МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6}, \\ x^2+36y^2-12x-36y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x+\left|x^2-10x\right|^{\log_3 4}\geqslant x^2+5^{\log_3\left(10x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2\leqslant x\leqslant 25$, $2\leqslant y\leqslant 25$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x-16}{4x-5}\leqslant ax+b\leqslant -32x^2+36x-3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4};1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL=3$, $KM=1$, $MN=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)}$$

Обозн. $t = 10x - x^2$ заметим, что $t > 0$ (т.к. от t берут $\log_3 t$ $\Rightarrow$ $|t| = t$

Тогда

$$t + t^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}$$

$$\cancel{5^{\log_3 t} = 5^{\log_3 \log_3}}$$

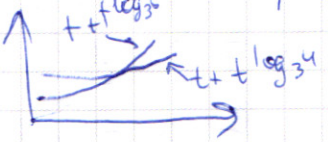
$$\log_3 t = \log_{5^{\log_5 3}} t = \log_5 t^{\frac{1}{\log_5 3}} = \log_5 t^{\log_3 5}$$

$$\Rightarrow 5^{\log_3 t} = t^{\log_3 5}$$

$$t + t^{\log_3 4} \geq t^{\log_3 5}$$

при $t = 9$ $t + t^{\log_3 4} = t^{\log_3 5}$

а при $t > 9$ $t^{\log_3 5} > t + t^{\log_3 4}$ (т.к. показатель степени у $t^{\log_3 5}$ выше $\Rightarrow$ ф-ция растет быстрее и графики выш. как-то так:



Тогда нер-во выполн. при $t \leq 9$

$$0 < 10x - x^2 \leq 9$$

$$x \in [1, 9]$$

Ответ: $x \in [1, 9]$

№5.

$f(2) = \left[\frac{2}{4}\right] = 0$

$f(3) = \left[\frac{3}{4}\right] = 0$

$f(4) = f(2) + f(2) = 0$

$f(5) = \left[\frac{5}{4}\right] = 1$

$f(6) = f(3) + f(2) = 0$

$f(7) = \left[\frac{7}{4}\right] = 1$

$f(8) = f(4) + f(2) = 0$

$f(9) = f(3) + f(3) = 0$

$f(10) = f(2) + f(5) = 1$

$f(11) = \left[\frac{11}{4}\right] = 2$

$f(12) = f(4) + f(3) = 0$

$f(13) = \left[\frac{13}{4}\right] = 3$

$f(14) = f(7) + f(2) = 1$

$f(15) = f(3) + f(5) = 1$

$f(16) = f(4) + f(4) = 0$

$f(17) = \left[\frac{17}{4}\right] = 4$

$f(18) = f(6) + f(3) = 0$

$f(19) = \left[\frac{19}{4}\right] = 4$

$f(20) = f(10) + f(2) = 1$

$f(21) = f(7) + f(3) = 1$

$f(22) = f(11) + f(2) = 2$

$f(23) = \left[\frac{23}{4}\right] = 5$

$f(24) = f(4) + f(6) = 0$

$f(25) = f(5) + f(5) = 2$

~~Заметим, что $\forall a,b \in D_f$ $f\left(\frac{1}{a}\right) = f\left(\frac{1}{a}\cdot\frac{b}{b}\right) = f\left(\frac{1}{a}\right) + f$~~

Заметим что $\forall x \in D_f$ $f(x \cdot 1) = f(x) = f(x) + f(1)$

$f(x) = f(x) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

Заметим что $\forall a \in D_f$

$0 = f(1) = f\left(\frac{a}{a}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right)$

$f\left(\frac{1}{a}\right) = -f(a)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$

мы хотим найти все так. x, y из $[2, 25]$ что $f(x) - f(y) < 0$

Заметим что $f(x) \geq 0$ (мы посчитали все $f(x)$ для $x \in [2, 25]$ и это выполняется)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Тогда~~

1°) $f(x)=0$ тогда в кач. y подойдет любой y, такой что $f(y)>0$ (если $f(y)=0$ $f(x)-f(y)=0$)
Таких y-ков 14 штук, а x-ов, таких что $f(x)=0$ 10 штук
Тогда всего пар $14\cdot 10=140$

