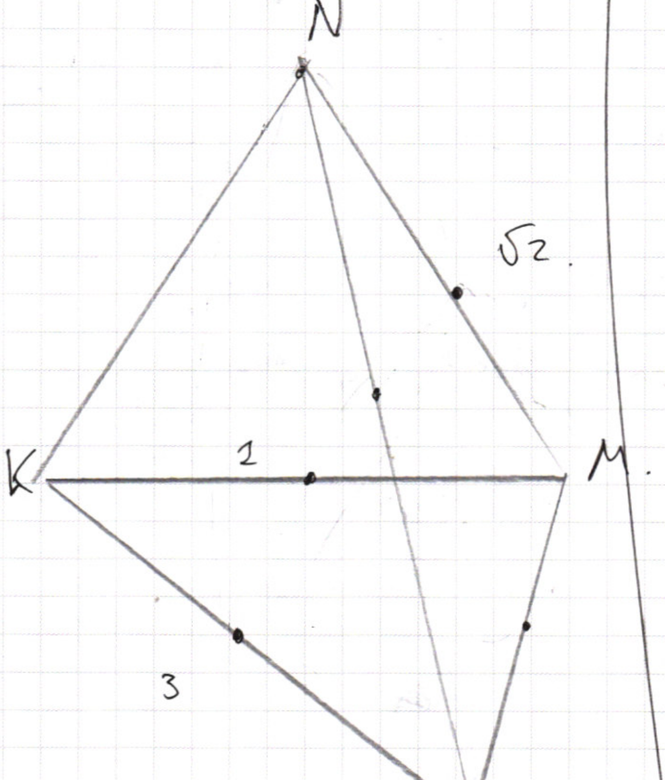


$t^{\log_3 4 \cdot \log_3 5} = x$

$x = t^{\log_3 4} \cdot t^{\log_3 5}$

$t + t^{\log_3 4} - t^{\log_3 5} \geq 0.$

$\sqrt[\log_3 20]{x} + \frac{x}{t^{\log_3 5}} + \frac{x}{t^{\log_3 4}} \geq 0$



$7 + 7 - 10x -$

$f(ab) = f(a) + \cancel{f}f(b)$ 2 3 5 7 11 13 17 19 23 — прост.

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f\left(\frac{p}{4}\right) = f(p) + f\left(\frac{1}{4}\right) = \left[\frac{p}{4}\right]$.

$F(p) = F(p) + f(1) = \left[\frac{p}{4}\right]$.

$f(1) = \left[\frac{p}{4}\right] - f(p)$.

$\cancel{t^{\log_3 4}} \; \cancel{2x}$.

$t^{\log_3 20} = x$

$t = \sqrt[\log_3 20]{x}$

$\sqrt[\log_3 20]{x} = \left(t^{\log_3 4}\right)^{\log t}$

$10x - x^2 + |10x - x^2|^{\log_3 4} - 5^{\log_3(10x - x^2)} \geq 0.$

$10x - x^2 > 0, \Rightarrow x^2 - 10x < 0.$

$\cancel{10x - x^2}$ $|x^2 - 10x| = 10x - x^2$

$10x - x^2 + (10x - x^2)^{\log_3 4} - 5^{\log_3(10x - x^2)} \geq 0$

$\cancel{t \geq t_0}$ $t + t^{\log_3 4} - 5^{\log_3 t} \geq 0.$

$t\left(1 + t^{\log_3 4 - \log_3 3}\right) - 5^{\log_3 t} \geq 0.$

$t\left(1 + t^{\log_3 \frac{4}{3}}\right) - 5^{\log_3 t} \geq 0.$

$\log_3 t = \frac{\log_5 t}{\log_5 3}$ $\left(5^{\log_5 t}\right)^{\frac{1}{\log_5 3}} = t^{\frac{1}{\log_5 3}}$

$t + t^{\log_3 4} = t^{\log_5 3}$ $\log_3 20 = \log_3 4 + \log_3 5.$

$t + t^{\log_3 4} - t^{\log_3 5} \geq 0.$

$t\left(1 + t^{\log_3 \frac{4}{3}} - \underbrace{t^{\log_3 \frac{5}{3}}}_{< t}\right) \geq 0.$ $t^{\alpha < 1} < t.$

