МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 4x - \sqrt[3]{y^2 - 16x^2} = 44, \\ y - \sqrt[3]{y^2 - 16x^2} = -20. \end{cases}$$

2. [4 балла] Решите неравенство

$$\sqrt{\log_{3x} x^4} \leqslant \log_{9x} \frac{1}{x^2}.$$

3. [5 баллов] Найдите количество семизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12345.

4. [5 баллов] Даны равнобокая трапеция $ABCD$ (AD и BC – основания, $AD > BC$) и окружность ω с центром C, касающаяся стороны AD. Касательные к ω, проведённые из точки B, пересекают прямую AD в точках P и Q (точка P лежит между Q и D). На продолжении стороны CB за точку B выбрана точка N так, что $\angle CPN$ – прямой. Найдите углы ADC, NQC и площадь четырёхугольника $NCDQ$, если известно, что $\angle NCP = \operatorname{arctg} \frac{12}{5}$, $AP = \frac{13}{2}$, $NC = 13$.

5. [5 баллов] Дана система уравнений

$$\begin{cases} \sin(x+y) = 9\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right), \\ \cos(x+2y) - \sqrt{3}\sin(x+2y) = -16\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right). \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y$, если известно, что оно определено и что этих значений не меньше двух.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\sqrt{\frac{275}{4} + 25x - x^2} \leqslant ax + b \leqslant -\frac{x^2}{3} + \frac{5x}{3} + \frac{45}{4}$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

7. [6 баллов] Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, грани $ABCD$ и CDD_1C_1 которого являются прямоугольниками. Сфера S касается прямых B_1C_1 и C_1D_1, плоскости CDD_1, а также плоскости ABC в точке A. Эта сфера повторно пересекает отрезок AC_1 в точке M. Найдите $\angle BB_1C_1$ и объём параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если известно, что $AM = 5$, $C_1M = 3$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $\begin{cases} 4x - \sqrt[3]{y^2-16x^2} = 44 \\ y - \sqrt[3]{y^2-16x^2} = -20 \end{cases}$

Вычтем 2-е из 1-го выражение:

$4x - y = 64 \Rightarrow y-4x=-64$, $4x = 64+y$

$y - \sqrt[3]{y^2-16x^2} = y - \sqrt[3]{(y-4x)(y+4x)} = -20$

Подставим значение $y-4x=-64$:

$y + 4\sqrt[3]{y+4x} = -20$

Зная $4x$ через y подставим:

$y + 4\sqrt[3]{2y+64} = -20$

$y+20 = -4\sqrt[3]{2y+64}$

Очевидно $y=-28$ является корнем:

$-28+20 = -4\sqrt[3]{-56+64} \Rightarrow -8 = -4\sqrt[3]{8} \Rightarrow -8=-8$

Докажем, что нет больше корней этого ур-я:

пусть $f_1(y) = y+20$, тогда $f_1'(x) = 1 > 0 \Rightarrow f_1(x)$ - монотонно возрастает

пусть $f_2(y) = -4\sqrt[3]{2y+64}$, тогда $f_2'(x) = -4\cdot 2(2y+64)^{-\frac{2}{3}} < 0$ - монотонно ~~убывает~~ на области определения. Т.к. $f_1(x)$ - монот. возр. и $f_2(x)$ - монот. убывает на обл. опр. $\Rightarrow$ если они и пересекаются, то только в одной точке. Такую точку мы нашли.