2°) $f(x)>0$

а) $f(x)=1$ тогда $f(y)\geq 2$
Подходящих x 7 штук, подходящих y 7 штук
тогда пар $7\cdot 7=49$

б) $f(x)=2$ тогда $f(y)\geq 3$
подходящих x 3 штук, подх. y 4 штук
всего пар. $3\cdot 4=12$

в) $f(x)=3$ тогда $f(y)\geq 4$
подх. x 1 шт. подх. y 3 шт
всего пар $1\cdot 3=3$

г) $f(x)=4$ тогда $f(y)\geq 5$
подх x 2 шт. подх. y 1 шт.
всего пар $2\cdot 1=2$

д) $f(x)\geq 5$ тогда $f(y)\geq 6$ а при $1\leq y\leq 25$ $f(y)\leq 5$ $\Rightarrow$ таких пар нет.

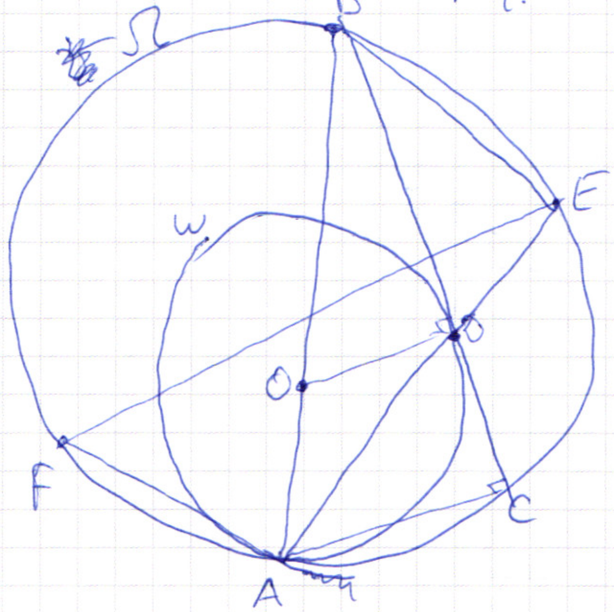
Тогда всего пар $140+49+12+3+2=206$

Ответ: 206

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



Пусть O – центр ω

BD – кас. к ω => $OD \perp BC$

BA – диаметр Ω => $\angle BCA = 90°$ | => $OD \parallel AC$

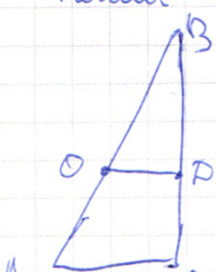
$\triangle BDO \sim \triangle BCA$ по 2 углам ($\angle B$ – общ. $\angle BDO = \angle BCA = 90°$)

Тогда $\frac{BO}{OA} = \frac{BD}{DC} = \frac{17}{15}$

Пусть $OA = 15x = r$

Тогда $OB = 17x$ Тогда $R = \frac{\overset{AB}{15x+17x}}{2} = 16x$ (R – радиус Ω)

Рассм. $\triangle ACB$ и $\triangle BDO$



$OD = r = 15x$

из подобия BOD и BAC

$\frac{BD}{BC} = \frac{17}{32} = \frac{OD}{AC} \Rightarrow AC = \cancel{\frac{17}{32}}\ldots = \frac{32}{17}OD = \frac{32 \cdot 15x}{17}$

по т. Пифагора для $\triangle$ ABC

$AB^2 = AC^2 + BC^2 =$

$16^2 + \left(\frac{32\cdot 15}{17}x\right)^2 = (32x)^2$

$$x^2 = \frac{16^2}{32^2\left(1-\left(\frac{15}{17}\right)^2\right)}$$

$$x^2 = \frac{1}{4}\cdot\frac{17^2}{17^2-15^2} = \frac{17^2}{4\cdot 64}$$

$$x = \frac{17}{16}$$

Тогда $r = 15x = \frac{15\cdot 17}{16} = \frac{255}{16}$

$R = 16x = \frac{16\cdot 17}{16} = 17$

$\angle AFE = \angle ABE$ (опираются на $\breve{AE}$)

$\angle BOD = \arcsin \frac{1}{2}\cdot\frac{16}{17x} = \arcsin\frac{16}{2\cdot 17} = \arcsin\frac{8}{17}$