если x - нр, y - нр $\Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$\frac{\Delta}{5}$ = прост. число

$\frac{AR.FE}{f\left(\frac{\Delta}{5}\right) \geq 0}$

$\sin(90 - \alpha) = \cos\alpha$

$f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$

$f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$

~~черновик~~ черновик ☑ ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$-32x^2+36x-3$

$x_b = \frac{9}{16}$

$y_b = \frac{32\cdot 81}{16\cdot 16} - \frac{81}{8} + \frac{36\cdot 9}{16} = \frac{162}{8} - 3$

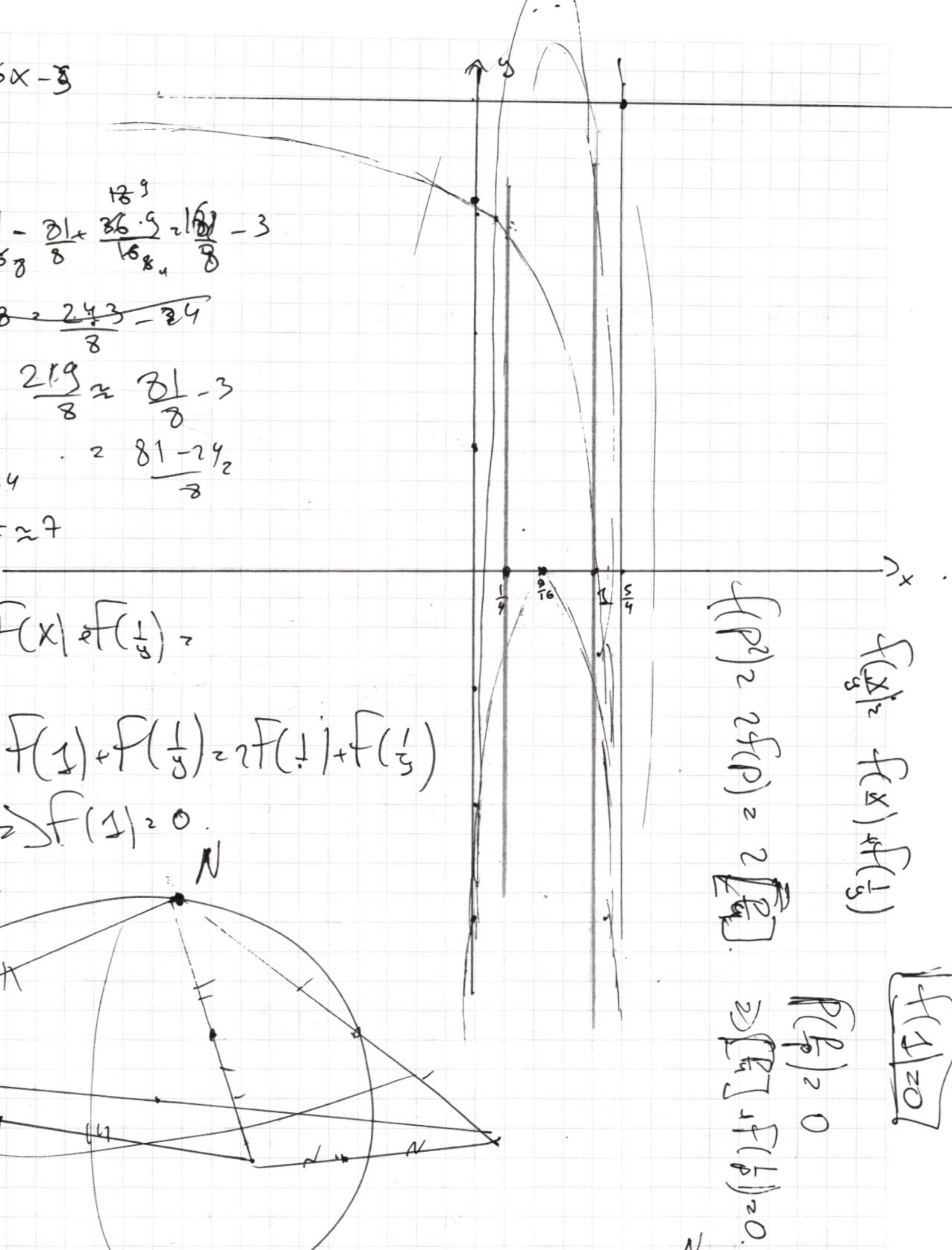
$\cancel{163+8 = \frac{243}{8} - 24}$

$= \frac{219}{8} = \frac{81}{8} - 3$

$= \frac{81-24}{8}$

$= 61-4$

$\frac{57}{8} \approx 7$