Зная, что $y=-28$, можем найти, что $x=9$

Ответ: $(9;-28)$

№2

$$\sqrt{\log_{3x} x^4} \le \log_{9x} x^{-2}$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}\log_x |x|} \le -\frac{2}{9}\log_x |x| \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \sqrt{\frac{4}{3}\log_x x} \le -\frac{2}{9}\log_x x \\ x \ne \frac{1}{3};\ x \ne \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}} \le -\frac{2}{9} \Rightarrow \text{при } x \in (0; \tfrac{1}{9}) \cup (\tfrac{1}{9}; \tfrac{1}{3}) \cup (\tfrac{1}{3}; +\infty)$$

Ответ: $x \in (0; \frac{1}{9}) \cup (\frac{1}{9}; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$

№2 $\sqrt{\log_{3x} x^4} \le \log_{9x} x^{-2}$

$$\begin{cases} 2\sqrt{\log_{3x} x} \le -2\log_{9x} x \\ x>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\log_{3x} x} \le -\log_{9x} x \\ x>0 \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{1}{\log_x 9x - \log_x 3}} \le -\frac{1}{\log_x 9x}, \quad x>0$$

$$-\log_x 9x \ge \sqrt{\log_x 9x - \log_x 3}, \ x>0$$

$$\begin{cases} \log_x^2 9x \ge \log_x 9x - \log_x 3, \ x>0 \\ \log_x 9x < 0 \end{cases}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$m = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7}$ $a_1 \neq 0$

остаток от деления числа m на 10 степени n есть последние n ~~ц~~ цифр числа m.

Сумма трёх остатков числа m от деления на послед. степени 10 имеет вид:

$\overline{a_{7-n+1} \ldots a_7} + \overline{a_{7-n} \ldots a_7} + \overline{a_{7-n-1} \ldots a_7}$

если в столбик:

$$\begin{array}{r} a_{7-n-1} a_{7-n} a_{7-n+1} \ldots a_7 \\ + \quad a_{7-n} a_{7-n+1} \ldots a_7 \\ + \quad a_{7-n+1} \ldots a_7 \\ \hline \ldots\ldots 5 \end{array}$$

~~если меньшая степень $n=4$, то другие степени 5 и 6;~~

~~8.~~

Рассмотрим при $n = 3, 4, 5$

$$\begin{array}{r} a_3\, a_4\, a_5\, a_6\, a_7 \\ a_4\, a_5\, a_6\, a_7 \\ a_5\, a_6\, a_7 \\ \hline 1\ 2\ 3\ 4\ 5 \end{array}$$

$0 \le a_i \le 9 \Rightarrow 0 \le 3a_i \le 27$ $0 \le 2a_i \le 18$

$3a_7 = 5 \quad 15 \quad 25 \quad \le 27$ (должна заканчиваться на 5)

т.к. $a_7 \in \mathbb{Z}$, то $a_7 = 5$

т.к. $3a_7 > 10$, то сумма следующих цифр должна заканчиваться на цифру меньшую на один

$3a_6 = 3 \quad 13 \quad 23 \quad \le 27$, т.к. $a_6 \in \mathbb{Z}$, то $a_6 = 1$ (перехода нет)

Аналогично: $3a_5 = 3 \quad 13 \quad 23 \Rightarrow a_5 = 1$

$2a_4 = 2 \quad 12 \quad \le 18 \rightarrow a_4 = 6 \Rightarrow a_3 = 0$ (переход есть)

$a_4 = 1 \Rightarrow a_3 = 1$ (перехода нет)

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Получим 2 возможных варианта.

перед этими цифрами в числе m стоят еще две. первая $\neq 0 \Rightarrow$ принимает от 1 до 9 значений.

вторая может принимать любые значения.

$9 \cdot 10 = 90$

$90 \cdot 2 = 180$ - если $n = 3, 4, 5$

если $n = 2, 3, 4$

$$\begin{array}{r} a_4\,a_5\,a_6\,a_7 \\ a_5\,a_6\,a_7 \\ a_6\,a_7 \\ \hline 1\,2\,3\,4\,5 \end{array}$$

Аналогично:

$a_7 = 5 \quad a_6 = 1$

$2a_5 = 3$ - противоречие

при $n = 1, 2, 3$ очевидно сумма < 12345

при $n = 4, 5, 6$

$$\begin{array}{r} a_2\,a_3\,a_4\,a_5\,a_6\,a_7 \\ a_3\,a_4\,a_5\,a_6\,a_7 \\ a_4\,a_5\,a_6\,a_7 \\ \hline 1\,2\,3\,4\,5 \end{array}$$

