МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6}, \\ x^2+36y^2-12x-36y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x+\left|x^2-10x\right|^{\log_3 4}\geqslant x^2+5^{\log_3\left(10x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2\leqslant x\leqslant 25$, $2\leqslant y\leqslant 25$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x-16}{4x-5}\leqslant ax+b\leqslant -32x^2+36x-3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4};1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL=3$, $KM=1$, $MN=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{\sqrt{5}}{5} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = 2\cdot\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{5}$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{5}\cdot 2\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{5}$$

$$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin 2\beta = \sqrt{1-\frac{1}{5}} = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin(2\alpha)\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} \pm \frac{2}{\sqrt{5}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin 2\alpha \pm 2\cos 2\alpha = -1$$

1) $\oplus$: $2\sin\alpha\cos\alpha + 2(2\cos^2\alpha - 1) + 1 = 0$; $\Rightarrow 2\sin\alpha\cos\alpha + 4\cos^2\alpha - \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 0$

$\cos\alpha \neq 0 \Rightarrow 2tg\alpha + 3 - tg^2\alpha = 0$; $\Rightarrow tg^2\alpha - 2tg\alpha - 3 = 0$

$tg\alpha = 3 \quad tg\alpha = -1$

2) $\ominus$: $2\sin\alpha\cos\alpha - 2(2\cos^2\alpha - 1) + 1 = 0$; $\Rightarrow 2\sin\alpha\cos\alpha - 4\cos^2\alpha + 3\cos^2\alpha + 3\sin^2\alpha = 0$

$\cos\alpha \neq 0 \Rightarrow 2tg\alpha - 1 + 3tg^2\alpha = 0$; $\Rightarrow 3tg^2\alpha + 2tg\alpha - 1 = 0$

$tg\alpha = -1 \quad tg\alpha = \frac{1}{3}$

Ответ: $tg\alpha = -1$; $tg\alpha = \frac{1}{3}$; $tg\alpha = 3$

№3

$$10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)}$$

, пусть $10x - x^2 = t$, $5^{\log_3(t)} \Rightarrow t > 0$

$$t + |-t|^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3(t)}$$

$$t + t^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}\ ; \quad 5^{\log_3 t} = 3^{\log_3 5\cdot\log_3 t} = t^{\log_3 5}$$

$$t + t^{\log_3 4} - t^{\log_3 5} \geq 0$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$t(1 + t^{\log_3 4 - 1} - t^{\log_3 5 - 1}) \geq 0$

$\cancel{t > 0 \Rightarrow t^{\log_3 5} > 0 \Rightarrow}$

$t = 3^{\log_3 t}$ $\quad \log_3 t = a \quad 5^a > 0$

$t^{\log_3 4} = 4^{\log_3 t}$ $\quad \Rightarrow \quad 3^a + 4^a \geq 5^a \ ; \ \left(\frac{3}{5}\right)^a + \left(\frac{4}{5}\right)^a \geq 1$

$t^{\log_3 5} = 5^{\log_3 t}$

$f(a) = \left(\frac{3}{5}\right)^a + \left(\frac{4}{5}\right)^a$ – убывающая функция по a

и $f(2) = 1 \Rightarrow$ $f(a)-1$: $+$ 2 $-$

$\Rightarrow \log_3 t \leq 2 \ ; \ \log_3 t \leq \log_3 9 \quad 3 > 1 \Rightarrow 0 < t \leq 9$

$\begin{cases} 10x - x^2 \leq 9 \\ 10x - x^2 > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x^2 - 10x + 9 \geq 0 & (x-9)(x-1) \geq 0 \\ (10-x)x > 0 \Rightarrow \end{cases}$

$-$ 0 $+$ 10 $-$ $\qquad$ $+$ 1 $-$ 9 $+$

Ответ: $x \in (0; 1] \cup [9; 10)$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6+6(1-2y)=\sqrt{(6-x)(-2y+1)} \\ (x-6)^2+9(2y-1)^2=90 \end{cases}$$

