МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geqslant |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax + b \geqslant 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

Как известно:

$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

Подставим $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$, тогда $\sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Как известно: $\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

1) Пусть $\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$

Как известно:

$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 b = 2\cos^2 a - 1 = 1-2\sin^2\alpha$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha = 0$ $\cos\alpha \neq 0$, т.к. $tg\alpha$ определён.

$tg\alpha = -\frac{1}{4}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

② Пусть $\sin 2\beta = \frac{-1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1$

$8\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin\alpha = 0 = tg\,\alpha \\ tg\,\alpha = -8 \end{array}\right.$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} tg\,\alpha = -8 \\ tg\,\alpha = 0 \\ tg\,\alpha = -\frac{1}{4} \end{array}\right.$

№2

$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 9y^2 - 12xy + 4x^2 = 3xy - 2x - 3y + 2 \\ 3y - 2x \geq 0 \\ 3xy - 2x - 3y + 2 \geq 0 \\ (x-1)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9} = \frac{4}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} 9y^2 - (15x - 3)y + 4x^2 + 2x - 2 = 0 \\ 3xy - 2x - 3y + 2 \geq 0 \\ y \geq \frac{2}{3}x \\ \cancel{3xy - 2x - 3y + 2 \geq 0} \\ (x-1)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases}$ $D = 9(x-1)^2$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = \frac{5x - 1 + 3|x-1|}{6} \\ y = \frac{5x - 1 - 3|x-1|}{6} \end{array}\right. \\ 3xy - 2x - 3y + 2 \geq 0 \\ y \geq \frac{2}{3}x \\ (x-1)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = \frac{8x - 4}{6} \\ y = \frac{2x + 2}{6} \end{array}\right. \\ 3xy - 2x - 3y + 2 \geq 0 \\ y \geq \frac{2}{3}x \\ (x-1)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \\ y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \end{array}\right. \\ 3xy - 2x - 3y + 2 \geq 0 \\ y \geq \frac{2}{3}x \\ (x-1)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases}$

Давайте решим ~~уравнение~~ систему без нер-тв.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

и ~~[illegible]~~ позже ~~[illegible]~~ рассмотрим, какие решения подходят.

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \\ (x-1)^2 + (y-\frac{2}{3})^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases} \\ \begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \\ (x-1)^2 + (y-\frac{2}{3})^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \\ (x-1)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2(x-1)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases} \\ \begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \\ (x-1)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2(x-1)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \\ (x-1)^2 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \\ (x-1)^2 = \cancel{\frac{25}{9}}\ 2{,}5 \end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{2{,}5} + 1 \\ y = -\frac{\sqrt{2{,}5}}{3} + \frac{2}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \sqrt{2{,}5} + 1 \\ y = \frac{1}{3}\sqrt{2{,}5} + \frac{2}{3} \end{cases}\end{array}\right.$$

Теперь: $\begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}$ не подходит ~~[illegible]~~ т.к. $-\frac{2}{3} < 0$

$\begin{cases} x = \sqrt{2{,}5} + 1 \\ y = \frac{1}{3}\sqrt{2{,}5} + \frac{2}{3} \end{cases}$ не подходит, т.к.:

$$\frac{1}{3}\sqrt{2{,}5} + \frac{2}{3} < \frac{2}{3}\sqrt{2{,}5} + 2/3$$

$\begin{cases} x = -\sqrt{2{,}5} + 1 \\ y = \frac{-\sqrt{2{,}5}}{3} + \frac{2}{3} \end{cases}$ подходит, т.к. $\frac{2-\sqrt{2{,}5}}{3} > 1 - \sqrt{2{,}5}$

и $(2-\sqrt{2{,}5})\cdot(1-\sqrt{2{,}5}) - 2(1-3\sqrt{2{,}5}) - \cancel{[illegible]}(2-\sqrt{2{,}5}) + 2 = 2 - 3\sqrt{2{,}5} + 2{,}5 - 4 + 3\sqrt{2{,}5} + 2 = 2{,}5 > 0$