$\Rightarrow \angle BAD = 2\angle BOD = 2\arcsin\frac{8}{17}$

$\angle ABE = 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - 2\arcsin\frac{8}{17}$

$\angle AFE = \angle ABE = 90^\circ - 2\arcsin\frac{8}{17}$

Ответ: $r = \frac{255}{16}$ $R = 17$, $\angle AFE = 90^\circ - 2\arcsin\frac{8}{17}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Обозн. $x = 2\alpha \quad y = 2\beta$

$\sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\left[\begin{array}{l} x+y = \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi k \\ x+y = \pi - \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi k \end{array}\right.$ $k \in \mathbb{Z}$

$\cancel{\sin(2\alpha + 4\beta) +}$

$\sin(x+2y) + \sin x = -\frac{2}{5}$

$\cancel{\frac{1}{\sqrt2}\sin(x+2y) + \frac{1}{\sqrt2}\sin x = -\frac{\sqrt2}{5}}$

$\cancel{\sin\frac{\pi}{}}$

$2\sin(x+y)\cos y = -\frac{2}{5}$

$2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right)\cos y = -\frac{2}{5}$

$\cos y = \frac{1}{\sqrt5}$

$y = \pm\arccos\frac{1}{\sqrt5} + 2\pi k$

$\left[\begin{array}{l} x = \pi - \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) \pm \arccos\frac{1}{\sqrt5} \\ x = \cancel{\pi-} \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) \pm \arccos\frac{1}{\sqrt5} \end{array}\right.$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

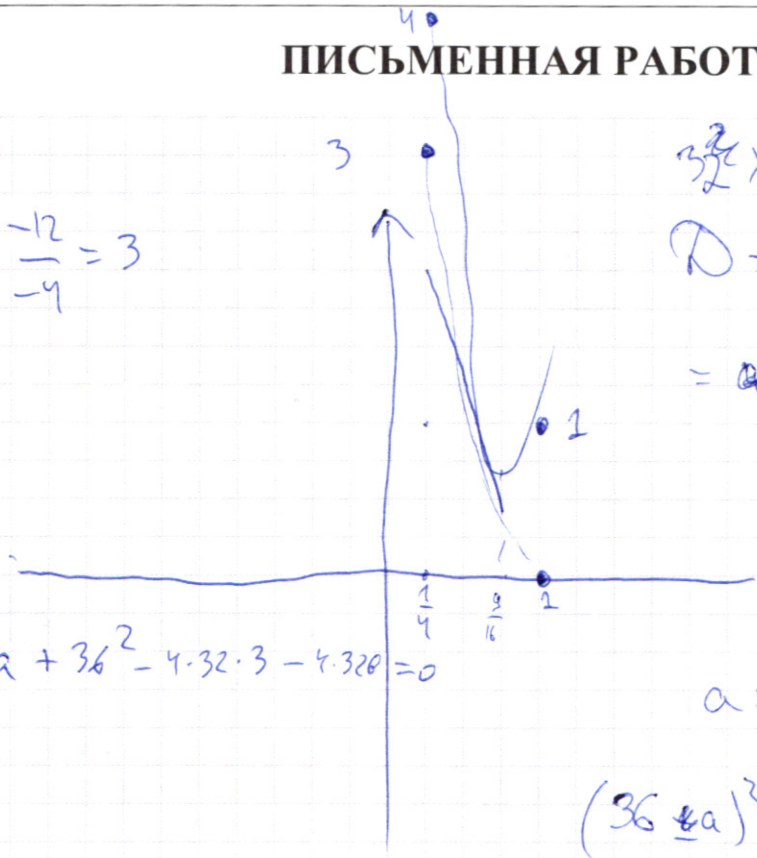
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\frac{-12}{-4}=3$

