МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 13x + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = 92, \\ y + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = -124. \end{cases}$$

2. [4 балла] Решите неравенство

$$\sqrt{\log_{3x^2} x^9} \leqslant \log_{9x^3} \frac{1}{x^3}.$$

3. [5 баллов] Найдите количество семизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12828.

4. [5 баллов] Даны равнобокая трапеция $ABCD$ (AD и BC – основания, $AD > BC$) и окружность ω с центром C, касающаяся стороны AD. Касательные к ω, проведённые из точки B, пересекают прямую AD в точках P и Q (точка P лежит между Q и D). На продолжении стороны CB за точку B выбрана точка N так, что $\angle CPN$ – прямой. Найдите углы ADC, NQC и площадь четырёхугольника $NCDQ$, если известно, что $\angle NCP = \operatorname{arctg} \dfrac{15}{8}$, $AP = 17$, $NC = 34$.

5. [5 баллов] Дана система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x - y) = 7\cos\left(\frac{2\pi}{3} + y\right), \\ \cos(2x - y) + \sqrt{3}\sin(2x - y) = 12\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right). \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y$, если известно, что оно определено и что этих значений не меньше двух.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x + 26}{2x + 3} \leqslant ax + b \leqslant 1 + \sqrt{-\frac{33}{4} - 13x - x^2}$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{19}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

7. [6 баллов] Дан параллелепипед $KLMNK_1L_1M_1N_1$, грани KLL_1K_1 и $K_1L_1M_1N_1$ которого являются прямоугольниками. Сфера S касается прямых MM_1 и M_1N_1, плоскости $K_1L_1M_1$, а также плоскости KLL_1 в точке K. Эта сфера повторно пересекает отрезок KM_1 в точке A. Найдите $\angle KK_1N_1$ и объём параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$, если известно, что $AK = 3$, $AM_1 = 1$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{cases} 13x + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = 92 \\ y + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = -124 \end{cases}$$

вычтем из первого уравнения второе

$13x + \sqrt[3]{169x^2-y^2} - y - \sqrt[3]{169x^2-y^2} = 216$

$13x - y = 216$

$169x^2 - y^2 = 13^2x^2 - y^2 = (13x-y)(13x+y) = 216(13x+y)$

сложим первое уравнение и второе

$13x + y + 2\sqrt[3]{216(13x+y)} = \cancel{92} - 32$

$216 = 2^3 \cdot 3^3$ $\qquad 13x+y = t$

$t + 2\cdot 2 \cdot 3\sqrt[3]{t} = -32$

$t + 12\sqrt[3]{t} = -32$

$t + 32 = -12\sqrt[3]{t}$ $\qquad \sqrt[3]{t} = a$

тогда $a^3 + 32 = -12a$

$a^3 + 12a + 32 = 0$

$a = -2$?

$-8 - 24 + 32 = 0$ – верно $\Rightarrow a = -2$ – подходит

$(a+2)(a^2 - 2a + 16) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} a = -2 \\ a^2 - 2a + 16 = 0 \end{array}\right.$$

$a^2 - 2a + 16 = 0$

$D = 4 - 4\cdot 16 = 4 - 64 = -60 < 0 \Rightarrow$ нет корней $\Rightarrow$

подходит только $a=-2$ $\Rightarrow$

$\sqrt[3]{t}=-2$ $\Rightarrow$ $t=-8$ $\Rightarrow$

$$\begin{cases}13x+y=-8\\13x-y=216\end{cases}$$

Сложим эти два уравнения

$26x=208$ $|:2$

$13x=104$ $|:13$

$x=8$

$13\cdot8+y=-8$

$y=-8-104=-112$

Ответ: $x=8$ $y=-112$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$\sqrt{\log_{3x^2} x^9} \le \log_{9x^3} \frac{1}{x^3}$

$\sqrt{9\cdot\log_{3x^2} x} \le \log_{9x^3} x^{-3}$

$3\cdot\sqrt{\log_{3x^2} x} \le -3\log_{9x^3} x \quad |:3$

$3>0 \Rightarrow$ знак неравенства не меняется

$\sqrt{\log_{3x^2} x} \le -\log_{9x^3} x$

1) $x=1 \Rightarrow \log_3 1 = 0$, $\log_{9x} 1 = 0$

$\sqrt{0} \le 0$ – верно $\Rightarrow$ подходит

2) $x \ne 1 \Rightarrow$

$\log_{3x^2} x = \frac{1}{\log_x 3x^2} = \frac{1}{\log_x 3 + \log_x x^2} = \frac{1}{\log_x 3 + 2}$

