МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2 ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам
$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}.$$
Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6},\\ x^2+36y^2-12x-36y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство
$$10x+\left|x^2-10x\right|^{\log_3 4}\geqslant x^2+5^{\log_3\left(10x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2\leqslant x\leqslant 25$, $2\leqslant y\leqslant 25$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство
$$\frac{16x-16}{4x-5}\leqslant ax+b\leqslant -32x^2+36x-3$$
выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4};1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL=3$, $KM=1$, $MN=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}; \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha=-\frac{2}{5} \end{cases} \quad tg\alpha-?$$

Решение:

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha=2\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta=-\frac{2}{5};$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos2\beta=-\frac{2}{2\cdot5}; \quad \cos2\beta=-\frac{1}{\sqrt5};$

$\sin(2\alpha\pm\arccos(-\frac{1}{\sqrt5}))=-\frac{1}{\sqrt5};$

$\sin(2\alpha+2\beta)=\sin2\alpha\cos2\beta+\cos2\alpha\sin2\beta;$

1 случай: $\sin2\beta=\sqrt{1-\frac{1}{5}}=\frac{2}{\sqrt5};$

$-\sin2\alpha\frac{1}{\sqrt5}+\frac{2}{\sqrt5}\cos2\alpha=-\frac{1}{\sqrt5};$

$-2\cos2\alpha+\sin2\alpha=+1;$

$\sin2\alpha=2\cos2\alpha+1;$

$2\sin\alpha\cos\alpha=2\cos^2\alpha-2\sin^2\alpha+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$

$\cos\alpha\neq0; \quad 2tg\alpha=2-2tg^2\alpha+tg^2\alpha+1$

$tg^2\alpha+2tg\alpha-3=0;$

$tg\alpha=-3;1;$

2 случай: $\sin2\beta=-\frac{2}{\sqrt5}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

$\sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt5} + \frac{2}{\sqrt5}\cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt5}$;

$\sin 2\alpha + 2\cos 2\alpha = 1$; $2\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha - 2\sin^2\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$, $\cos\alpha \neq 0$ (при $\cos\alpha = 0$ корней нет);

$3tg^2\alpha - 2tg\alpha - 1 = 0$

$tg^2\alpha - \frac{2}{3}tg\alpha - \frac{1}{3} = 0$

$tg\alpha = 1; -\frac{1}{3}$;

Ответ: $tg\alpha = 1; -\frac{1}{3}; -3$.

№2

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}, \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45 \end{cases}$$

$x - 12y = \sqrt{2y(x-6) - (x-6)} = \sqrt{(2y-1)(x-6)}$;

$$\begin{cases} (x-6) - 6\cdot(2y-1) = \sqrt{(2y-1)(x-6)}, \\ (x-6)^2 + (6y-\cancel{9}\,3)^2 = 90 \end{cases}$$

Пусть $x-6 = a$; $2y-1 = b$; то:

$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab}, \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{cases} \quad \begin{cases} (a-6b)^2 = ab, \\ a > 6b, \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{cases}$$

$a^2 - 12ab + 36b^2 = ab$

$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0$ $b = 0$ – не решение системы;

$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13\frac{a}{b} + 36 = 0$

$t^2 - 13t + 36 = 0$ $t = 9; 4$;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{\frac{a}{b}=\sqrt{9}}$, $\cancel{\frac{a}{b}=\sqrt{4}}$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \frac{a}{b}=\cancel{3}\,9, \\ \frac{a}{b}=\cancel{2}\,4, \end{array}\right. \\ a>6b, \\ a^2+9b^2=90 \end{cases}$$

1) $a=\cancel{3}\,9b$; $\cancel{18b^2}$ $(81+9)b^2=90$

$b^2=1$;

$b=\pm1$;

$a=\pm9$;

$a>6b$, тогда

$a=9$; $b=1$;

2.) $25b^2=90$

$b=\pm\sqrt{\frac{90}{25}}=\pm\frac{\sqrt{90}}{5}$;

$a=\pm4\frac{\sqrt{90}}{5}$

$a>6b$, тогда $a=-4\cdot\frac{\sqrt{90}}{5}$; $b=-\frac{\sqrt{90}}{5}$;

Итак, $\begin{cases} x-6=9, \\ 2y-1=1 \end{cases}$ $x=15$; $y=1$;

$\begin{cases} x-6=-\frac{4}{5}\sqrt{90} \\ 2y-1=-\frac{\sqrt{90}}{5} \end{cases}$ $x=6-\frac{4}{5}\sqrt{90}$; $y=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{90}}{10}$;

Ответ: $(15;1)$; $(6-\frac{4}{5}\sqrt{90};\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{90}}{10})$.