Аналогично:

$a_7 = 5 \quad a_6 = 1 \quad a_5 = 1$

$3a_4 = 2 \quad 12 \quad 22$

т.к. $a_4 < 7$, то $a_4 = 4 \Rightarrow a_3 = 0, a_2 = 0$ (перенос)

Получим один возможный вариант, отличный от 2-х ранее полученных

Впереди в числе m стоит одна цифра $\neq 0 \Rightarrow$ принимает 9 различных значений

$9 \cdot 1 = 9$

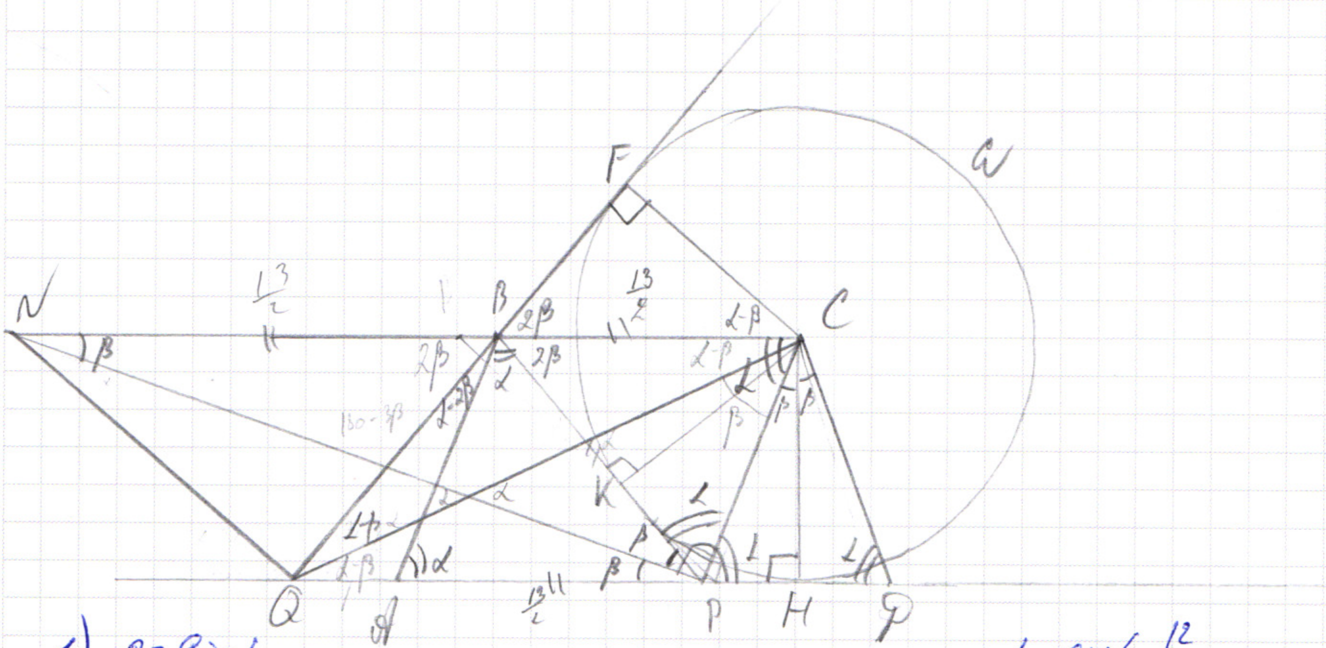
~~Всего~~ при $n = 5, 6, 7$ получим, что $a_1 = 0$ - противоречие

Всего $180 + 9 = 189$

Ответ: 189

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



1) $\beta = 90 - \alpha$ $\qquad$ $\alpha = \text{arcctg}\,\frac{12}{5}$

$BC \parallel AD$ (тр-я) $\Rightarrow \angle CPD = \alpha$

2) $\triangle CPN$: $\angle CNP = 90 - \alpha = \beta$

$\angle PNC = \angle NPA$ (н.л. угл)