пусть $6-x=a$ и $1-2y=b$, тогда:

$$\begin{cases} 6b-a=\sqrt{ab} \\ b^2+9a^2=90 \end{cases}; \quad 6b-a\geq 0 \text{ и } \begin{cases} 36b^2+a^2-12ab=ab & (1) \\ a^2+9b^2=90 & (2) \end{cases}$$

(1): $a^2-13b\cdot a+36b^2=0$

по т. Виета
$a_1=9b$
$a_2=4b$

$\cancel{\Rightarrow b^2+9\cdot 9^2 b^2=90 \Rightarrow b^2=90}$

$\Rightarrow$ 1) $81b^2+9b^2=90 \Rightarrow b^2=1 \quad b=\pm 1 \Rightarrow a=\pm 9$

но $6b-a\geq 0 \Rightarrow \begin{matrix} a=-9 \\ b=-1 \end{matrix}$

2) $16b^2+9b^2=90 \Rightarrow b^2=\frac{18}{5} \quad b=\pm\frac{\sqrt{90}}{5} \Rightarrow a=\pm\frac{4\sqrt{90}}{5}$

но $6b-a\geq 0$
$a=4b$
$2b\geq 0$
$b\geq 0$
$\Rightarrow b=\frac{3\sqrt{10}}{5}$
$a=\frac{12\sqrt{10}}{5}$

1) $\begin{cases} x=15 \\ y=1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x=\frac{30-12\sqrt{10}}{5} \\ y=\frac{5-3\sqrt{10}}{10} \end{cases}$

Ответ: $(15;1) \cup \left(\frac{30-12\sqrt{10}}{5}; \frac{5-3\sqrt{10}}{10}\right)$

№4

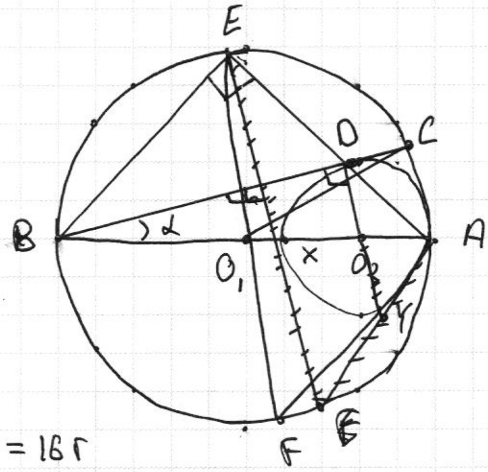
$\angle ABC = \alpha$ $\Rightarrow \cos\alpha = \frac{BD}{BO_2}$

r - радиус маленькой ω

R - радиус большой Ω

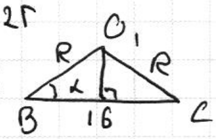
$BO_2 = 2R - r$

$\cos\alpha = \frac{17}{4R-2r}$



точки A, B, O_1, O_2 - лежат на одной прямой, т.к. это внутреннее касание.

$\measuredangle \Delta CO_1B$:



$BC = 16$

$R = \frac{8}{\cos\alpha}$

$R = \frac{4R-2r}{17}\cdot 8$

$17R = 32R - 16r \Rightarrow 15R = 16r$

$r = \frac{15}{16}R$;

BD - касат из т. B и BA - секущ

$\Rightarrow BD^2 = BX\cdot BA$

$\frac{17^2}{4} = (2R-2r)\cdot 2R$

$17^2 = 8\cdot R\cdot\left(2R - \frac{15}{8}R\right) = R^2$

$R = 17 \quad r = \frac{15\cdot 17}{16} = \frac{255}{16}$

$\angle AFE = \angle ABE$ (опир на AE)

ΔABE - прямоуг (AB - диаметр)

$\Rightarrow \angle AFE = 90^\circ - \angle EAB$

$\angle EAB = \angle O_2DA$ (р/б Δ) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EAB = (180^\circ - \angle AO_2D)\cdot\frac{1}{2} = \angle BO_2D\cdot\frac{1}{2}$

$\angle BO_2D = 90 - \alpha \Rightarrow \angle AFE = 45 + \frac{\alpha}{2}$

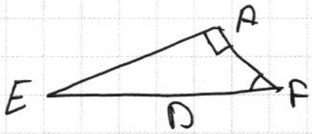
$\cos\alpha = \frac{8}{17} \quad \sin\alpha = \frac{15}{17}$