№3.

$$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4}\geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$$

Учитывая область опр. $\log_3(10x-x^2)$ $(10x-x^2>0)$; $|x^2-10x|=10x-x^2$ для всех решений;

Пусть $10x-x^2=t$, тогда:

$$t+t^{\log_3 4}\geq t^{\log_3 5};$$

$$t^{\log_3 5}=t+t^{\log_3 4} \qquad \cancel{t^{1-\log_3 5}+t^{\log_3 \frac{4}{5}}=1}$$

$$t^{\log_3 5-\log_3 4}=t^{1-\log_3 4}+1$$

$$t^{\log_3 \frac{5}{4}}=t^{\log_3 \frac{3}{4}}+1;$$

$f(t)=t^{\log_3 \frac{5}{4}}$ — возрастающая функция, т.к. $\log_3 \frac{5}{4}>0$;

$g(t)=t^{\log_3 \frac{3}{4}}+1$ — убывающая функция, т.к. $\log_3 \frac{3}{4}<0$;

Тогда $f(t)$ и $g(t)$ могут пересечься только в одной т.;

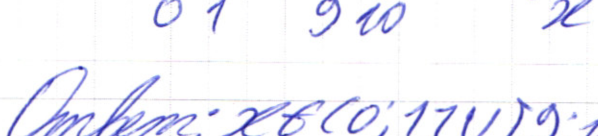
При $t=3^2$: $3^{2\log_3 5}=5^2=25=9+3^{2\log_3 4}=$
$=9+16$;

Тогда $t=9$ — искомая т.;

При $t\geq 9$ $\quad t^{\log_3 5}\geq t+t^{\log_3 4}$,
При $t\leq 9$ $\quad t^{\log_3 5}\leq t+t^{\log_3 4}$

Итак, $\begin{cases}10x-x^2\leq 9,\\ 10x-x^2>0\end{cases}$ $\quad x^2-10x+9\geq 0$

$$\begin{cases}(x-9)(x-1)\geq 0\\ x(x-10)<0\end{cases}$$



Ответ: $x\in(0;1]\cup[9;10)$.

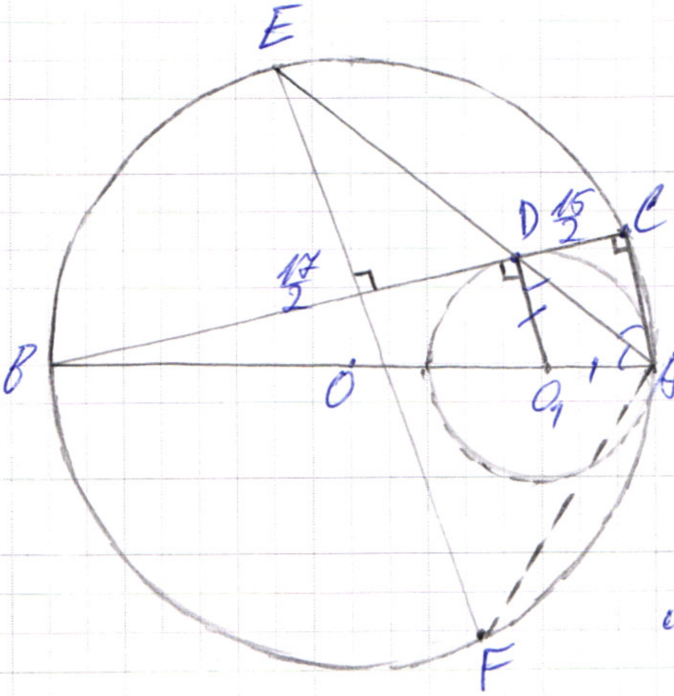
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Дано: $AB=2R$, BC касается ω в т. D; $AD\cap\Omega=E$; $a\perp BC$, т. $E\in a$; $a\cap\Omega=F$; R-?, r-?, $\angle AFE$-? S_{AEF}-?