$\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ подходит т.к. $2 > \frac{4}{3}$

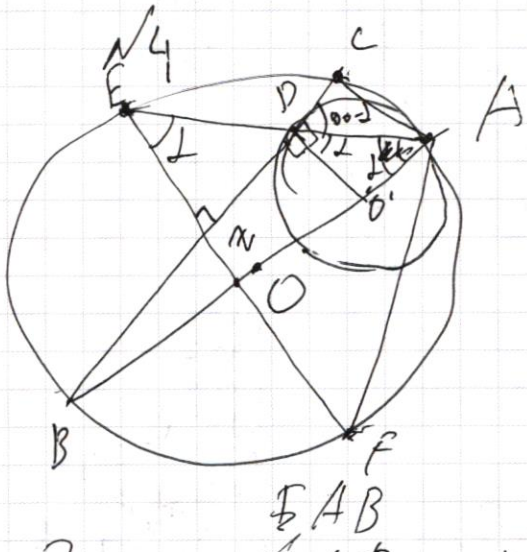
и

$3\cdot 2\cdot 2 - 2\cdot 2 - 3\cdot 2 + 2 =$

$= 4 > 0$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{2,5}+1 \\ y=\frac{2-\sqrt{3,5}}{3} \end{cases} \end{array}\right.$

№4



Дано:
$A \in \omega$
$A \in \Omega$
$\cancel{BA}\ O \in BA$
$D \in BC$
$D \in \omega$
$C \in \Omega$
$Z \in AD$
$E \in \Omega$
$EF \perp BD$
$F \in \Omega$

R_1, R_2 — ?
$\angle AFE$ — ?
$S_{\triangle AEF}$ — ?

$CD = \frac{5}{2}$
$BD = \frac{13}{2}$

1) Пусть $\angle EAB = \alpha$, тогда, в случае, что $O' \in AB$, то $\angle DAO' = \alpha = \angle O'DA \Rightarrow \angle CDA = 90 - \alpha = \angle EDB$

$\angle DEZ = 90 - \angle EDB = 90 - (90 - \alpha) = \alpha \Rightarrow Z = O$ т.к. EZA равн., а $O \in ZA \Rightarrow EF$ диаметр $\Rightarrow \angle EAF = 90° \Rightarrow \angle EFA = 90 - \alpha$.

2) $\angle BO'D = 2\alpha$, т.к. $\angle BO'D$ — центр. угол, а $\angle$ вписанный $\Rightarrow \angle DBO' = 90 - 2\alpha$.

Нарисуем отдельно $\triangle BCA$

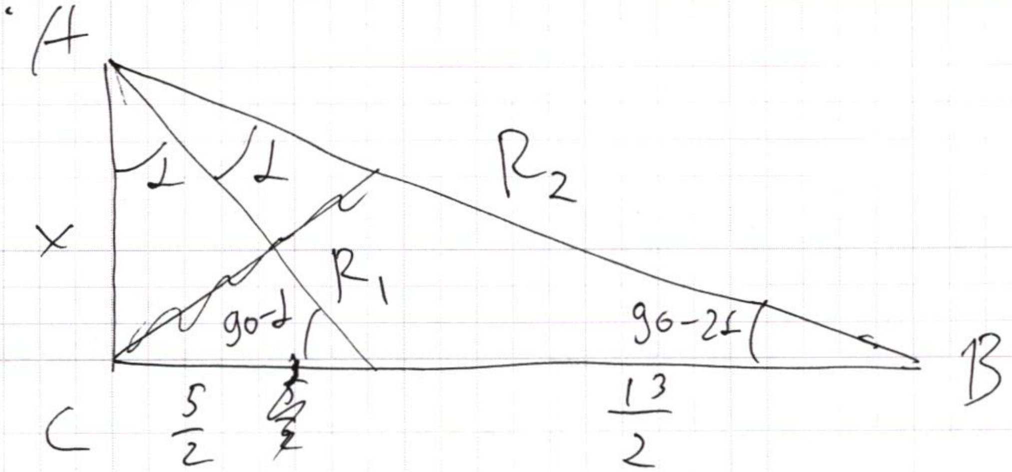
$\angle BCA = 90°$, т.к. BA — диаметр.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$x = \frac{5}{2} \cdot tg\, 90-\alpha$