$\log_{9x^3} x = \frac{1}{\log_x 9x^3} = \frac{1}{\log_x 3^2 + \log_x x^3} = \frac{1}{2\log_x 3 + 3}$

$\log_x 3 = t$

$\sqrt{\frac{1}{t+2}} \le -\frac{1}{2t+3}$

$\begin{cases} \frac{1}{2t+3} \le 0 \Rightarrow t \le -1,5 \\ \frac{1}{t+2} \le \frac{1}{(2t+3)^2} \qquad \frac{(2t+3)^2}{t+2} - 1 \le 0 \\ \frac{1}{t+2} \ge 0 \qquad t \ge -2 \end{cases}$

ОДЗ:

$\begin{cases} x^3>0 \Rightarrow x>0 \\ \frac{1}{x^3}>0 \Rightarrow x>0 \\ 3x^2>0 \Rightarrow x\ne 0 \\ 9x^3>0 \Rightarrow x>0 \\ 3x^2\ne 1 \Rightarrow x\ne\pm\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 9x^3\ne 1 \Rightarrow x\ne\pm\frac{1}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow x \in (0; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{3}}) \cup (\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$

$$\frac{4t^2+12t+9-t-2}{t+2} \leq 0$$

$$\frac{4t^2+11t+7}{t+2} \leq 0$$

$4t^2+11t+7$

$D = 121 - 4\cdot 7\cdot 4 = 121 - 112 = 9$

$t_{1,2} = \frac{-11 \pm 3}{8}$

$t_1 = \frac{-14}{8} = -\frac{7}{4}$

$t_2 = \frac{-8}{8} = -1$

$$\frac{(t+1)(t+\frac{7}{4})}{t+2} \leq 0$$

$- \quad + \quad - \quad +$

$-2 \quad -\frac{7}{4} \quad -1 \quad t$

~~$t \in (-2; -\frac{7}{4}) \cup (-1; +\infty)$~~ $t \in (-\infty; -2] \cup [-\frac{7}{4}; -1]$

, но также $t \geq -2$ и $t \leq -1{,}5 \Rightarrow$

$t \in [-\frac{7}{4}; -\frac{3}{2}]$

~~$\log_x 3 \geq -\frac{7}{4}$~~ $\log_x 3 \in [-\frac{7}{4}; -\frac{3}{2}]$

~~$\log_x 3 = \log_x x^{-\frac{7}{4}}$~~

☐ черновик ☐ чистовик Страница №4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$\cos\left(\frac{2\pi}{3}+y\right) = \cos(120^\circ+y) = \cos(90^\circ-(-30^\circ-y)) =$
$= \sin(-30^\circ-y) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)$

$\sqrt{3}\cos(x-y) = -7\sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)$

$\frac{1}{2}\cdot\cos(2x-y) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(2x-y) = 6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$

$\sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos(2x-y) + \cos\frac{\pi}{6}\sin(2x-y) =$
$= \sin\left(\frac{\pi}{6}+2x-y\right) = 6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$

$\sin\left(\left(\frac{\pi}{6}+y\right)+(2x-2y)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)\cdot\cos(2x-2y) +$
$+ \sin(2x-2y)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}+y\right) = 6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$

$\sin(2x-2y) = 2\sin(x-y)\cdot\cos(x-y)$, $\cos(x-y) = -\frac{7}{\sqrt{3}}\sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)$

$\sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)\cdot\cos(2x-2y) + \frac{-14}{\sqrt{3}}\sin(x-y)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}+y\right) = 6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$

$$\left[\begin{array}{l}\sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)=0\\ \cos(2x-2y) - \frac{14}{\sqrt{3}}\cdot\sin(x-y)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}+y\right) = 6\end{array}\right.$$

~~$1-2\sin^2(x-y) - \frac{14}{\sqrt{3}}\sin(x-y)\cdot\sqrt{1-\sin\frac{\pi}{6}+y}$~~