$\Rightarrow \angle AFE = 45^\circ + \arcsin\frac{15}{17}$

~~ΔAFE ~ Δ ADY~~

$\angle FEA = \angle O_2DA$, т.к. $O_2D \parallel FE$ ($\perp BC$) $\Rightarrow \angle FEA = (180 - (180 - (90-\alpha)))\cdot\frac{1}{2}$

$\angle FEA = 45 - \frac{\alpha}{2}$ и $\angle AFE = 45 + \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \angle EAF = 90^\circ$ и EF - диаметр.



$S = D\cdot\cos\left(45 + \frac{\alpha}{2}\right)\cdot D\cdot\sin\left(45+\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\frac{1}{2} = \frac{D^2}{4}\cdot\sin(90+\alpha)$

$S = R^2\cdot(\sin 90\cdot\cos\alpha + \sin\alpha\cdot\cos 90) = R^2\cdot\cos\alpha$

$S = 17^2\cdot\frac{64}{17} = 64\cdot 17 = 1088$

Ответ: $R = 17$; $r = \frac{255}{16}$; $\angle AFE = 45^\circ + \arcsin\frac{15}{17}$; $S = 1088$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

$\frac{16x-16}{4x-5} \leq ax+b \leq -32x^2+36x-8$ $\quad x\in[\frac{1}{4};1]$

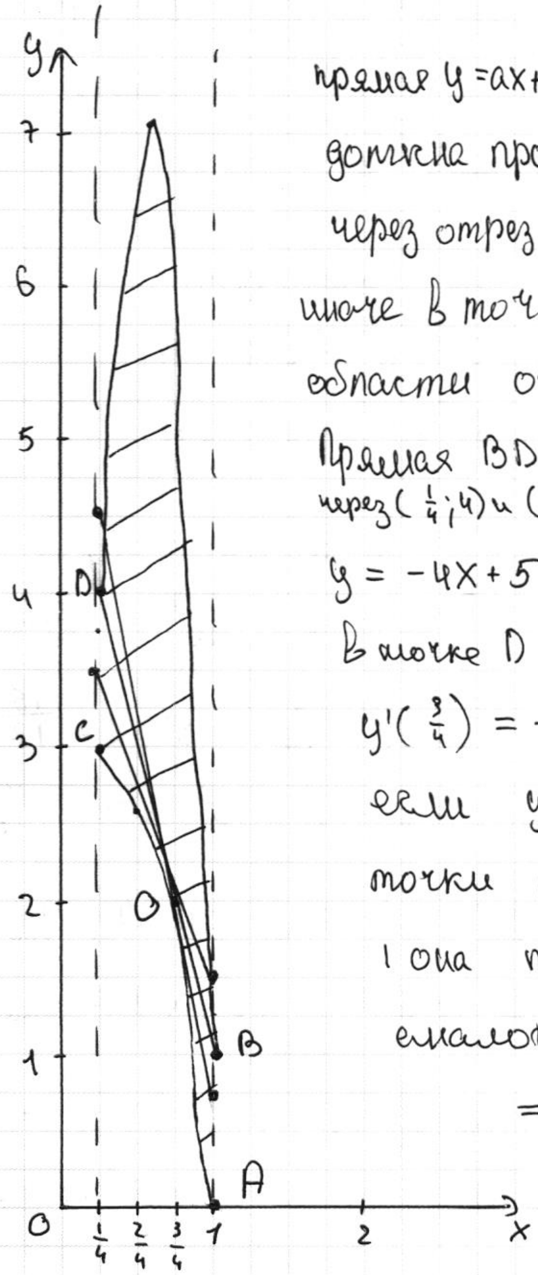
$f_1(x) = \frac{16x-16}{4x-5}$; $f_2(x) = -32x^2+36x-8$