$32x^2-36x+3+ax+b=0$

$D=(a-36)^2-4\cdot 32\cdot(3+b)=$

$=$

$-4\cdot 32\cdot 3-4\cdot 32b$

$b\geq \frac{36^2-712\cdot 32}{4\cdot 32}$

fix a

$a^2-72a+36^2-4\cdot 32\cdot 3-4\cdot 32b=0$

$ax+b\leq -32x^2+36x-3$

$(36-a)^2$

$b\geq 5\frac{1}{3}$

$-\frac{32}{16}+\frac{36}{4}-3=-2+9-3$

$x_0=\frac{-36}{-64}=\frac{9}{16}$

$-32+36-3$

17
15
85
17
255

$\frac{16\cdot\frac{9}{16}-16}{4\cdot\frac{9}{16}-5}=\frac{-7}{-11}4=\frac{28}{11}$

$\frac{2^5}{2^8}$

$\frac{9}{4}-5$

$\frac{9-20}{4}$

$289-225$

$-32\cdot\frac{81}{256}+36\cdot\frac{9}{16}-3=$

$=-\frac{81}{8}+\frac{9\cdot 9}{4}-3=$

$=\frac{81-3\cdot 8}{8}=$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{16x-16}{4x-5}=ax+b$$

$$16x-16=4ax^2-5ax+4bx-5b$$

$$4ax^2-(5a+16-4b)x+16-5b=0$$

$$D=0=(5a+16-4b)^2-16a(16-5b)=$$

$$=25a^2+256+16b^2+10\cdot16a-8\cdot5ab-32\cdot4b-256a+16\cdot5b=0$$

$+80b-128b$

$$25a^2-40ab+16b^2-96a-48b+256=0$$

5^x $-8x\cdot b$ $+10xa$

$$(5a-4b-x)^2+k(5a-4b-x)$$

$$-48(2a+b)+256=0$$

$$2a+b\geq\frac{256}{48}=\frac{16}{3}$$

$$2a+b\geq5\frac{1}{3}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t + |t|^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}$ $\quad t>0$

$1 + \log_3 4 \, t^{\log_3 4 - \log_3 3} -$
$- \log_3 5 \, t^{\log_3 5 - \log_3 3}$

$t + t^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}$

3-реш.

$t(1 + t^{\log_3 \frac{4}{3}}) \geq 5^{\log_3 t}$

t

$t + t^{\log_3 4} - 5^{\log_3 t} \geq 0$

$1 + \log_3 4 \, t^{\log_3 \frac{4}{3}} - 5^{\log_3 t} \cdot \log 5 \cdot \frac{1}{t}$

$\cancel{10x - x^2}$

$(a^x)' = (a^x) \cdot \log a$

$x^2 - 10x + 9 = 0$

$D = 100 - 36 = 64$

$\frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$

a^x

$a = (e^{\log a})^x$

$x = \frac{10 \pm 8}{2} = \log_3 t = \frac{\log_3 t}{\log_5 5}$

$= \frac{1}{9}$

$e^{\log a x} \cdot \log a$

$\frac{1}{3} x^{\frac{1}{4}} \geq 1^{-5}$

$1+$

$\log_3 t = \log_5 k$ $\quad \log_{5^{\log_5(3)}} t =$

$5^{\log_3 t} = 5^{\frac{1}{\log_t 3}}$ $\quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ $\quad =$