$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) =$

$f\left(\frac{1}{y}\cdot 1\right) = f(1) + f\left(\frac{1}{y}\right) = 2f(1) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$\Rightarrow f(1) = 0.$

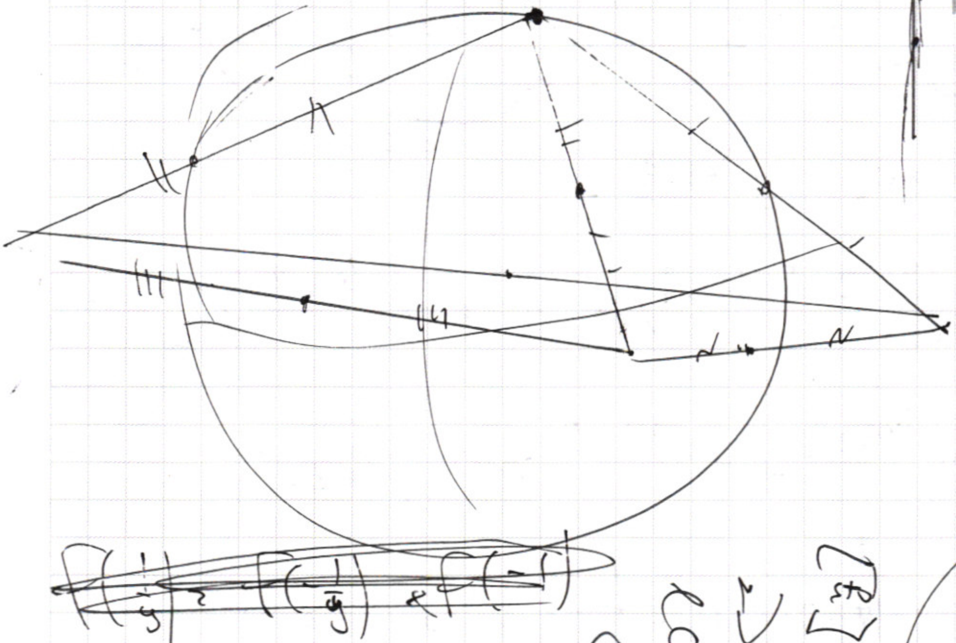
$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

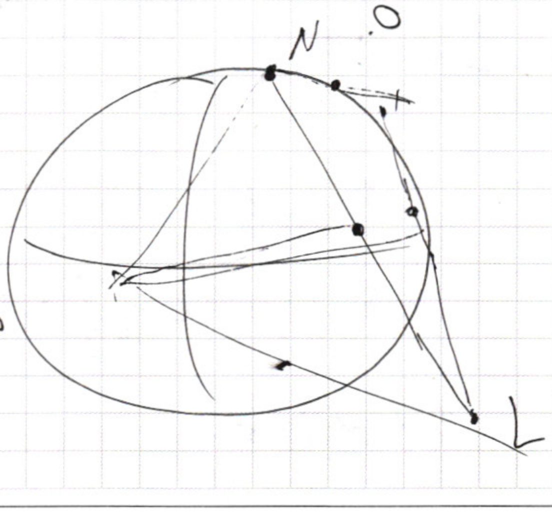
$f(p^2) = 2f(p) = 2\left[\frac{p}{4}\right]$

$f\left(\frac{p}{p}\right) = 0$

$\Rightarrow \left[\frac{p}{4}\right] + f\left(\frac{1}{p}\right) = 0.$

$\boxed{f(1) = 0}$





$\cancel{f\left(\frac{1}{y}\right) = f\left(\frac{1}{y}\right) + f(1)}$

$\left[\frac{p}{4}\right]$

если $p = 2, 3$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{p}\right) = 0$