$\sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)=0 \Rightarrow \sqrt{3}\cos(x-y)=0 \Rightarrow \cos(x-y)=0 \Rightarrow \sin(x-y)=1$

$x-y = \frac{\pi}{2}+\pi n$

$\operatorname{tg}x - \operatorname{tg}y = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x\cos y - \sin y\cdot\cos x}{\cos x\cdot\cos y} =$
$= \frac{\sin(x-y)}{\cos x\cdot\cos y} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\pi n\right)}{\cos x\cdot\cos y}$

~~$\sin\pi n = 1$ или -1~~
$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\pi n\right) = 1$ или -1

$\sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)=0 \Rightarrow y=-\frac{\pi}{6}+\pi k \quad k\in \mathbb{Z}$

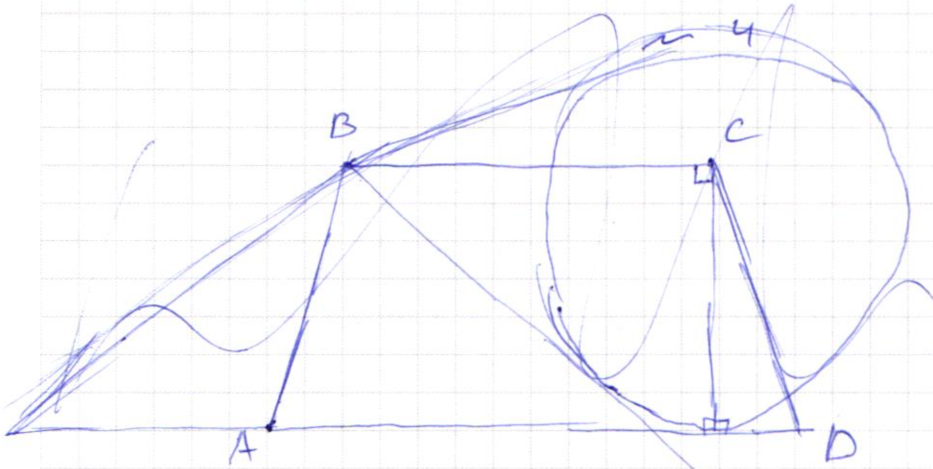
$x=\frac{\pi}{2}+\pi n+y=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}+\pi(n+k)=$

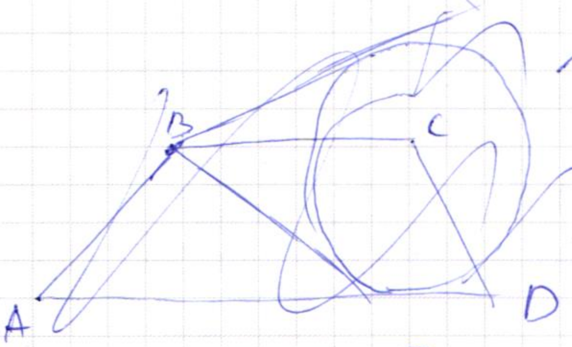
$=\frac{\pi}{3}+\pi(n+k)$

$\cos x=\frac{1}{2} \quad \cos y=\frac{\sqrt{3}}{2}$

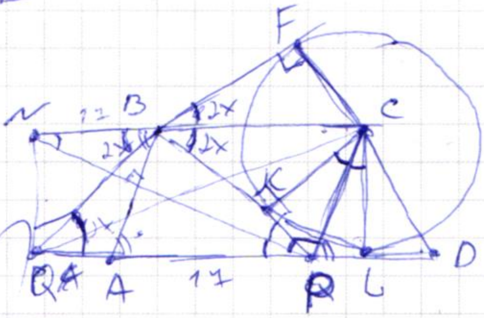
$tg(x)-tg(y)=\frac{4}{\sqrt{3}}$ или $-\frac{4}{\sqrt{3}}$

Ответ: $\frac{4}{\sqrt{3}}$ или $-\frac{4}{\sqrt{3}}$





№ 4



Решение:

(·) K и (·) L − точки касания $\Rightarrow$ $CK=CL$ и

$\angle CKP=\angle CLP=90°$ т.к. CK и CL − радиусы в, провед в точку касания

CP общ. $\Rightarrow$ $\triangle CKP=\triangle CPL$ по катету и гип. $\Rightarrow$