3) $\triangle CPK = \triangle CPH$ (CP-общий; $KC = CH$ как радиусы ω; $\angle CKP = \angle CHP =$
$= 90°$ (угол между касат. и радиусом)) $\Rightarrow \angle CPK = \angle CPH = \alpha$

4) $\triangle BCP$: $\angle BCP = \angle BPC = \alpha \Rightarrow BC = BP$

5) $\angle BPN = \angle CPN - \angle CPB = 90° - \alpha = \beta \Rightarrow NB = BP$

6) Т.о. получили $BC = BP = BN$; BP-медиана из прямого угла

7) $BP = \frac{NC}{2} = \frac{13}{2} = AP$ (по условию) $\Rightarrow \angle PBA = \angle PAB = \frac{180° - 2\beta}{2} = 90 - \beta = \alpha$

8). т.к. ABCD-р/б трапеция, то $\angle ADC = \angle BAD \Rightarrow \angle ADC = \alpha = \text{arcctg}\,\frac{12}{5}$

9) $\angle BQC = \angle CQA$ (касат. из одной точки)

10) $\angle CQH = \angle BCQ$ (накр. леж. $\angle$) $= \alpha - \beta$

11) $BC = BQ \Rightarrow \cancel{BQ = \frac{13}{2}}$ и BQ - медиана

$BQ = \frac{13}{2} = BC$

$\Rightarrow \angle NQC = 90^\circ$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} \sin(x+y) = 9\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \\ \cos(x+2y) - \sqrt{3}\sin(x+2y) = -16\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} - (x+2y)\right) = -8\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x + 2y\right)$$

$$\operatorname{tg}x - \operatorname{tg}y = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{2\sin(x-y)}{\cos(x+y)+\cos(x-y)}$$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} \sin(x+y) = 9\cos(\frac{\pi}{3}-x) \\ \cos(x+2y) - \sqrt{3}\sin(x+2y) = -16\sin(x+\frac{\pi}{6}) \end{cases}$$

$tg x - tg y$

$$tg(x-y) = \frac{tg x - tg y}{1+tg x\, tg y}$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x\cos y - \sin y\cos x}{\cos x\cos y} = \frac{\sin(x-y)}{\cos x\cdot\cos y} = \frac{\sin(x-y)}{\frac{1}{2}(\cos(x+y)+\cos(x-y))}$$

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \sin y\cos x$

$\sin x\cdot\cos y$

$\cancel{\cos x\cdot\cos y}$ $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cdot\cos\beta$

$\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta))$

$$tg x - tg y = \frac{2\sin(x-y)}{\cos(x+y)+\cos(x-y)}$$

$\sin(x+y) = 9\cdot\frac{1}{2}\cos x - 9\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \sin x\cos y + \sin y\cos x$

$\cos x(\frac{9}{2} - \sin y) = \sin x(\cos y - \frac{9\sqrt{3}}{2})$

$\cos x\cos 2y - \sin x\sin 2y - \sqrt{3}\cdot\sin x\cos 2y - \sqrt{3}\sin 2y\cos x = -16\sin(x+\frac{\pi}{6})$

~~$\cos x(\cos 2y - \sqrt{3}\sin 2y) - \sin x(\sin 2y + \sqrt{3}\cos 2y)$~~

$\frac{1}{2}\cos(x+2y) - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(x+2y) = -8\sin(x+\frac{\pi}{6})$

$$\begin{cases} \sin(\frac{\pi}{6} - (x+2y)) = -8\sin(x+\frac{\pi}{6}) \\ \sin(x+y) = 9\cos(\frac{\pi}{3}-x) \end{cases}$$

$\cos(\frac{\pi}{3} + x + 2y) = -8\sin(x+\frac{\pi}{6})$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} \sqrt{\log_{3x} x} \le -\log_{9x} x \\ x>0 \end{cases}$$