$= \frac{1}{t}$

$- t^{\log_3 5} + t^{\log_3 4} + t$

$a^{bx} = b$

$b^{\frac{1}{x}} = a$

$\log_{a^b} c = x$

$\log_a c^{\frac{1}{b}}$

$\log_{5^{\log_5(3)}} t = \log_5 t^{\frac{1}{\log_5 3}}$

$a^{bx} = c$

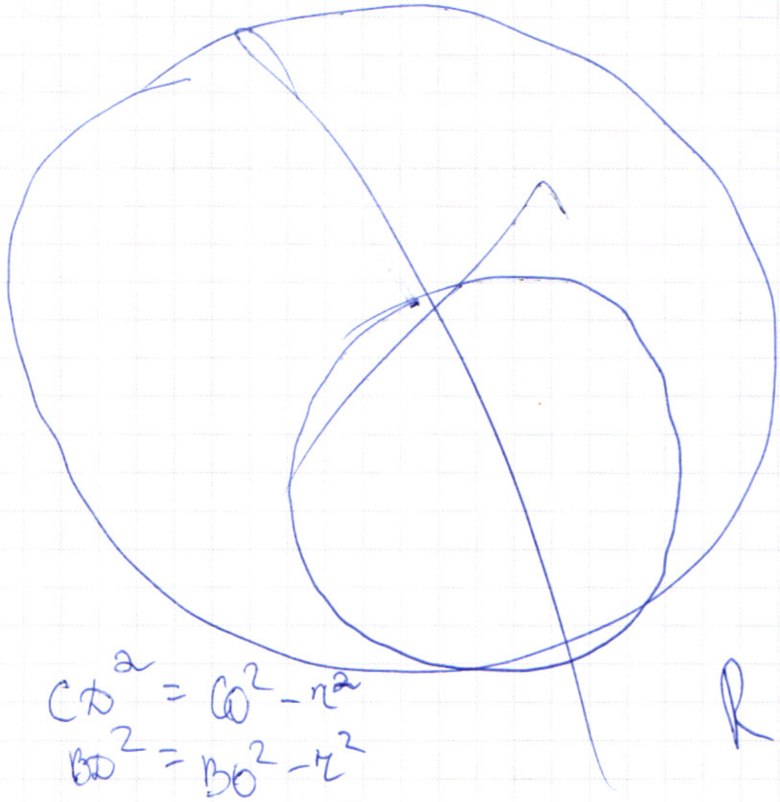
$a^x = c^{\frac{1}{b}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$CD^2 = CO^2 - r^2$

$BD^2 = BO^2 - r^2$

R

$\angle AFE$

S_{AEF}

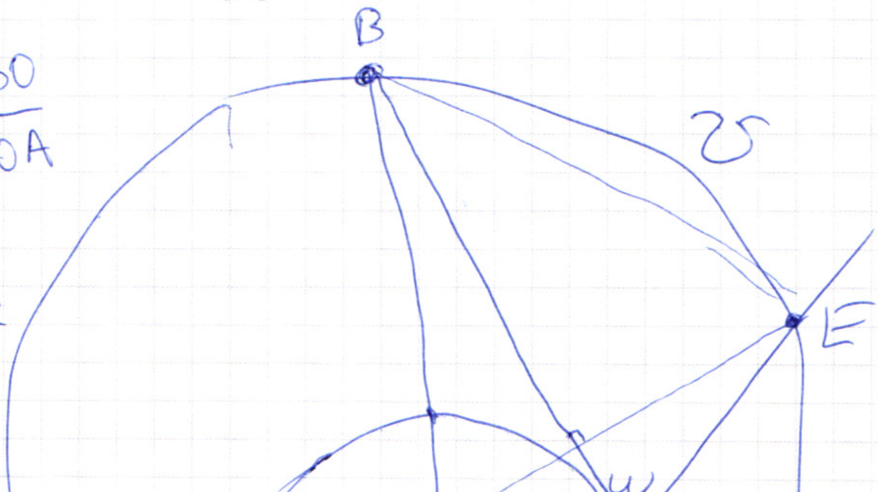
$CD = \frac{15}{2}$

$BD = \frac{17}{2}$

$\frac{BD}{DC} = \frac{BO}{OA}$

$\frac{BO^2 - r^2}{CO^2 - r^2} = \frac{BO^2}{r^2}$

$BO^2 r^2 - r^4 = CO^2 BO^2 - CO^2 r^2$



$CD \cdot BD = ED \cdot DA$

$\cancel{x(x+2r)} =$

$(d-r)(d+r) = d^2 - r^2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$1 + \log_3 4 + t^{\log_3 \frac{4}{3}} - \log_3 5\, t^{\log_3 \frac{5}{3}} = 0$