$\angle CKP=\angle CPL=y$

$\angle NPC=90° \Rightarrow \angle NPA+\angle CPL=90° \Rightarrow \angle NPA=90°-\angle CPL=\angle KPN$

$\Rightarrow \angle NPA=\angle KPN=x$; $\angle NPA=\angle PNC$ как н.л.у $\Big\}\Rightarrow \triangle NBP$ − р/б $\Rightarrow NB=BP$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\angle CPD = \angle BCP = y$ как н.л.у $\Rightarrow$

$\triangle BCP$ – р/б. т.к. $BPC = y \Rightarrow$

$BC = BP \Rightarrow NB = BC = \frac{1}{2} NC = 17 = AP$

$BCPA$ – пар-м. т.к. $BC \parallel AP$ и $BC = AP$

$tg\angle NCP = \frac{15}{8} \Rightarrow \frac{NP}{PC} = \frac{15}{8} \Rightarrow$

$NP = 15x \quad PC = 8x$

$(15x)^2 + (8x)^2 = 34^2$

$225x^2 + 64x^2 = 17^2 \cdot 4^2$

$289x^2 = 289 \cdot 4^2 \qquad x = 2 \Rightarrow NP = 30$

$PC = 16$

~~$BC = 17 \quad CP = 16$~~

$BC = BP$

~~$17y^2 = 17^2 + 16^2 - 2\cdot 17 \cdot 16 \cdot \cos\angle BCP$~~

~~$2 \cdot 17 \cdot \cos\angle BCP = 16$~~

$\cos\angle BCP = \frac{8}{17} \qquad \underset{}{\overset{arctg\frac{15}{8}}{\angle NCP}} = \angle BAP$ т.к $ABCP$ – пар-м

$\angle BAP = \angle CDA$ т.к. $ABCD$ – р/б. трапеция

$= arctg\frac{15}{8}$

$\angle PBC = \angle BPN + \angle BNP = 2x$

$\angle FBC = \angle CBP$ т.к BF и BP – касательные к ω, а

$(\cdot)C$ – центр $\Rightarrow \angle FBC = \angle NBQ = 2x$ как верт.$\angle$

$\angle NBQ = \angle BQP = 2x$ как н.л.у.

$\angle QPB$

~~$\angle QPB = \angle BQR \Rightarrow QB = BR$~~

~~$\angle WBQ = \angle$~~

$\angle BQC = \angle CQP = x$ т.к. QF и QL - касательные и (·) C - центр окр.

$\angle CQP = \angle CNP = x \Rightarrow$

$QNCP$ - вписан. $\Rightarrow \angle NQC = \angle NPC = 90°$ т.к.

опир. на одну дугу

Ответ: $\angle NQC = 90°$ $\angle ADC = \operatorname{arctg} \frac{15}{8}$

$\triangle NQP = \triangle QCP$ т.к. $\angle QPC = \angle NQP = 90° + x$, QP общ., $\angle QPN = \angle CQP = x$ $\Rightarrow$ по стороне и двум $\angle$

$\Downarrow$

$NQ = CP$

8'

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$\overline{abcdefg}$ a, b, c, d, e, f, g - цифры

(1) Пусть три послед. степени числа 10 - это: $10^0; 10^1; 10^2$
$10^0 = 1 \Rightarrow$ число делится без остатка
$10^1 = 10 \Rightarrow$ остаток $= g$
$10^2 = 100 \Rightarrow$ остаток $= \overline{fg} = 10f + g$
Суммарный остаток $= 10f + 2g$
наиб значение остатка при $f = g = 9$ т.к. f и g - это цифры числа
$90 + 18 = 108$ - наиб. , а должно быть $12828 \Rightarrow$ не подходит

(2) Пусть это степени: $10^2; 10^3; 10^4 \Rightarrow$ суммар. остаток $= 10f + g + 100e + 10f + g + 1000d + 100e + 10f + g = 1000d + 200e + 30f + 3g$
наиб. значение суммы $= 1000 \cdot 9 + 200 \cdot 9 + 30 \cdot 9 + 3 \cdot 9 = 9000 + 1800 + 270 + 27 = 11097 < 12828 \Rightarrow$ этот вариант не подойдет $\Rightarrow$ не подойдут варианты, где мы брали степени числа 10 меньше, чем в этом варианте, потому сумма остатков там будет очевидно не больше, чем в этом варианте