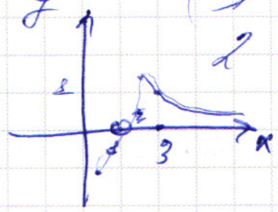
$$\begin{cases} \log_{3x} x \le \log^2_{9x} x \\ \log_{9x} x \le 0 \end{cases}$$

$5^x = 3$

$$\log_{3x} x \le \frac{1}{\log^2_x 9x} \qquad \log_x 9x = (\log_x 3x + \log_x 3)^2$$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$

y



$$\log_{3x} x \le \frac{1}{(\log_x 3x + \log_x 3)^2} \qquad \log_x 3$$

$$\frac{1}{\log_x 3x + \log_x 3 - \log_x 3} = \frac{1}{\log_x 9x - \log_x 3} \le \log^2_{9x} x$$

$$\frac{1}{\log^2_{9x} x \cdot (\log_x 9x - \log_x 3)} \le 1$$

$$\log_{3x} x \le 2\log_{9x} x \qquad \sqrt{\frac{1}{\log_x 3x}} \le -\frac{1}{\log_x 9x}$$

$$\frac{1}{\log_x 3x} = \frac{1}{\log_x 9x - \log_x 3} \le \log^2_{9x} x \qquad \sqrt{\frac{1}{\log_x 9x - \log_x 3}} \le -\frac{1}{\log_x 9x}$$

$$\frac{1}{t - \log_x 3} \le \frac{1}{t^2} \qquad \log_x 9x \le -\sqrt{\log_x 9x - \log_x 3}$$

$\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}$

$$\frac{t^3 - t\log_x 3 - 1}{t - \log_x 3} \ge 0$$

$2^x = 3$

$4^x = 3$

$$\log \cdot \quad \frac{1}{t - \log_x 3} - \frac{1}{t^2} \le 0 \qquad x^x = 9x$$

$$\log^2_x 9x \ge \log_x 9x - \log_x 3$$

$$\frac{t^3 - t^2\log_x 3 - t + \log_x 3}{t^2(t - \log_x 3)} \le 0 \qquad \log^2_x 9x - \log_x 9x + \log_x 3 \ge 0$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$y^3+60y^2+1324y+9064 \mid y+28$$
$$-\,y^3+28y^2 \quad y^2+32y-168$$
$$32y^2+1324y$$
$$-\,32y^2+1496y$$
$$-168y+9064$$
$$-168y-\cancel{...}$$

$$28 \cdot 32: \; 56,\; 144,\; 1496$$

$$1496-1328=168$$

$$168 \cdot 28: \; 1104,\; 336,\; 4504$$

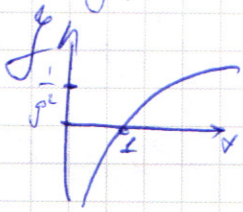
$$y^3 \quad x=\frac{64-28}{4}=\frac{36}{4}=9$$

$$\sqrt{f(x)}\le g(x)$$
$$f(x)\le g^2(x)$$
$$f(x)\ge 0 \quad g(x)\ge 0$$

№2.
$$\sqrt{\log_{3x}x^4}\le\log_{9x}\frac{1}{x^2}$$
$$\sqrt{4\log_{3x}|x|}\le\log_{9x}x^{-2}=-2\log_{9x}|x|$$
$$2\sqrt{\log_{3x}|x|}\le-2\log_{9x}|x|$$
$$\cancel{\log_{3x}|x|\ge\log_{9x}|x|}$$
$$\cancel{\log_{3x}|x|\ge\log_{9x}|x|}$$
$$\sqrt{\log_{3x}|x|}\le-\log_{9x}|x|$$

$$\boxed{\begin{gathered}\sqrt{\frac{4}{3}\log_x x}\le-\frac{2}{9}\log_x x\\ \sqrt{\frac{4}{3}}\le-\frac{2}{9}\\ x>0\\ x\ne\frac{1}{3}\;\; x\ne\frac{1}{9}\end{gathered}}$$