если $p \geq 5$

$f\left(\frac{1}{p}\right) < 0$

$f\left(\frac{1}{p}\right)$ $p \leq 3$ ≥ 0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$5^{\log_3 t} = 5^{\frac{\log_5 t}{\log_5 3}} = \left(5^{\log_5 t}\right)^{\log_3 5} = t^{\log_3 5}.$

$2^x < 4 \ /\log_2$

$x \log_2 2 < \log_2 4$

$x < 2$

$t + t^{\log_3 4} - t^{\log_3 5} \geq 0. \quad t \geq 0.$

1) 1 $\quad t \leq 1. \quad t = 1$ - верно

$t < 1 \quad t + t^{\log_3 4} - t^{\cancel{\log}}$ верно.

$\cancel{\log}\ t^{\log_3 4} > \cancel{t}^{\log_3 5}.$

2) $t > 1.$ $\quad \cancel{t + t(\log}$

$\cancel{t + t(\log} \quad t + t\left(t^{\log_3 \frac{4}{3}} - t^{\log_3 \frac{5}{3}}\right) \geq 0.$

<0

$\cancel{t(} \quad 1 + t^{\log_3 \frac{4}{3}} - t^{\log_3 \frac{5}{3}} \geq 0.$

$1 + t^{\log_3 \frac{4}{3}}\left(1 - t^{\log_3 \frac{5}{3} - \log_3 \frac{4}{3}}\right) = 1 + t^{\log_3 \frac{4}{3}}\left(1 - t^{\log_3 \frac{5}{4}}\right)$

$<0.$

$\cancel{1 + t} \quad 1 + t^{\log_3 \frac{4}{3}} - t^{\log_3 \frac{5}{3}} \geq 0. \ /\log_t.$

$\log_t t + \log_3 \frac{4}{3} \log_t t - \log_3 \frac{5}{3} \log_t t \geq 0.$

$\cancel{\log_3 \frac{4}{3} - \log_3 \frac{5}{3} \geq \log_t}$

$\cancel{0 + \log_3 \frac{5}{4}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. $f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = \left[\frac{p}{4}\right] \Rightarrow f\left(\frac{p}{p}\right) = f(p) + f\left(\frac{1}{p}\right) =$

$\Rightarrow 0 = \left[\frac{p}{4}\right] + f\left(\frac{1}{p}\right)$

$17 \cdot 8 = 80 + 56 = 136$.

если $p = 2, 3$ $f\left(\frac{1}{p}\right) = 0$.

$p \geq 5$ $f\left(\frac{1}{p}\right) < 0$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

если y - прост.

$\Rightarrow$

x прост.

если $\frac{x}{y}$ - прост Q.

$p = 5$ $f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$

$p = 7$ $f\left(\frac{1}{7}\right) = -1$

$p = 11$ $f\left(\frac{1}{11}\right) = -2$

$p = 13$ $f\left(\frac{1}{13}\right) = -3$

$p = 17$ $f\left(\frac{1}{17}\right) = -4$

$p = 19$ $f\left(\frac{1}{19}\right) = -4$

$p(23) = f\left(\frac{1}{23}\right) = -5$.

$f\left(\frac{1}{6}\right) =$ $f\left(\frac{16}{7}\right) = f(16) + f\left(\frac{1}{7}\right) = -1 + f(16) = f(2 \cdot 8) = f(2) + f(2) + \ldots$

$14 + 14 + 9 + 6 + 4 + 3 + 2$

$-1 + 4f(2) = 0$.

$+ 56 + 56 +$

$28 + 15 + 9 + 112$

$+4$

$+ 25 + 12$

$140 + 140 + 21 = 221$

$+ 21 + 2 \cdot 6$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

1) $\frac{2}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{2}{8}$

$f(1)=0$ $f(\frac{2}{3})=f(2)=0+f(\frac{1}{3})=0$ 9 10 11

$f(\frac{1}{2})=0+f(\frac{1}{2})=0=0$

$f(\frac{2}{5})=0+f(\frac{1}{5})=-1$.