$f_1(\frac{1}{4}) = 3$ $\quad f_2(\frac{1}{4}) = 4$

$f_1(\frac{2}{4}) = \frac{8}{3}$ $\quad f_2(1) = 1$

$f_1(\frac{3}{4}) = 2$ $\quad f_2(x_B) = \frac{57}{8}$

$f_1(1) = 0$ $\quad x_B = \frac{9}{16}$



прямая $y=ax+b$ должна проходить через отрезки AB и DC иначе в точках $\frac{1}{4}$ или 1 она будет вне области ограниченной неравенством

Прямая BD проходит через O и через $(\frac{1}{4};4)$ и $(1;1)$

$y = -4x+5$ - касательная к $y = \frac{16x-16}{4x-5}$

В точке O: $y = 4 + \frac{4}{4x-5}$ $\quad y' = -\frac{16}{(4x-5)^2}$

$y'(\frac{3}{4}) = -4$ $\quad y(\frac{3}{4}) = 2 \Rightarrow$ BD-касат.

если $y=ax+b$ в точке $\frac{1}{4}$ пройдет ниже точки C, (в точке $\frac{3}{4}$ она ≥ 2), то в точке 1 она пройдет выше точки B.

аналогично, если ниже точки B

$\Rightarrow$ BD- единственная

Ответ: $a = -4$; $b=5$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [\frac{p}{4}]$

$f(\frac{x}{y}) < 0$

$f(1) = f(3) + f(\frac{1}{3})$

$a > 1$

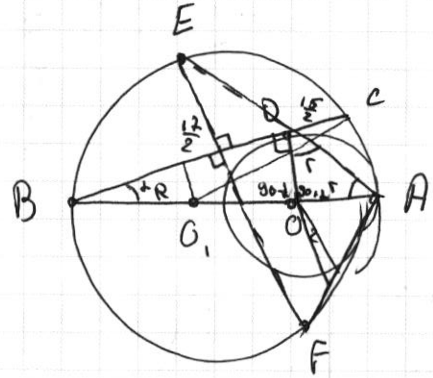
$f(a) = \cancel{f(\frac{1}{a} c^2)} f(3 \cdot \frac{a}{3}) = \underset{0}{f(3)} + f(\frac{a}{3})$

$f(3) = 0$

$f(\frac{1}{3}) = f(3) - f(3)$

$f(\frac{1}{3}) = 0$

$\cancel{f(\frac{a}{b}) = f(a) + f(\frac{1}{b}) = f(3) - f(\frac{3}{a}) + f(\frac{1}{b})}$



$\cos\alpha = \frac{\frac{17}{2}}{2R - r}$

$\cos\alpha = \frac{8}{R}$

$17R = 32R - 16r$

$\boxed{r = \frac{15}{16} R}$

$\cos\alpha = \frac{8\sqrt{31}}{17}$

$\frac{17^2}{4} = 2R(2R - 2r)$

$17^2 = 16R^2 - 16Rr$

$17^2 = 16R^2 - 16R^2 \cdot \frac{15}{16}$

$R^2 = \frac{17^2}{31}$

$\boxed{R = \frac{17}{\sqrt{31}} \quad r = \frac{15 \cdot 17}{16 \cdot \sqrt{31}}}$

$180 - 90 - \alpha = 90 - \alpha$

$\boxed{45 \pm \alpha}$

$\sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} =$

$= 15 \cdot 15$

$15 \times 17 = 105 + 15 = 255$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

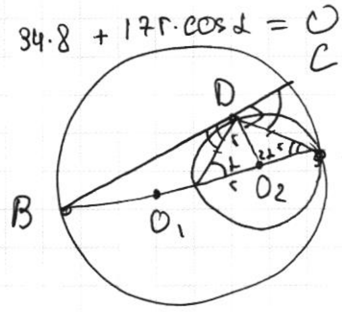
(заполняется секретарём)

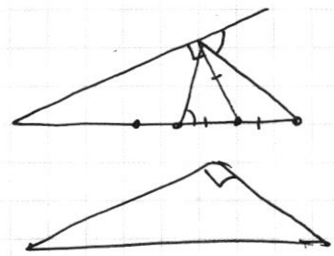
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(2R-r)^2+\frac{17^2}{4}-17\cdot(2R-r)\cos\alpha=r^2$