$x = \frac{18}{2} \cdot tg\, 90-2\alpha$ $\qquad \frac{5}{18} = \frac{tg\, 90-2\alpha}{tg\, 90-\alpha}$

$\frac{5}{18} = \frac{ctg 2\alpha}{ctg\,\alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{2\cos^2\alpha - 1}{\cos\alpha \cdot 2\cos\alpha} =$

$= 1 - \frac{1}{2\cos^2\alpha} = \frac{5}{18}$

$18 - \frac{9}{\cos^2\alpha} = 5 \qquad 13\cos^2\alpha = 9$

$\cos\alpha = \frac{9}{13} = \sin(90-\alpha)$

$\boxed{\angle AFE = arsin\left(\frac{9}{13}\right)}$

$R_1 = \frac{5}{2\sin\alpha} = \frac{5}{2\frac{\sqrt{13^2-9^2}}{13}} = \frac{5}{2\frac{\sqrt{88}}{13}} = \frac{65}{4\sqrt{22}}$

$x = \sqrt{\frac{65^2}{16\cdot 22} - \left(\frac{5}{2}\right)^2}$

$R_2 = \sqrt{x^2 + \left(\frac{18}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{65^2}{16\cdot 22} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{18}{2}\right)^2}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

~~$8(\Delta AFE)$~~ №5

Заметим, что ~~$f(1)$~~ $f(1)=0$, т.к.

$f(x)+f(1)=f(x\cdot 1)=f(x)$

Из этого: $f\left(\frac{1}{x}\right)=-f(x)$, т.к.:

$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=f\left(\frac{x}{x}\right)=f(1)=0$

У любого натурального числа неотрицательное ~~положительное~~ значение функции, т.к. любое число можно представить через произв. простых

$\Rightarrow$ знач $f(x)$ можно представить через сумму знач функций от простых на которое разложено число. а т.к. $f(p)=\left[\frac{p}{4}\right]\geq 0$,

то ~~$f(n)\geq$~~ $n\in N\Rightarrow f(n)\geq 0$

$\Rightarrow$ Искомое количество это $C_{25}^{2}-k$, где k – количество пар (a,b), где $a=b$, тогда $f\left(\frac{a}{b}\right)=0$ в иных случаях $f\left(\frac{a}{b}\right)=f(a)-f(b)$

и если ~~$f(b)\neq$~~ $f(a)\neq f(b)$, то пусть $f(a)>f(b)$, тогда $f\left(\frac{a}{b}\right)<0$.

$f(3)=0$ $f(5)=1$ $f(7)=1$ $f(9)=2f(3)=0$

$f(4)=2f(2)=0$ $f(6)=f(3)+f(2)=0$ $f(8)=3f(2)=0$ $f(10)=f(5)+f(2)=0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(11)=2$ $\quad f(13)=3$ $\quad f(15)=f(5)+f(3)=1$

$f(12)=2f(2)+f(3)=0$ $\quad f(14)=f(7)+f(2)=1$ $\quad f(16)=4f(2)=0$

$f(17)=4$ $\quad f(19)=4$ $\quad f(21)=f(7)+f(3)=1$

$f(18)=2f(3)+f(2)=0$ $\quad f(20)=f(5)+2f(2)=1$ $\quad f(22)=f(11)+f(2)=2$

$f(23)=\cancel{4}5$ $\quad f(25)=2f(5)=2$ $\quad f(27)=3f(3)=0$

$f(24)=3f(2)+f(3)=0$ $\quad f(26)=f(13)+f(2)=3$

Составим таблицу:

Значение:	0	1	2	3	4	5
Количество:	11	6	3	2	2	1

Тогда ~~искомое~~ искомое количество:

$1\cdot 24+2\cdot 22+2\cdot 20+3\cdot 17+6\cdot 11=$

$=24+44+40+51+66=110+75+40=225$

Ответ: 225.