(3) $10^3; 10^4; 10^5$
$10^3 = 1000$, $10^4 = 10000$, $10^5 = 100000$ $\Rightarrow$

Сумма остатков = ~~___~~ $10000c +$
$+1000d + 100e + 10f + g + 1000d + 100e +$
$+10f + g + 100e + 10f + g =$
$= 10000c + 2000d + 300e + 30f + 3g$

1) $c \geq 2 \Rightarrow$ ~~___~~ сумма $\geq 20000 \Rightarrow$ не подходит

2) $c = 1 \Rightarrow 2000d + 300e + 30f + 3g = 2828$

Если $d \geq 2 \Rightarrow$ Сумма $> 2828 \Rightarrow$ не подходит

Если $d = 1$, то $300e + 30f + 3g = 828 \mid :3$

$100e + 10f + g = 276$

~~Отсюда следует, что $e = 2$~~

Если $e \leq 1$, то $100e + 10f + g < 200$

Если $e \geq 3$, то $100e + 10f + g > 300$

$\Rightarrow e = 2$

$10f + g = 76 \Rightarrow f = 7;\ g = 6 \Rightarrow$

подходит ~~___~~ $c = 1;\ d = 1;\ e = 2;\ f = 7;\ g = 6$

Если $d = 0$, то $300e + 30f + 3g = 2828$

левая часть делится на 3, а правая $\equiv 2 \pmod 3$

$\Rightarrow$ равенства быть не может

3) $c = 0 \Rightarrow 2000d + 300e + 30f + 3g = 11828$

~~___~~ $d \leq 4$ не подходит т.к. левая часть будет меньше

$d = 5 \Rightarrow 300e + 30f + 3g = 1828$ — разбирали в прошлом пункте

$d \geq 7 \Rightarrow$ ~~___~~ левая часть ≥ 14000

$\Rightarrow d = 6 \Rightarrow 300e + 30f + 3g = 828$ — разбирали в прошлом пункте и получили $e = 2;\ f = 7;\ g = 6 \Rightarrow$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ подходит $c=0$; $d=6$; $e=2$; $f=7$; $g=6$

④ 10^4; 10^5; 10^6

Сумма $= 100000b + 10000c + 1000d +$
$+ 100e + 10f + g + 10000c + 1000d + 100e +$
$+ 10f + g + 1000d + 100e + 10f + g =$
$= 100000b + 20000c + 3000d +$
$+ 300e + 30f + 3g = 12828$

Отсюда следует, что b и $c = 0$, иначе левая часть больше

$3000d + 300e + 30f + 3g = 12828 \quad |:3$

$1000d + 100e + 10f + g = 4276 \Rightarrow$

$d = 4$; $e = 2$; $f = 7$; $g = 6$ $\quad b = 0$; $c = 0$

⑤ 10^5; 10^6; $10^7 \Rightarrow$ в сумме остатков будет слагаемое $1000000a \Rightarrow a$ должно быть равно 0, иначе ~~лева~~ сумма остатков будет > 12828, но число не может начинаться с $0 \Rightarrow a \neq 0 \Rightarrow$ противоречие.

Все варианты, которые подходят:

1) $ab11276$
2) $ab06276$
3) $a004276$

чисел первого варианта $= \underset{\text{вариантов}}{9} \cdot 10 = 90$ (т.к. цифр 10, но $a \neq 0$)

чисел второго варианта аналогично $9 \cdot 10 = 90$

чисел третьего варианта $= 9$

Очевидно, что никакие два числа из разных вариантов не совпадут

$90 + 90 + 9 = 189$

Ответ: 189

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$13x+\sqrt[3]{169x^2-y^2}=92$