$4R^2-4Rr+\cancel{r^2}+\frac{17^2}{4}-34R\cos\alpha+17r\cos\alpha=\cancel{r^2}$

$\frac{4\cdot 64}{\cos^2\alpha}-\frac{32r}{\cos\alpha}+\frac{17^2}{4}-34\cdot 8+17r\cdot\cos\alpha=0$





S

$D\cdot\cos(45-$

$\cancel{S}^2$

$r($ ~~17cos~~

$t+t^{\log_3 4}-t^{\log_3 5}\geq 0$

$3^{\log_3 t}+4^{\log_3 t}-5^{\log_3 t}\geq 0$

$3^a+4^a\geq 5^a$ $\qquad = \quad a=2$

$\left(\frac{3}{5}\right)^a+\left(\frac{4}{5}\right)^a\geq 1$

$=2$

$+ \quad 2 \quad -$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times\ 17 \\ \hline 448 \\ 64\ \ \\ \hline 1088 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$x - 12y = \sqrt{(6-x)(1-2y)}$

$(x-6)^2 + 9(2y-1)^2 = 90$

a

$1 - 2y = b$

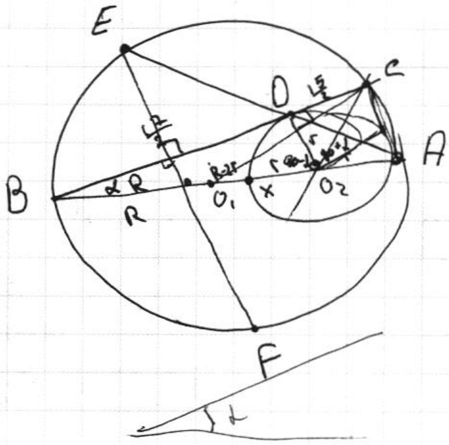
$f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{3}{6}\right) = f\left(\frac{1}{6}\right) + f(3)$

$f(3) = \left[\frac{3}{4}\right] = 0 \quad f\left(\frac{1}{6}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$

$(6-x) - 2y(6-x)$

$f(2) = f\left(\frac{6}{3}\right) = f\left(\frac{2}{3}\right) + f(3) = f\left(\frac{2}{3}\right)$

$$\boxed{\begin{array}{l} a + 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{array}}$$



$CD = \frac{15}{2} \quad BD = \frac{17}{2}$

$BC = 16$

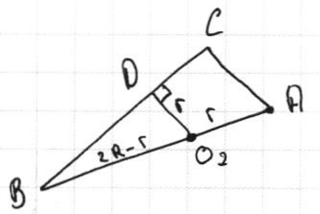
$BD^2 = BX \cdot AB$

$BD^2 = BO_2^2 - O_2D^2$

$\frac{17^2}{4} = (2R - 2r)(2R)$

$\cancel{\frac{17^2}{4} = (2R-r)^2 - r^2}$

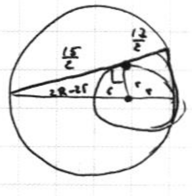
$a + 6b > 0$

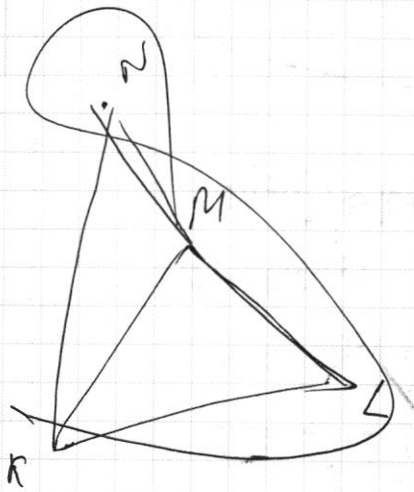


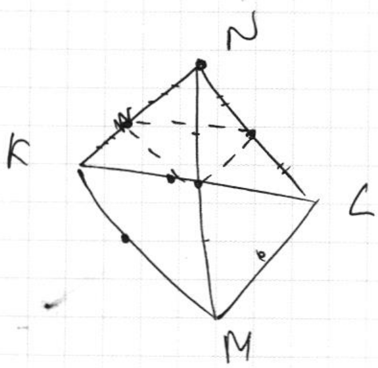
$c^2 + 36b^2 + 12ab = ab$

$a^2 + 9b^2 = 90$

$(a+3b)^2$



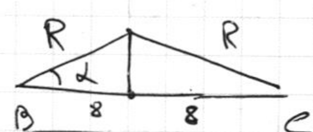




$KL = 3$

$KM = 1$

$MN = \sqrt{2}$



$$\boxed{R = \frac{8}{\cos\alpha}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$\frac{16x-16}{4x-5} \le ax+b \le -32x^2+36x-3$