№4 (продолжение)

Найдём $S(\triangle AEF) =$

$= \frac{1}{2} \cdot AF \cdot EA$

$AF = R_2 \sin\alpha$

$EA = R_2 \cos\alpha$

$S(\triangle AEF) = \frac{1}{2} R_2^2 \sin\alpha \cos\alpha$

$R_2^2 = \frac{65^2}{16 \cdot 22} + \frac{18^2 - 5^2}{4}$

$\cos\alpha = \frac{9}{13}$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$

$S(\triangle AEF) = \frac{1}{2}\left(\frac{65^2}{16 \cdot 22} + \frac{18^2 - 5^2}{4}\right) \cdot \frac{9}{13} \cdot \sqrt{1 - \frac{9^2}{13^2}} =$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{65^2}{16 \cdot 22} + \frac{299}{4}\right) \cdot \frac{9}{13} \cdot \sqrt{\frac{88}{13^2}} =$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{4225 + 299 \cdot 88}{16 \cdot 22}\right) \cdot \frac{9\sqrt{88}}{169} = \frac{4225 \cdot 9\sqrt{88} + 299 \cdot 9 \cdot 88\sqrt{88}}{169} =$

$= 25 \cdot 9\sqrt{88} + \frac{23 \cdot 9 \cdot 88\sqrt{88}}{13}$

$\boxed{S(\triangle AEF) = 25 \cdot 9\sqrt{88} + \frac{23 \cdot 9 \cdot 88\sqrt{88}}{13}}$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 8

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9y^2+4x^2-12xy=3xy-2x-3y+2$

$9y^2-15xy+3y+4x^2+2x-2=0$

$9y^2-(15x-3)+(4x^2+2x-2)=0$

$D=(225x^2-90x+9)-4\cdot 9\cdot(4x^2+2x-2)=0$

$D=225x^2-144x^2-90x-72x+9+72$

$D=81x^2-162x+81=(9x-9)^2=81(x-1)^2$

$y=\frac{15x-3\pm 9|x-1|}{18}=\frac{5x-1\pm 3|x-1|}{6}$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$

$8\cdot 9-34\cdot 3+30$

$72-102+30=0$

$\frac{34+a+\sqrt{D}}{16} \geq 3$

$8-34+30=4$

$\frac{34+a-\sqrt{D}}{16} \leq 2^1-68+30$

$8x^2-34x+30-ax-b \leq 0$

$8x^2-(34+a)x+30-b \leq 0$

4

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(1)=0$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f\left(x\cdot\frac{1}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)=$