$y+\sqrt[3]{169x^2-y^2}=-124$

a bcdefg

11828

1 10 100

f(g)+g

$13x-y=92+124=216$

90 + 126

10 100 1000

g 2 125+y +1000

$y=13x-216 \quad y^2=169x^2-2\cdot216\cdot13x+216^2$

$13x+\sqrt{2\cdot216\cdot13x-216^2}=92$

16 · 16 = 96 + 160 = 256

1000+10000+100000

$(13x-92)^2=2\cdot216\cdot13x-216^2$

$\sqrt{9\log_{3x^2}x^{28}}\le \log_{9x^3}(x)^3 x^{28}$

14 · 14 = 56 + 140 = 196

216 | 2

108 | 2

54 | 2

27 |

9999+999+99

$3\sqrt{\log_{3x^2}x} \le -\log_{9x^3}x \quad 2^3\cdot3^3$

$\log_{9x^3}x<0$

10000+1000+

3^2x^3

$3x^2\cdot3x$

10000+1000+100+10−3

11110−4 11100−3 $-\log_x 3^2x^3 \; 3x^2\cdot3x=$

$\log_x 3x^2$ 11097

$=-2\log_x 3^2+3$

$\log_x 3+\log 2$

2700+270

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\sqrt{3}\cos(x-y) = 7\cos\left(\frac{2\pi}{3}+y\right)$ $120°$

$\frac{1}{2}\cos(2x-y) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(2x-y) = \cancel{4\sqrt{2}}\,6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$

$\sin\frac{\pi}{6}$ $\cos\frac{\pi}{6}$

$\sin\left(\frac{\pi}{6}+2x-y\right) = 6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$

$tg x - tg y = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x\cos y - \sin y\cos x}{\cos x\cos y}$

$\frac{\sin(x-y)}{\cos x\cdot\cos y}$

$121 - 4\cdot4\cdot7$ 16 9

$\sin\left(\frac{\pi}{6}+y+2x-2y\right)$ 112 $-\frac{7}{\sqrt{3}}\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$

$2\sin(x-y)\cdot\cos(x-y)$

$\sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)\cdot\cos(2x-2y) + \sin(2x-2y)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}+y\right) =$

$= 6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$

$-\frac{20}{8} = -\frac{5}{4}$

$t_{1,2} = \frac{-11\pm9}{8}$ $-\frac{1}{4}$

$a^3+12a+32 \mid a+2$

a^3-2a^2 $a^2-2a+16$

$+13_8$

$-\frac{5}{4}$ $2a^2+12a+32$

$2a^2-4a$

$4t^2+12t+9-t-2$

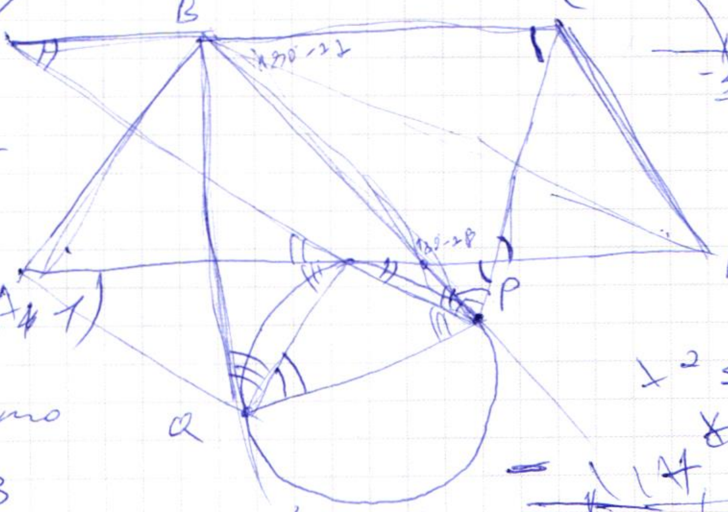
$144+112$ $4t^2+11t+7$

256

$16a+32$

$16a+32$

0



$3x^2 \geq 1$

$x^2 \geq \frac{1}{3}$

$x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$

$x > 1$, то

$x^{-2} \geq 3$

$\frac{1}{x^2} \leq 3$

$\log_x 3 \leq \log_x x^{-2}$

$a \leq 0$

$2t+3$

$2t+3 \leq 0$

$t \leq -1{,}5$

$x^2 \leq \frac{1}{3}$

$x \in$

$\frac{(2t+3)^2-t-2}{t+2} \leq 0$

$-2 \quad -1{,}5 \quad -\frac{5}{4} \quad -\frac{1}{4} \quad t$

$- \quad + \quad - \quad +$

$t \leq -2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{12x+26}{2x+3} \le 1 + \sqrt{-x^2-13x-\frac{33}{4}}$