$4+\frac{4}{4x-5} = f_1(x)$

$-32x^2+36x-3 = f_2(x)$

$x_B = \frac{-36}{-64} = \frac{9}{16}$

$f_1(x):$ | x | $\frac{1}{4}$ | $\frac{2}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | 1 |
|---|---|---|---|---|
| y | | | | |

$\frac{-12}{-4} = 3$

$\frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}$

$\frac{-4}{-2} = 2$

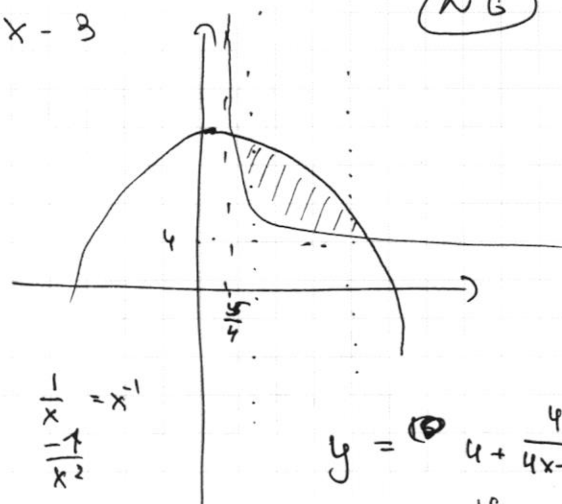
$f_2(x):\ x_B = \frac{9}{16}\ \ y_B = -\frac{32\cdot 81}{16\cdot 16} + \frac{36\cdot 9}{16} - 3$