$$\log_a x$$



$$\log_a b - 1 \Leftrightarrow (a-1)(b-a)$$

ОДЗ:
$$\begin{cases}x>0\\ x\ne\frac{1}{3};\ x\ne\frac{1}{9}\\ \sqrt{\log_{3x}x}\le-\log_{9x}\cancel{x}\end{cases}$$

$$\log_{9x}x\le 0 \Rightarrow 9x\ge x$$

$$x\ge 0$$

$$\log_{3x}x\le\log_{9x}^2x=\frac{1}{9}\log_{3x}^2x$$

$$\log_{3x}x\le\frac{1}{9^2}\cdot\log_x^2x \Rightarrow \begin{cases}\log_{3x}x\le\frac{1}{9^2} & (1)\\ \log_{3x}x\ge 0 & (2)\end{cases}$$

$$(3x-1)$$

$$\Rightarrow$$

$$\cancel{9^2\log_{3x}x-1\le 0}$$

$$(3x-1)(x-3x)\ge 0$$

$$(3x-1)\cdot 2x\le 0 \quad (2)$$

$$\log_{3x}x\le\frac{1}{9^2}$$

$$\frac{1}{3}\log_x x\le\frac{1}{9^2} \qquad \frac{1}{3}\le\frac{1}{9^2}$$

$$\log_{3x}x\le\frac{1}{9}\log_{3x}^2x \Rightarrow 9\log_{3x}x\ge 1$$
$$\log_{3x}9$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 4x - \sqrt[3]{(y-4x)(y+4x)} = 44 \\ y - \sqrt[3]{(y-4x)(y+4x)} = -20 \end{cases}$$

$$\boxed{4x - y = 64}$$

$4x = 64 + y \Rightarrow y - \sqrt[3]{y^2 - (64+y)^2} = -20$

$y + 20 = \sqrt[3]{y^2 - (64+y)^2} = \sqrt[3]{y^2 - 64^2 - 128y - y^2} = \sqrt[3]{-64^2 - 128y}$

$(y+20)^3 = -64 - 128y$

$y^3 + 3 \cdot y^2 \cdot 20 + 3 \cdot 20^2 y + 20^3 = -64 - 128y$

$y^3 + 60y^2 + 1328y + 20^3 + 64 = 0$

$\cancel{64 + y - \sqrt[3]{y^2 - (64+y)^2} = 44}$

$y^3 + 60y^2 + 1328y + 8064 = 0$

$y - 4x = -64$

$4x - \sqrt[3]{-64(y+4x)} = 44$

$4x + 4\sqrt[3]{y+4x} = 44$

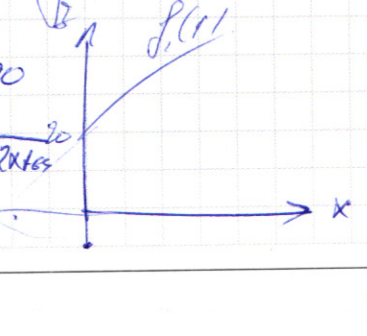
$y + 4\sqrt[3]{y+4x} = -20$

$y + 4\sqrt[3]{y + (64+y)} = -20$

$y + 20 = -4\sqrt[3]{2y+64}$

$f_1(x) = x + 20$

$f_2(x) = -4\sqrt[3]{2x+64}$



$f_2'(x) = -4(2x+64)^{\frac{1}{3}}{}'$

$2 \cdot -4(2x+64)^{-\frac{2}{3}} = -\frac{8}{\sqrt[3]{(2x+64)^2}} < 0 \Rightarrow f_2(x) \downarrow$