$\frac{3 \cdot 4 (t^{\log_3 \frac{4}{3}})}{5}$

$t^2 + t^3 - t^8 = 0$

$3^{\log_3 a \cdot b}$

$t(1 + t^{\log_3 \frac{4}{3}} - t^{\log_3 \frac{5}{3}}) = 0$

$t + t^{\log_3 4} - t^{\log_3 5} \geq 0$

$1 = t^0 = t^{\log_3}$

t

$t^{\log_3 \frac{5}{3}} - t^{\log_3 \frac{4}{3}} = 1$

$\frac{5}{3} k^{\log_3 \frac{5}{3}} - \frac{4}{3} k^{\log_3 \frac{4}{3}}$

$\cancel{t^{\log_3 \frac{4}{3}} (t^{\log_3 \frac{5}{4}} - 1) = 1}$

$5k^{\log_3 \frac{5}{3}} - 4k^{\log_3 \frac{4}{3}} = 3$

$\cancel{t^{\log_3 \frac{5}{3} - \log_3 \frac{4}{3}}}$

$\cancel{t^{\log_3 \frac{5}{4}} = t^0}$

$\frac{5}{4} + \frac{4}{3}$

$t^{\log_3 \frac{4}{3}} t^{\log_3 \frac{5}{4}} = 1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$f(ab) = f(a) + f(b) \quad f(p) = \left[\frac{p}{4}\right] \quad f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

$f(1)=0$ $f(6)=0$ $f(12)=0$ $f(18)=0$ $f(23)=5$

$f(2)=0$ $f(7)=1$ $f(13)=3$ $f(19)=4$ $f(24)=0$

$f(3)=0$ $f(8)=0$ $f(14)=1$ $f(20)=1$ $f(25)=2$

$f(4)=0$ $f(9)=0$ $f(15)=1$ $f(21)=1$

$f(5)=1$ $f(10)=1$ $f(16)=0$ $f(22)=2$

$f(11)=2$ $f(17)=4$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{p}\right) = f\left(\frac{q}{p}\right) + f\left(\frac{1}{q}\right) = f(q) + f\left(\frac{1}{p}\right) + f\left(\frac{1}{q}\right)$$

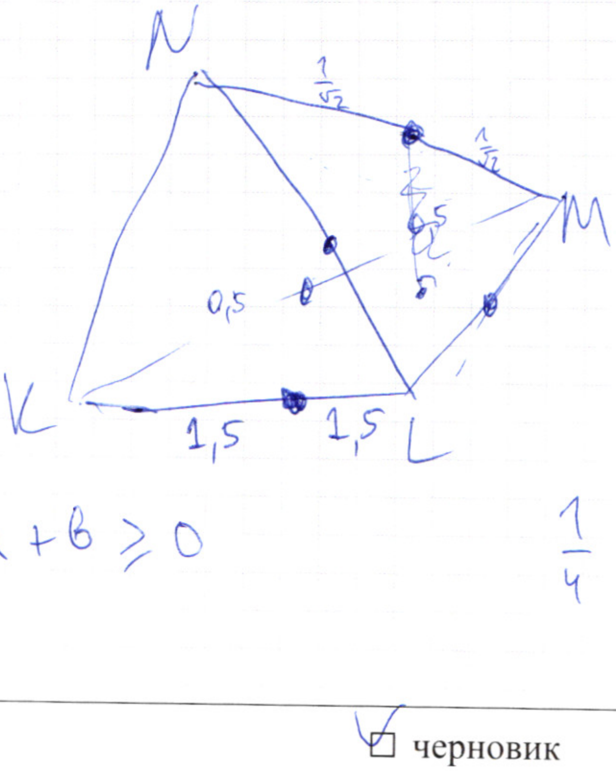
$$f\left(\frac{ab}{b}\right) = f(a) = f(a) + f\left(\frac{b}{b}\right)$$

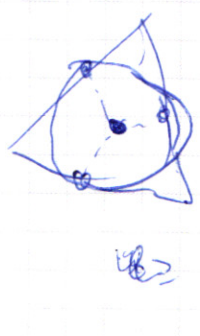
$$f(1) = f(b) + f\left(\frac{1}{b}\right)$$

$$f(b) = -f\left(\frac{1}{b}\right)$$

1°) $f(x)=0 \quad f(y)>0$

2°) $f(x)>0 \quad f(y)>0$





$5\frac{1}{3} + 4a \le$

$a + b \ge 0$

$\frac{1}{4} \quad \le \frac{1}{4}a + b \le 4$

$\frac{1}{4}a + 5\frac{1}{3} \le 4 \quad a \le -\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}a \le -\frac{4}{3}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

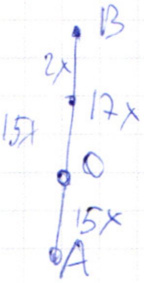
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{17}{15} = \frac{BO}{OA}$

$\sin x + \sin y = \frac{1}{2} \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