$y_B = -\frac{81}{8} + \frac{81\cdot 2}{8} - \frac{24}{8} =$

$= \frac{81-24}{8} = \frac{57}{8} \approx 7$

$f_2(\frac{1}{4}) = -2+9-3 = 4$

$f_2(1) =$



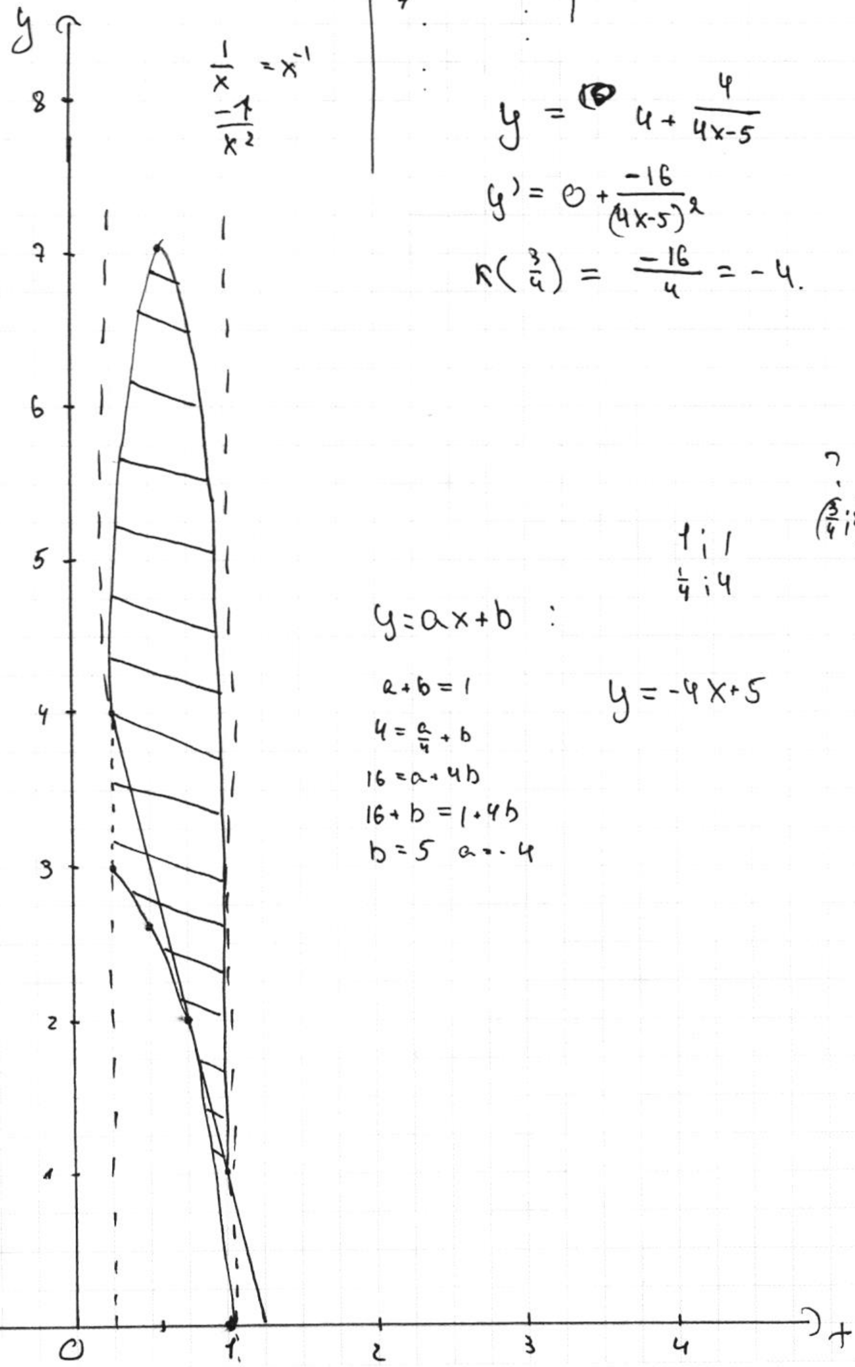
$\frac{1}{x} = x^{-1}$

$\frac{-1}{x^2}$

$y = 4 + \frac{4}{4x-5}$

$y' = 0 + \frac{-16}{(4x-5)^2}$

$k(\frac{3}{4}) = \frac{-16}{4} = -4.$



$(\frac{3}{4};2)$?

1 ; 1

$\frac{1}{4}$; 4

$y = ax+b$:

$a+b=1$

$4 = \frac{a}{4}+b$

$16 = a+4b$

$16+b = 1+4b$

$b=5\ \ a=-4$

$y = -4x+5$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№3. $\quad 33\cdot 0{,}6\approx 20$

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases} \quad x>12y. \quad +36+9 \quad (x-6)^2+(6y-3)^2=90$$

$$x^2+12^2y^2-24xy=2xy-12y-x+6$$

$$x^2+(1-26y)x+(12^2y^2+12y-6)$$

$$x^2-12x+(36y^2-36y-45)$$

$4y^2-4y-5=0$

$D=16+80=96=8\cdot 12$

$$D_1=1+26^2y^2-52y-24^2y^2-48y+24=$$

$\boxed{x=6,\ y=\frac{1}{2}}$

$\sqrt{D}=4\sqrt{6}$

$$x^2-12x+36+36y^2-36y+9-36-9=45\ ; \quad \boxed{(x-6)^2+(6y-3)^2=90}$$

$$D=100y^2-100y+25=5^2(4y^2-4y+1)$$

$\cancel{x^2-12x+5(4y^2-4y-5)}$

$$x=\frac{26y-1\pm 5\sqrt{4y^2-4y+1}}{2}$$

$$x^2-12x-36=9(4y^2-4y+1)$$

№2 $\Rightarrow$ $\cancel{2x=26y-1+}$

$$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4}\ge x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$$