$\frac{10x+23}{2x+3} \le \sqrt{-x^2-13x-\frac{33}{4}}$

34×34: 136, 1020, 1156

$-x^2-13x-\frac{33}{4} = \frac{(10x+23)^2}{(2x+3)^2}$

360

$5 + \frac{8}{2x+3}$ $\qquad x^2+13x+\frac{33}{4}$

$x = -\frac{3}{2} \cdot \frac{11}{2}$ $\qquad D = \sqrt{169-33} = \sqrt{136}$

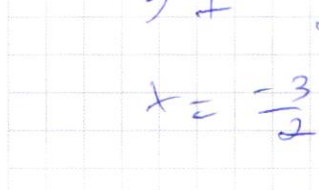
$\sqrt{3}\cos(x-y) = 7\cos\left(\frac{\pi}{3}+y\right) =$ (120°)

$= 7\cos(90°-(-y-30°)) = 7\sin(-y-30°) =$

$= -7\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$

$\cos(2x-2y) + \frac{-14}{\sqrt{3}}\sin(x-y)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}+y\right) =$

$= 6$



$\cos\frac{\pi}{6}$ $\quad \cos\frac{\pi}{3}$ $\quad \sin\frac{\pi}{3}$

$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x + y\right)$

$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x + y\right) = \cos - \frac{6\sqrt{3}}{7}\cos(x-y)$

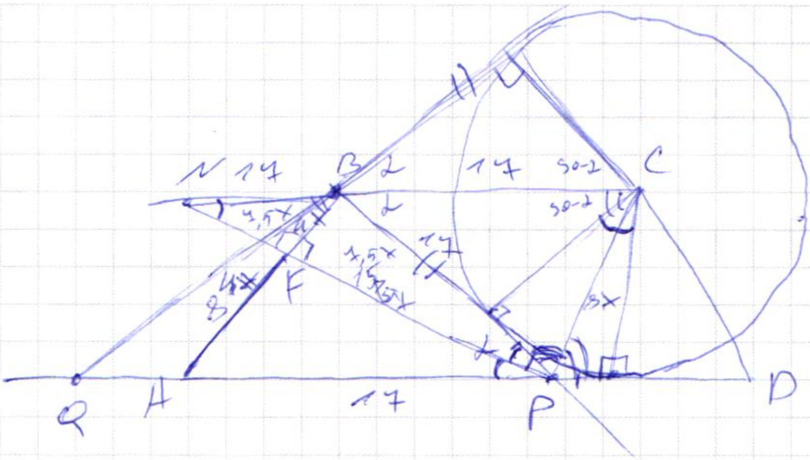
$\cos\left(\frac{\pi}{6}+y\right) = 90° - \left(\frac{\pi}{3}-y\right)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$90+\angle 1$

$90-\angle 1$

$90-2\cancel{2}$

2

$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ +150 \\ \hline 225 \end{array}$

$180-2$

$\frac{MP}{CP}=\frac{15}{8}$ $BC=BN=17$

$\angle 2-\angle 1$

$\cancel{\times\frac{116}{116}}$

$\begin{array}{r} 4 \\ 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ +170 \\ \hline \end{array}$

$\frac{15}{7}x$ $\frac{225}{4}x^2+16x^2=17^2$

$225x^2+64x^2=34^2$

$x^2\cdot 269=34^2$

$x^2=\frac{34^2}{289}=$ $180-2\equiv$

$x=\frac{34}{17}=2$

$90-\angle 1$

17 17 $\pi-2$

30

$\cos 2$

$\cos(180-2)$

$30^2=17^2+17^2-2\cdot 17\cdot \sin$

578578

$900-289\cdot 2=2\cdot 17\cos 2$

289

322

161

$\log_{3x^2}x \le -\log_{5x^3}x^3$

$\frac{1}{\log_x 3x^2}$ $\frac{1}{\log_x 5x^3}$

$\log_x 3+2$ $\log_x 3+3$