$=f(x)-f(y)$

3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

24 25 26 27

$f(x)=f(y)$, тогда $f\left(\frac{x}{y}\right)=f\left(\frac{y}{x}\right)=0$

Пусть $x \vdots 2$, тогда $f\left(\frac{x}{2}\right)=-\frac{1}{4}$

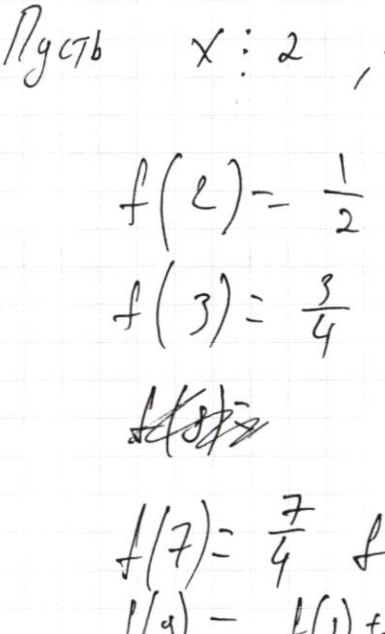
$f(2)=\frac{1}{2}$

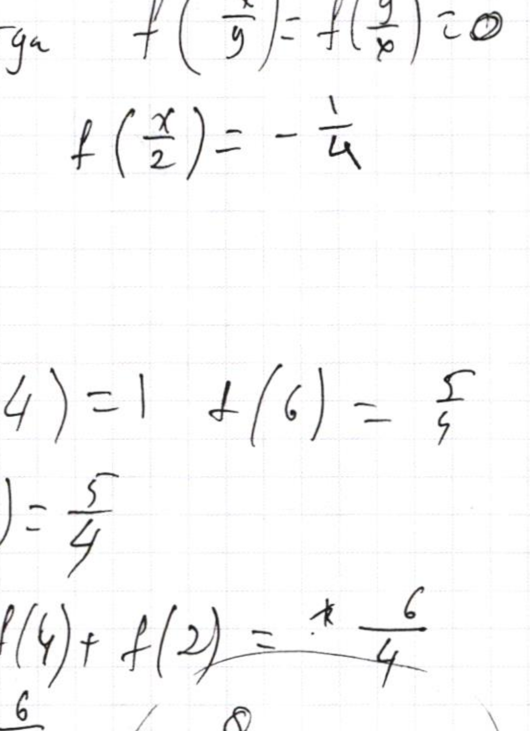
$f(3)=\frac{3}{4}$ $f(4)=1$ $f(6)=\frac{5}{4}$

~~f(8)=~~ $f(5)=\frac{5}{4}$

$f(7)=\frac{7}{4}$ $f(8)=f(4)+f(2)=\frac{6}{4}$

$f(9)=f(3)+f(3)=\frac{6}{4}$





☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

МФТИ

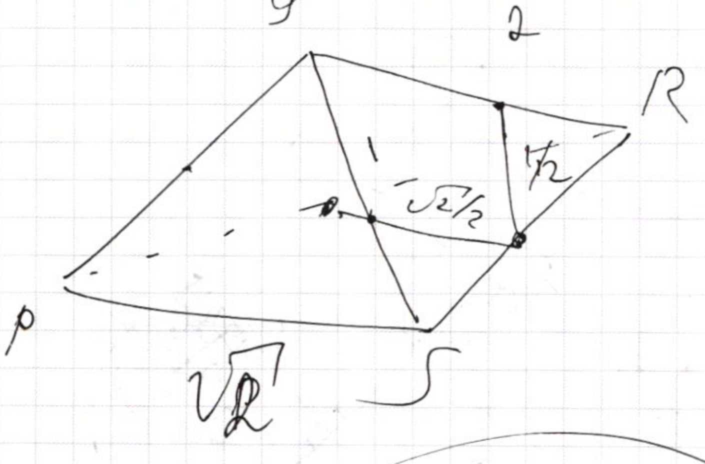
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

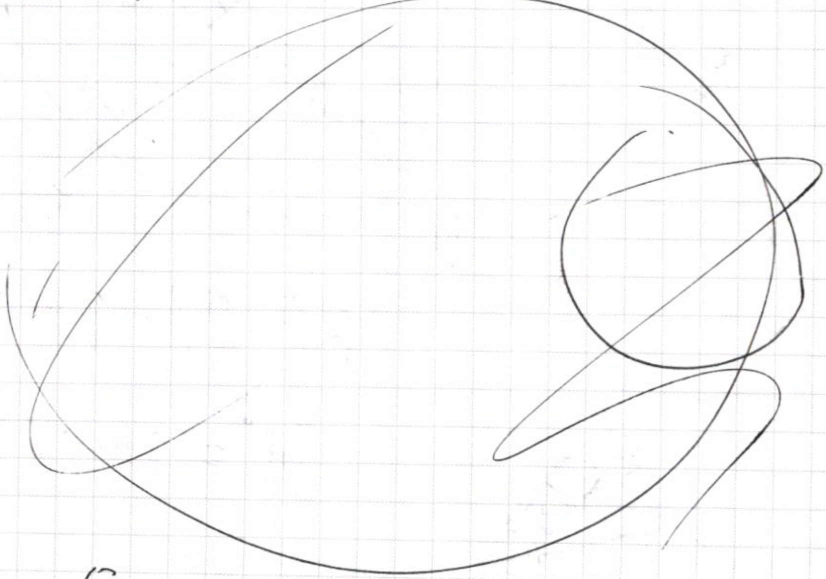
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