$36 \times 6 = 216$

124

1331

$1328 \times 8 = 10624$

$1328 \times 6 = 7968$

56

$1328 \times 8 = 10624$

$4 \cdot 20 \cdot 20 = 1600$

$10624 - 7984 = 2560$

$64 \times 8 = 512$

$64 \times 60 = 3840$

$1328 \times 16 = 7968 + 1328 = 21248$

$21248 - 8064 = 13184$

$16 \times 16 = 96 + 16 = 256$

$256 \times 16 = 1536 + 256 = 4096$

$256 \times 60 = 15360$

$64 - 8 = 56$

$64 - 27 = 37$

$4^3 = 64$

$3^3 = 27$

$y = -4?$

$16 = -8\sqrt[3]{-8+64}$

$\cancel{y = -32?}$

$y = -28?$

$\cancel{-36 = -4}$

$y = -8$

$-8 = -4 \cdot 2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

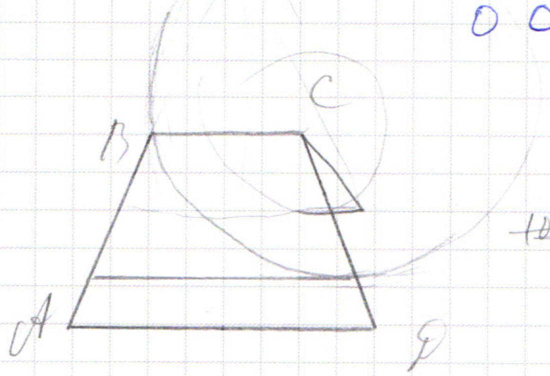
0	0	6	1	1	5	
	0	6	1	1	5	
		6	1	1	5	
0	1	2	3	4	5	

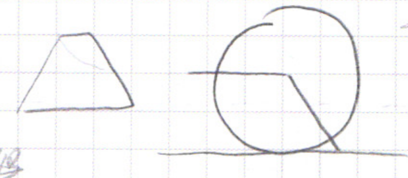
$a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ a_5\ a_6\ a_7$
$a_2\ a_3\ a_4\ a_5\ a_6\ a_7$
$a_3\ a_4\ a_5\ a_6\ a_7$

0 0 1 2 3 4 5

$180 - \alpha - 4\beta - 3\beta$
$= 180 - 90 - 3\beta - ...$
$= 90 - \beta - 2\beta - \alpha - 2\beta$