$f(\frac{2}{6})=f(\cancel{()})+0+f(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3})=0$.

$f(\frac{2}{7})=-1$ $f(\frac{2}{8})=0+\frac{1}{3}\cdot+\frac{1}{3}=0$

$f(\frac{1}{4})=(\frac{1}{2})\cdot+(\frac{1}{2})=0$ $f(\frac{1}{5})<0$

2) $x=2$. $2\cdot2$ $\cancel{3}\cdot\cancel{5}$ $2\cdot2$ $\cancel{5}$ $2\cdot3$ $\cancel{7}$ 2^3.

$\cancel{y=2}$

2 , – – – 25. $25-2+$ $=24$

$2\cdot\cancel{1}$ 3 2^2 5 $2\cdot3$ 7 2^3 3^2 $2\cdot5$ 11 $2^2\cdot3$ 13 $2\cdot7$

$3\cdot5$ 2^4 17 $2\cdot3^2$ 19 $2^2\cdot5$ $3\cdot7$ $2\cdot11$ 23 $2^3\cdot3$.

5^2

1) 2, 3; 5; 7, 11, 13; 17, 19; 23.

2) $2\cdot3$ 2^4; 3^2; 2^3; $2^2\cdot3$, $2\cdot3^2$; $2^3\cdot3$. $=0$.

3) $2\cdot5$; $2\cdot7$; $3\cdot5$; $2^2\cdot5$; $2\cdot11$, $3\cdot7$; 5^2

1) $x=1$. $x=2,3$ 0. $f(\frac{4}{\ })(2)$ +

2) $x=2$:

$f(\frac{25}{19})=f(5)+f(5)$

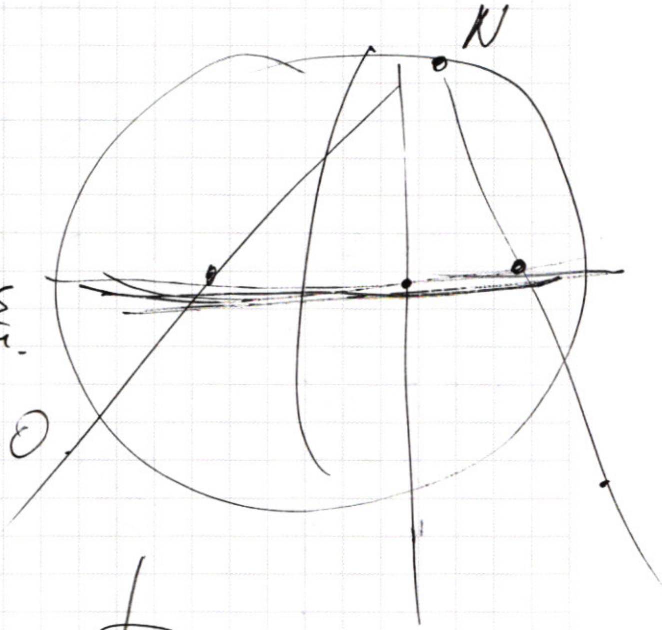
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$1+t^{\log_3 \frac{4}{3}}-t^{\log_3 \frac{5}{3}} \geq 0$

$\frac{5}{3}\cdot x = \frac{4}{3} \qquad x=\frac{3}{4}$

$\log_3 \frac{4}{3} \qquad \log_3\left(\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\right)=$