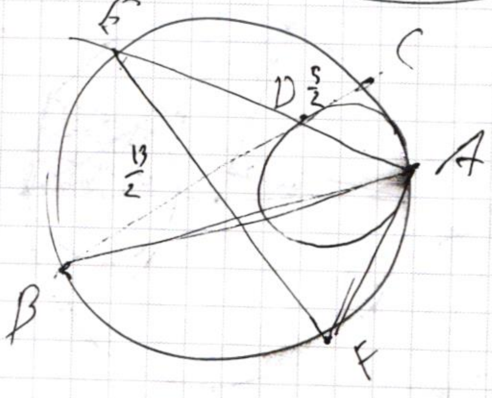
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА







☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

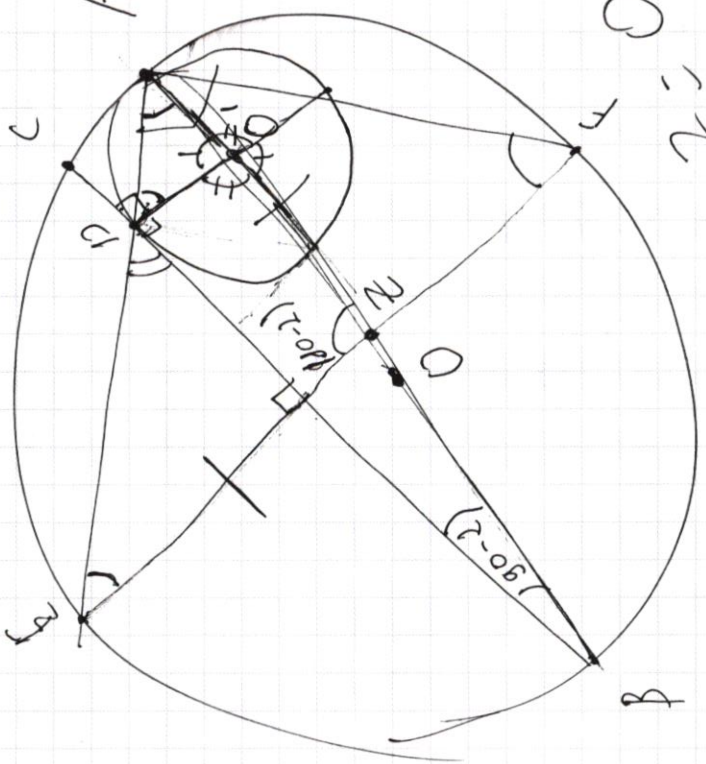
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

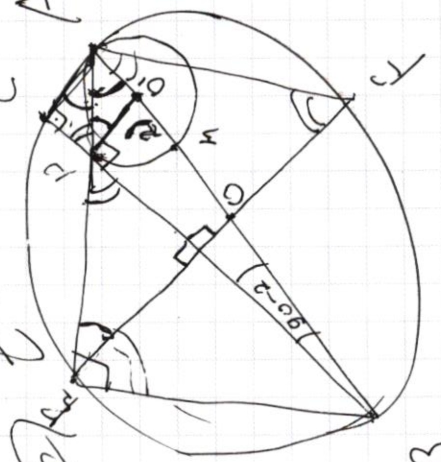
cos

$\frac{\cos 2\alpha}{2\cos^2\alpha} = 1 - \frac{1}{2\cos^2\alpha}\left(\frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha}\frac{\sin\alpha}{\sin 2\alpha}\right.$