$2\beta - \alpha + \beta$
$= 3\beta - \alpha$





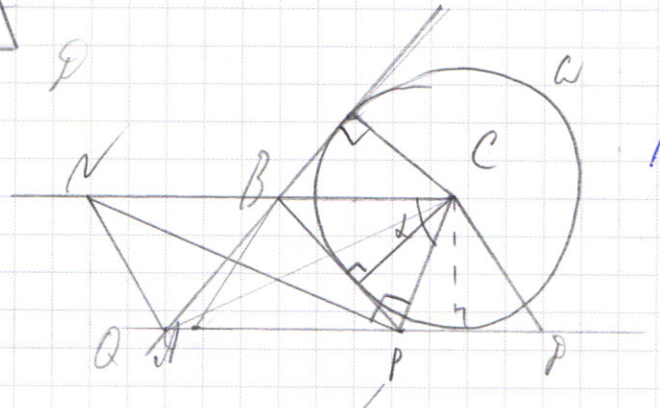
~~180 - α - 2β~~

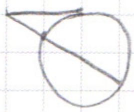
$\alpha = \arccos \frac{13}{2}$

$NC = \sqrt{13}$

$AB = \frac{13}{2}$

BD - медиана





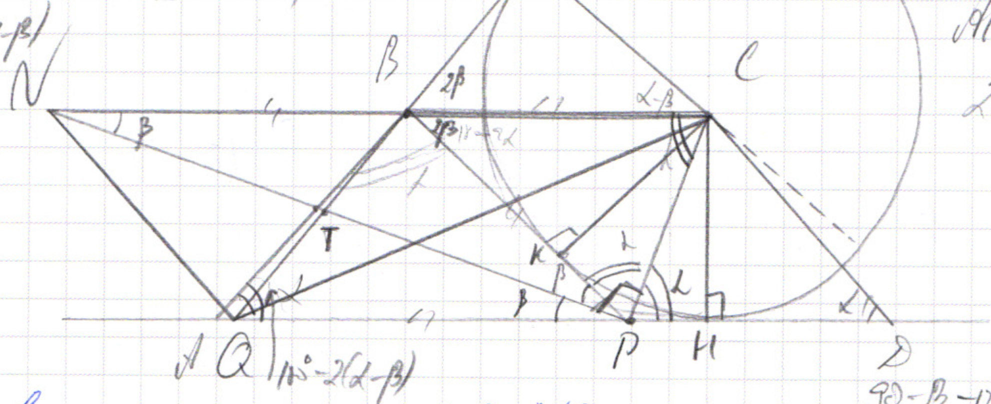
ABCP - р-м

$180 - \alpha + 2\beta - \alpha - 2\beta =$
$= 180 - 2\alpha - 2\beta$

$180 - 2\alpha + 2\beta =$
$= 180 - 2(\alpha - \beta)$

$AB = CD$

$2(\alpha - \beta) - 90$



$90 - \beta - \beta = \alpha - \beta$

FCPT - впис. $\beta = 90 - \alpha$ $PC = NC \cdot \cos\alpha$

$CH = \sin\alpha \cdot PC = NC \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = R$

$\angle CPB = \alpha$ (PK и PH - касат. из одной точки) $\triangle KPC = \triangle HPC$

$PD = PC$ $\angle BPN = \beta = (= 90 - \alpha) = (\angle CPN - \angle CPB)$

$PB = AB = BC \Rightarrow PB$ - медиана $= \frac{13}{2} = AP$ (радиус)

$\angle APB = 2\beta \Rightarrow \angle BAP = \frac{180 - 2\beta}{2} = 90 - \beta = 90 - 90 + \alpha = \alpha$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $\underline{a_1}\ \underline{a_2}\ \underline{a_3}\ \underline{a_4}\ \underline{a_5}\ \underline{a_6}\ \underline{a_7}$

$\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$

$10^n\ 10^{n+1}\ 10^{n+2}$

$n+2\le 5;\ n\le 3$

$\overline{a_{7-n+1}\ldots a_7}+\overline{a_{7-n}\ldots a_7}+\overline{a_{7-n-1}\ldots a_7}$

$n=3$

$$\begin{array}{r} \overline{a_3a_4a_5a_6a_7} \\ +\ \overline{a_4a_5a_6a_7} \\ \overline{a_5a_6a_7} \\ \hline 12345 \end{array}$$

$3a_7=5\ 15\ 25$

$\Rightarrow a_7=5$

$\cancel{3a_6=4\ 14\ 24}$

$\cancel{a_6=8}$

$3a_6=3\ 13\ 23$

$a_6=1$

$3a_5=3\ 13\ 23$

$a_5=1$

$2a_4=2\ 12\ \cancel{22}$

$a_4=1$ $a_4=6$

$a_3=1$ $a_3=0$

$$\begin{array}{r} 11115 \\ +\ 1115 \\ 115 \\ \hline 12345 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 06115 \\ 6115 \\ 115 \\ \hline 12345 \end{array}$$

$9\cdot 10+9\cdot 10=180$

$n=2$

$$\begin{array}{r} \overline{a_4a_5a_6a_7} \\ \overline{a_5a_6a_7} \\ \overline{a_6a_7} \\ \hline 12345 \end{array}$$

$3a_7=5\ 15\ 25$

$a_7=5$

$3a_6=3\ 13\ 23$

$a_6=1$

$2a_5=3$ - противоречие

$n=1$

$$\begin{array}{r} \overline{a_5a_6a_7} \\ \overline{a_6a_7} \\ a_7 \\ \hline 12345 \end{array}$$

$n=4$

$$\begin{array}{r} \overline{a_2a_3a_4a_5a_6a_7} \\ \overline{a_3a_4a_5a_6a_7} \\ \overline{a_4a_5a_6a_7} \\ \hline 12345 \end{array}$$

$a_7=5$

$a_6=1$ $a_5=1$

$3a_4=12\Rightarrow a_4=4$

$3a_4=2$ - противоречие

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)