$(CD=\frac{15}{2}, BD=\frac{17}{2})$

Решение:



1) $DO_1\perp BC$, т.к. BC касается ω;

$\angle BCA=\frac{\pi}{2}$ (опирается на диаметр AB, вписанный)

$\angle CAD=\angle O_1DA$ ($DO_1\parallel CA$);

$\angle O_1DA=\angle O_1AD$ ($\triangle O_1DA$ - равнобедренный);

Тогда AD - биссектриса $\triangle ABC$;

$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}=\frac{17}{15}$ по св-ву бисс;

$\frac{AC}{AB}=\frac{15}{17}$; $\sin CBA=\frac{15}{17}$; $\cos CBA=\sqrt{1-\frac{225}{289}}=\frac{8}{17}$;

$2R=AB=\frac{BC}{\cos CBA}=\frac{17}{8}\cdot\frac{32}{2}=17\cdot 2=34$; $R=17$;

$AC=AB\cdot\sin CBA=15$; $AD=$ $\triangle BDO_1\sim\triangle BCA$ - по 3-ём углам;

$\frac{DO_1}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{17}{32}$; $DO_1 = r = 15 \cdot \frac{17}{32} = \frac{150+7\cdot 15}{32} = \frac{255}{32}$;

2) $\angle CAB = \frac{\pi}{2} - \angle ABC$; $\angle O_1DA = \frac{\pi}{4} - \frac{\angle ABC}{2}$;

$\angle BDA = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - \frac{\angle ABC}{2}$; $\left(= \frac{3}{4}\pi - \frac{\angle ABC}{2}\right)$;

$\angle BDA$ – внутренний угол в окр. ω;

$\angle BDA = 0{,}5 \smile BFA + 0{,}5 \smile EC = \frac{\pi}{2} + 0{,}5 \smile EC$;

$0{,}5 \smile EC = \frac{3}{4}\pi - \frac{\pi}{2} + \frac{\angle ABC}{2}$; $\smile EC = \frac{\pi}{2} + \angle ABC$,

$\smile AC = 2 \cdot \angle ABC$; $\smile ACE = 3\angle ABC + \frac{\pi}{2}$;

$\angle AFE = 1{,}5\angle ABC + \frac{\pi}{4}$; $= 1{,}5 \arcsin\frac{15}{17} + \frac{\pi}{4}$;

3) $\angle EDB = \angle CDA = \frac{\pi}{2} - 0{,}5\angle CAB = \frac{\pi}{4} + 2\angle ABC$;

$\angle AEF = \frac{\pi}{2} - \angle EDB = \frac{\pi}{4} - 2\angle ABC$;

ΔAFE – вписанный в окр. ω;

$\frac{AE}{\sin\angle F} = 2R = AB = 34$; $AE = 34 \cdot \sin\left(1{,}5\arcsin\frac{15}{17} + \frac{\pi}{4}\right)$

По теореме синусов $\frac{AF}{AE} = \frac{\sin\angle E}{\sin\angle F}$;

$AF = \frac{\sin\angle E}{\sin\angle F} \cdot AE$; $\angle FAE = \pi - \angle F - \angle E =$

$= \cancel{\frac{\pi}{4}}\ \frac{\pi}{2} - 0{,}5\angle ABC$;

$S_{AEF} = 0{,}5 \cdot AF \cdot AE \cdot \sin FAE = 0{,}5 \cdot \frac{\sin\angle E}{\sin\angle F} \cdot AE^2 \cdot \cos(0{,}5\angle ABC) =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \angle ABC\right)}{\sin\left(1{,}5\angle ABC + \frac{\pi}{4}\right)} \cdot \left(34 \cdot \sin\left(1{,}5\angle ABC + \frac{\pi}{4}\right)\right)^2 \cdot \cos(0{,}5\angle ABC)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $R = 17$; $r = \frac{255}{32}$; $\angle AFE = 1{,}5\arcsin\frac{15}{17} + \frac{\pi}{4}$;

$S_{AEF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(\frac{\pi}{4} - \arcsin\frac{15}{17})}{1} \cdot 34^2 \cdot \sin(1{,}5\arcsin\frac{15}{17} + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(\frac{75}{17})$.

N.6.