$\measuredangle = 2)$

$2) + ? = 90$



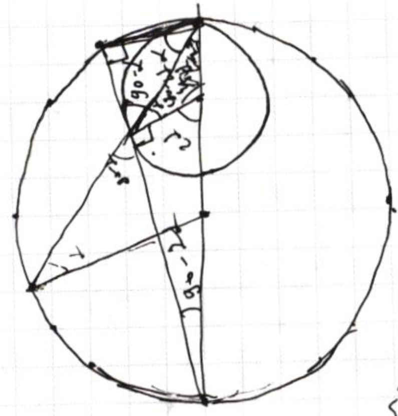


Z = O

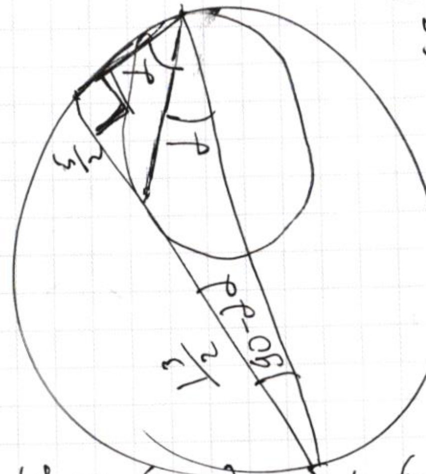
$EP \cdot PA = BP \cdot PC$

$BP^2 = BM \cdot BA$

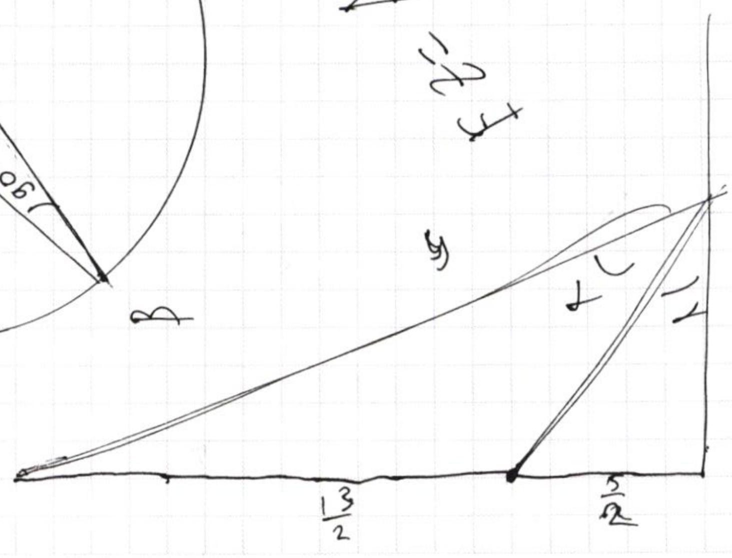
FZ = AZ



$\frac{x}{y} = \frac{5}{13}$



$(169-81 = 88$



$\left(\frac{13}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + x^2$

$\frac{18}{2}\operatorname{tg}(90-\alpha) = \frac{5}{2}\operatorname{tg}(90-2\alpha)$

$0 \le \alpha \le 90$

$\frac{18}{5} = \frac{\operatorname{tg}(90-2\alpha)}{\operatorname{tg}(90-\alpha)}$

$\frac{18}{5} = \frac{\sin 90-2\alpha}{\sin 90-\alpha} \cdot \frac{\cos 90-\alpha}{\cos 90-2\alpha}$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2a+2b) = \sin 2a \cos 2b + \sin 2b \cos 2a$