30 60

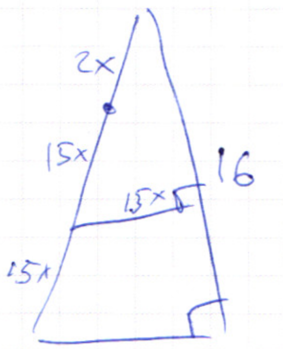
$\frac{1}{2} \sin 45 \cos$

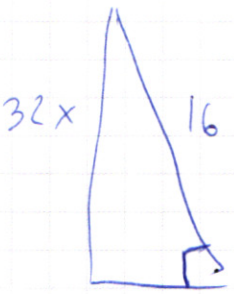


$\frac{17}{32} = \frac{15x}{l\,x}$

$l = \frac{15 \cdot 32}{17} x$

$\frac{r}{R} = \frac{15x}{16x} = \frac{15}{16}$





32 15x

$x^2 \cdot 32^2 \left(\left(\frac{15}{17}\right)^2 + 1\right) = 16^2$

$4x^2 \left(\left(\frac{15}{17}\right)^2 + 1\right) = 1$

$289 + 225 =$

$= 514 =$

$x^2 = \frac{17^2}{(15^2 + 17^2) \cdot 4} = \frac{17^2}{514 \cdot 4}$

22
22
44
44

$22^2 = \quad = 2 \cdot 257$

$x = \frac{17}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{514}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2\alpha = x \quad 2\beta = y$

$\sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt5} \qquad x+y = \arcsin -\frac{1}{\sqrt5} + 2\pi k$

arcsin

$\pi - \arcsin + 2\pi k$

$\sin(x+2y) + \sin x = -\frac{2}{5}$

$\cancel{\sin x \cos y + \sin y \cos x = -\frac{1}{\sqrt5}}$

$\frac{2}{\sqrt5}$

$\sin(x+y)\cos y + \sin y \cos(x+y) + \sin x = -\frac{2}{5}$

$\cancel{-\frac{1}{\sqrt5}\cos y + \frac{2}{\sqrt5}\sin y + \sin x = -\frac{2}{5}}$

$\frac{1}{\sqrt2}\sin(x+2y) + \frac{1}{\sqrt2}\sin x = -\frac{2}{5\sqrt2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x + 2y\right) = -\frac{2}{5\sqrt2}$

$\frac{\pi}{4} + x + y + y = \arcsin -\frac{\sqrt2}{5} + 2\pi k$

$\frac{\pi}{4} + \arcsin\frac{-1}{\sqrt5} + y = \arcsin -\frac{\sqrt2}{5} + 2\pi k$

$y = \arcsin -\frac{\sqrt2}{5} + 2\pi k - \frac{\pi}{4} - \arcsin -\frac{1}{\sqrt5}$

$x = \frac{\pi}{4} + 2\arcsin\frac{-1}{\sqrt5} - \arcsin\frac{-\sqrt2}{5}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}$

$x^2 + 144y^2 - 24xy = 2xy - 12y - x + 6$

$24xy = x^2 + 144y^2 + 12y + x - 6 - 2xy$

$x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45$

$x^2 + 12yx + 36y^2 - 12x - 36y = 45 + \frac{x}{2}^2 + \frac{144}{2}y^2 + 6y + \frac{x}{2} - 3 - xy$

$x^2 + 12xy + 36y^2 - \underline{12x - 36y} = 45 + x^2 + 144y^2 + \underline{12y} + \underline{x} - 6 - 14xy$

$(x + 6y)^2 \cancel{+ x^2 - 12x - 36y} - =$

$= x^2 + 144y^2 + 13x + 48y - 14xy + 39$

$x^2 - 14xy + 49y^2 + 95y^2 + 48y$

$\cancel{x^2} + 36y^2 - 12x - 36y + 2xy - 12y - x + 6 = 45 + \cancel{x^2} - 24xy + 144y^2$

$108y^2 - 26xy + 13x + 48y + 39 = 0$

$13x(1 - 2y) + 9\ldots + 39 - 2\cdot 39y + 126y + 108y^2$

$108y^2 + 48y + 39$

$48 + 2\cdot 39 = 78 + 48$

$108 \cdot \frac{1}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)