$t>0$

$10x-x^2=t$

$$t+|-t|^{\log_3 4}\ge 5^{\log_3(t)} \Rightarrow t+t^{\log_3 4}\ge 5^{\log_3 t}$$

$$t^{\log_3 4+1}\ge 5^{\log_3 t} \qquad \frac{12}{5}<3$$

$$\log_3 t(\log_3 12)\ge \log_3 t\cdot\log_3 5 \Rightarrow \log_3 t\left(\log_3\frac{12}{5}\right)\ge 0$$

$\log_3 t\ge 0$

$t\ge 1$

$10x-x^2\ge 1$

$x^2-10x+1\le 0$

$D=100-4=96$

$x=\frac{10\pm 4\sqrt{6}}{2}=5\pm 2\sqrt{6}$

$+ \quad 5-2\sqrt{6} \quad - \quad 5+2\sqrt{6} \quad +$

$$t+t^{\log_3 4}\ge 5^{\log_3 t}$$

$$t(1+t^{\log_3 4-\log_3 3})\ge 5^{\log_3 t}.$$

$$\log_3 t+\log_3(1+t^{\log_3\frac{4}{3}})\ge \log_3 t\cdot\log_3 5$$

$$t=3^{\log_3 t} \qquad t^{\log_3 4}=3^{\log_3 t\cdot\log_3 4} \qquad 5^{\log_3 t}=3^{\log_3 5\cdot\log_3 t}=t^{\log_3 5}=$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin2\alpha\cos2\beta + \sin2\beta\cos2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\cos2x = \cos^2x - \sin^2x = 2\cos^2x - 1$

$\sin x + 2\cos x = -1$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin2\alpha = -\frac{2}{5}$

$=0$

$2\sin x\cos x + (4\cos^2x - 2) = -1$

$\sin2\alpha\cos4\beta + \sin4\beta\cos2\alpha + \sin2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin2\alpha(2\cos^2 2\beta) - \sin2\alpha + \sin2\alpha + 2\sin2\beta\cos^2 2\beta\sin2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin2\alpha(\cos^2 2\beta + \sin2\beta\cos2\beta) = -\frac{1}{5}$

$\cancel{\sin2\alpha\cos^2 2\beta}$ $\sin2\alpha\cos2\beta(\cos2\beta + \sin2\beta) = -\frac{1}{5}$

$\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) = -\frac{\sqrt5}{10}$

$(\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha)(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) = -\frac{\sqrt5}{10}$

$\sin\alpha\cos\alpha\cos^2\beta + \sin\beta\cos\beta\cos^2\alpha - \cos\beta\sin\beta\sin^2\alpha - \cos\alpha\sin\alpha\sin^2\beta = -\frac{\sqrt5}{10}$

$\operatorname{tg}\alpha\cos^2\beta + \sin\beta\cos\beta - \operatorname{tg}^2\alpha\sin\beta\cos\beta - \operatorname{tg}\alpha\sin^2\beta = -\frac{\sqrt5}{10\cos^2\alpha}$

$\operatorname{tg}\alpha(\cos^2\beta - \sin^2\beta) + (1-\operatorname{tg}^2\alpha)\sin\beta\cos\beta = -\frac{\sqrt5}{10\cos^2\alpha}$

$\sin x + \sin y = 2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$

$\sin\frac{x}{2}\cos\frac{y}{2} +$
$\sin\frac{y}{2}\cos\frac{x}{2}$

$\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$

$\alpha = \frac{x+y}{2}$ $\beta = \frac{x-y}{2}$

$\sin 120^\circ + \sin 60^\circ = 2\sin 90^\circ\cdot\cos 30$

$\sqrt3 = 2\cdot1\cdot\frac{\sqrt3}{2}$ ✓

$-\frac{2}{5} = 2\sin(2(2\alpha+2\beta))\cos(2\beta)$

$-1 = 10\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\alpha+2\beta)\cos2\beta$

$1 = 2\sqrt5(\cos2\beta\cos2\alpha - \sin2\beta\sin2\beta)\cos2\beta$

$2\sin x\cos x + 4\cos^2x - 2 + 1 = 0$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$= \sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right) =$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos2\beta = \frac{1}{2}(\sin(2\alpha+4\beta) - \dots)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)