$\sin(2a+4b) + \sin 2a = 2\sin(2a+2b)\cos 2b = -\frac{8}{17}$

$\cancel{\cos 2b = \frac{8}{\sqrt{17}}}$

$\cancel{\cos(a+a)} =$

$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$\cos 2b = \dfrac{-\frac{8}{17}}{2\frac{-1}{\sqrt{17}}} = \dfrac{4}{\sqrt{17}}$

$299 \,|\, 13$, 26, 23, 39

$\cancel{\sin \alpha + \sin \beta}$ $299 \,|\, 13$ $\sin 2b = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\dfrac{4\sin 2a + \cos 2a}{\sqrt{17}} = -\dfrac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2a + \cos 2a = -1$

$\frac{65}{13} = 5$

$\sin(a+a) = 2\sin a \cos a$

65×65, 325, 3900, 4225

$8\sin a \cos a + \cos^2 a - \sin^2 a = -1$

$4\sin a \cos a + \cos^2 a = 0$

$4\sin a + \cos a = 0$

$4\operatorname{tg} a = -1$

$\operatorname{tg} a = -\frac{1}{4}$

$169 - 81 =$

$=$

18×18, 144, 180, 324

$$\begin{cases} \cancel{3y-2x} = 9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2 \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2=0 \\ x^2+y^2-2x-\frac{4}{3}y=\frac{4}{3} \quad (x-1)^2-1+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{4}{9}=\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$9y^2-(15x-3)y+4x^2+2x-2=0 \quad (x-1)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{5}{3}\right)^2$$

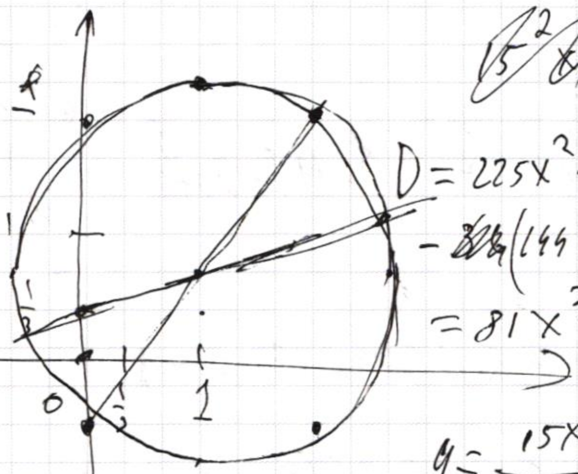
$3x^2+3y^2-6x-4y$

$\cancel{18y^2-30xy+8x^2+4x+6y=4}$

$2-3\cancel{0\,28}+2,5-$ $\quad 12+4-1=25$

$\cancel{15y^2-30xy+5x^2}$ $\quad \cancel{+10(x+y)=0}$

$-4+\cancel{3\sqrt{2,5}}+2\,2 \quad \cancel{2,5y^2-6xy+x^2+10x+10y=0}$



$(1-\sqrt{2,5})(2-\sqrt{2,5})=$

$-2\cdot(1-\sqrt{2,5})-$

$-4(2-\sqrt{2,5})+2$

$D=225x^2-90x+9-$

$-\cancel{36}(144x^2+72x-72)=$

$=81x^2-162x+81$

$$y=\frac{15x-3\pm\sqrt{9x^2-2x+9}}{9}$$

$1,5x^2+1,5y^2=4\,2$

$6-4=2\sqrt{12-4-6+2}$

$$\frac{15x-3\pm 9|x-1|}{18}$$

$$\sqrt{4} = \frac{5x\pm\sqrt{9x^2-2x+9}}{3}$$

$$\frac{5x-1\pm 3|x-1|}{6}$$

$(x-1)^2+(1,5y-1)^2-(1,5y-x)^2$

$(x-1)^2=x^2-2x+1$

$\cancel{(y-1,5)^2}$ $(1,5y-1)^2=2,25y^2-3y+1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)