$\frac{16x-16}{4x-5} \leq ax + b \leq -32x^2 + 36x - 3$; $x \in [\frac{1}{4}; 1]$;

$y_1 = \frac{16x-16}{4x-5} = 4 + \frac{4}{4x-5} = 4 + \frac{4}{4(x-\frac{5}{4})}$;

$y_2 = -32x^2 + 36x - 3$ — парабола, $x_в = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$;

$y_в \approx -32(0{,}5)^2 + 18 - 3 = 8$; ветви ↓;

$y_1(1) = 0$

$y_1(\frac{1}{4}) = 3$

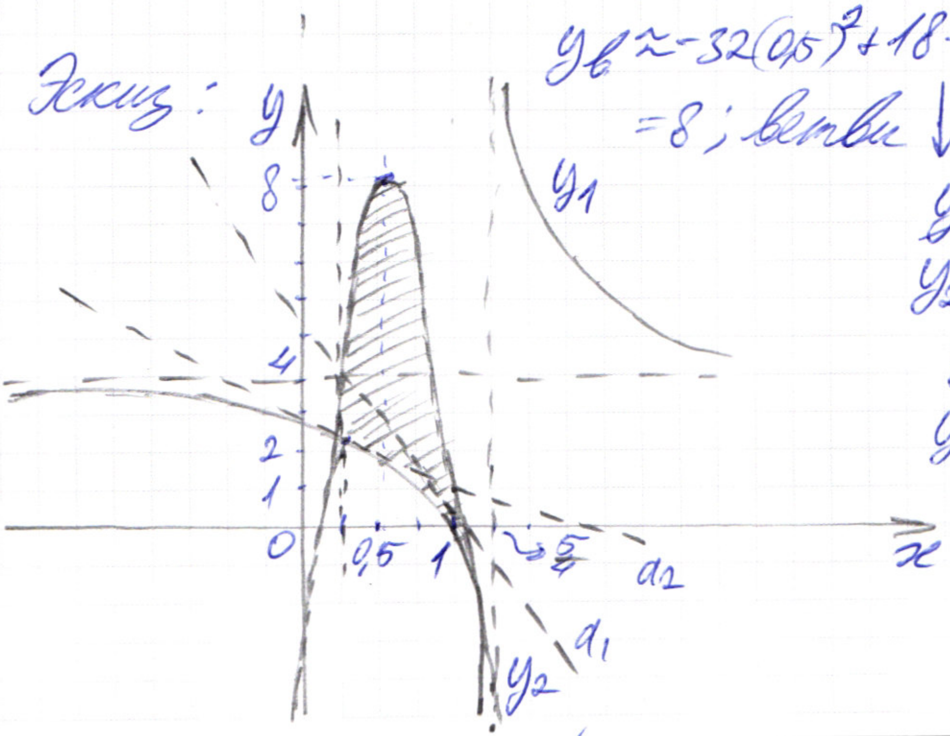
~~$y_2(x) =$~~ 4

$y_2(\frac{1}{4}) = 2$,

$y_2(0) = -3$

$y_2(1) = 1$

Эскиз:



~~Искомые a, b~~

При искомых a и b значения $y_3 = ax + b$ при $x \in [\frac{1}{4}; 1]$ лежат в заштрихованной области;

прямая y_2 – касательная к граф. y_1;

Ответ: $b \in [3; 5]$, $a \in [-2; -0{,}5]$.