$\log_3 \frac{5}{3} = \log_3 \frac{4}{3} + \log_3 \frac{5}{4}.$



$1+t^{\log_3 \frac{4}{3}}\left(1-t^{\log_3 \frac{5}{4}}\right) \geq 0$

$1+t^{\log_3 \frac{4}{3}}\left(1-t^{\log_3 \frac{5}{4}}\right)$

$t_0^4 \qquad t^{\log_3 \frac{4}{3}} = x.$

$\alpha<1 \Rightarrow \beta<1$

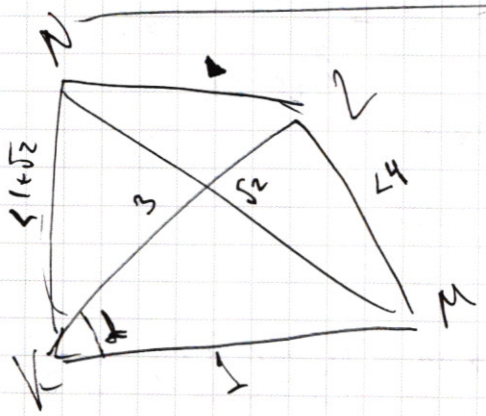
$1+t^{\alpha}-t^{\beta}$

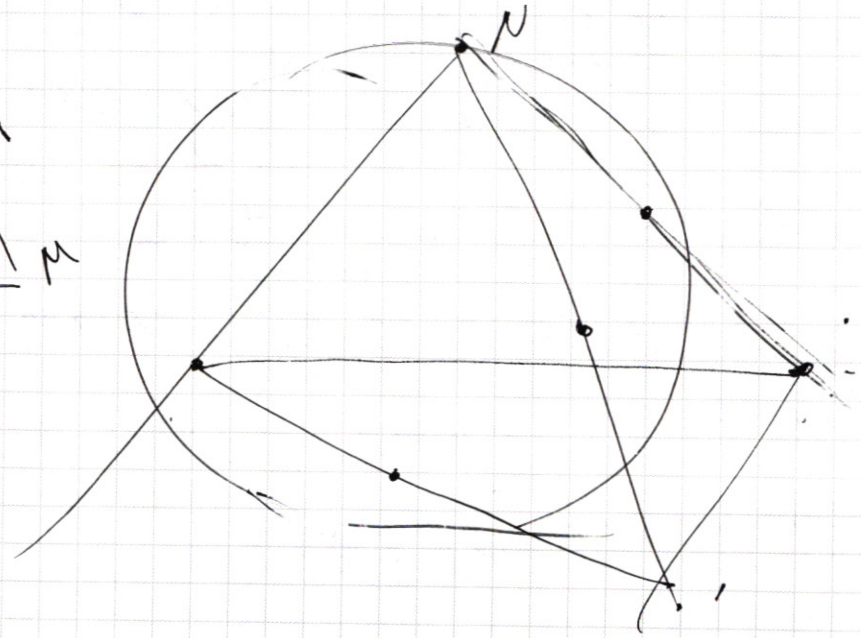
$t^{\log_3 \frac{4}{3}\cdot \log_3 \frac{5}{4}} = t$

$\cancel{x\cdot \log_3 5} \qquad x\cdot t^{\log_3 \frac{5}{4}} = t^{\log_3 \frac{5}{3}}.$

$\cancel{x = \log}$

$4+\frac{4}{4x-5}.$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 – 1
7 – 1
11 – 2
13 – 3
17 – 4
19 – 4
23 – 5

1) $x \in 1$ $(x = 2, 3)$ $\Rightarrow y(2)$ $y - 7 + 7$ $\vee +$. 14

$x \in 1$ $(x \neq 2, 3)$

$x = 5$. 7

$x = 7$. 5

$x = 11$ 4

$x = 13$ 3.

$x = 17/19$ 1+1

$x = 23$ 0..

$5 + 5 + 4 + 3 + 2$. 19

$2 \cdot 7^2$

$400 + 80$

$14 + 19$

$+14 + 42$

$+3 + 1$

$28 + 42$

70 $89 + 4$

93

2) $x \in 2$. | $y \in 1$ $y = 2, 3$ 0

$y \in 2$ 0. | $y \neq 2, 3$ $7 + 7 = 14$

$1 + t^{\log_3 \frac{4}{3}} - t^{\log_3 \frac{5}{3}} \geq 0$.

<1 <1 >1

все ок

$y \in 3$. $6 \cdot 7 = 42$

1) если $t < 1$

2) $t = 1$ ок

$t > 1$

3) $x \in 3$.

$x : 5$ $2 \cdot 5$ $2^2 \cdot 5$ 5^2 подход $y < 11$ (3)

$x : 7$. упорядк. $y < 11$. (1)

$x : 11$. нету