$\frac{16x-16}{4x-5} \le ax+b \le -32x^2+36x-3$

$-8-18-3=$

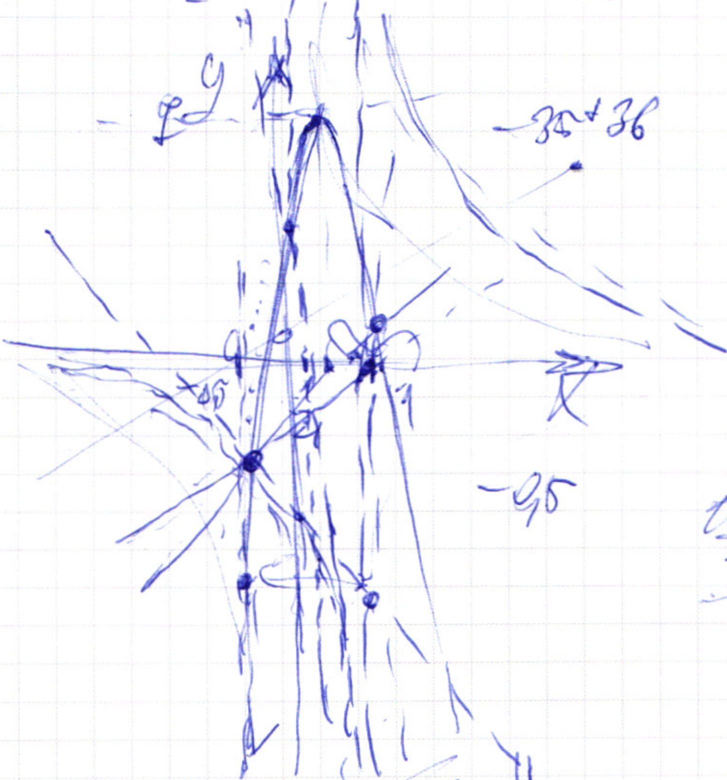
$=$

$[\frac{1}{4};1]$ $4+\frac{4}{4x-5} \le ax+b \le -32x^2+36x-3$

$= \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$

$18-3-8=7$

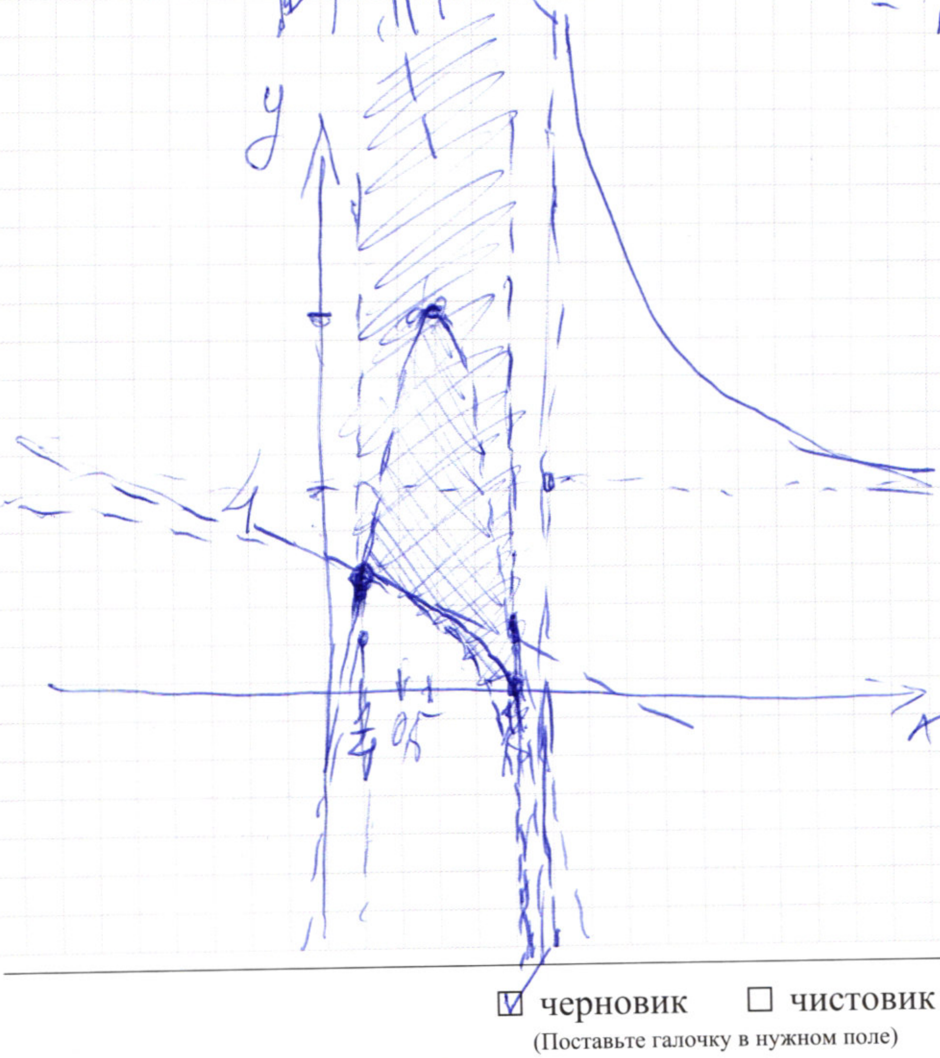
$\frac{4}{4(x-\frac{5}{4})}$ $\frac{4}{4x}$ $\frac{1}{x}$



$\le \dots$

$\frac{16x-16}{4x-5} \le ax+b \le -32x^2+36x-3$

$-4+9-3$



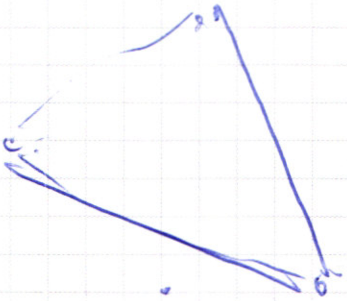
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

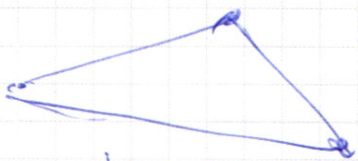
ШИФР

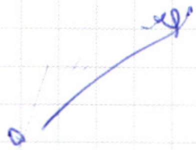
(заполняется секретарём)

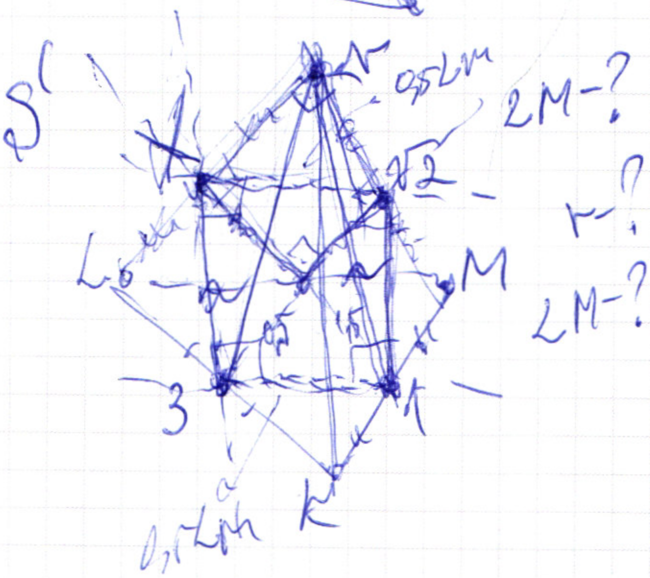
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{16x-16}{4x-5} \le ax+6$$







☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t\ \cancel{3^n = 3^t}$

№ 3.

$4^n + 3^n = 5^n$ $10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)}$

$10x - x^2 = t$ $\quad -t + |t|^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}$

$t > 0$ $\quad (-t)^{\log_3 4}$ $\quad 10x - x^2 > 0$

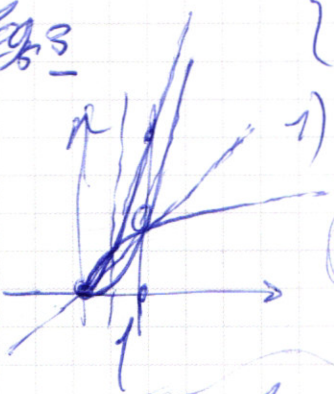
$t + t^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}$ $\quad 5^{\log_3 t} = t^{\log_5 3}$

$\log_5 3$

$\cancel{t^2 =}$ $\begin{cases} t + t^{\log_3 4} \geq t^{\log_5 3} \\ t > 0 \end{cases}$ $\quad \log_3 4$

$\frac{1}{\log_3 5}$

$t^{\log_5 3} =$



1) $\log_3 4 > 1$ $\quad \log_5 3 < 1$ $\quad 10x - x^2 > 1$

$t + t^{\log_3 4} = t^{\log_5 3}$ $\quad 10x - x^2 > (1 - \alpha)$

$\log_5 3 = \frac{\log_4 3}{\log_4 5}$ $\quad \boxed{t > 1 - \alpha}$

$t + (\cancel{-}t)^{\log_3 4} = t^{\log_5 3}$ $\quad x^2 - 10x + 1 < 0$

5

$t + t^{\log_3 4} = t^{\log_5 3} \quad | : t^{\log_5 3}$

$\cancel{\log_3 4 - \log}$ $\quad \log_3 4 - \frac{1}{\log_3 5} =$

$t^{1 - \log_5 3} + t^{\log_3 4 - \log_5 3} = \cancel{\phi}1$ $\quad =$

$t^{\log_3 \frac{5}{3}} + t^{\log}$ $\quad t + t^{\log_3 4} = t^{\log_5 3}$

$\log_5 3 = \frac{\log_3 3}{\log_3 5}$ $\quad \log_3 4 - \log_3$ $\quad t = 3$ $\quad t =$

$3 + 4$ $\quad t = \frac{1}{2}$

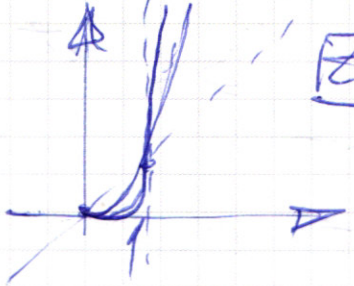
$10x+px^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$

$\hookrightarrow t$

$t+t^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}$

$t+t^{\log_3 4} \geq t^{\log_3 5}$

$t^{\log_3 5} \leq t+t^{\log_3 4}$

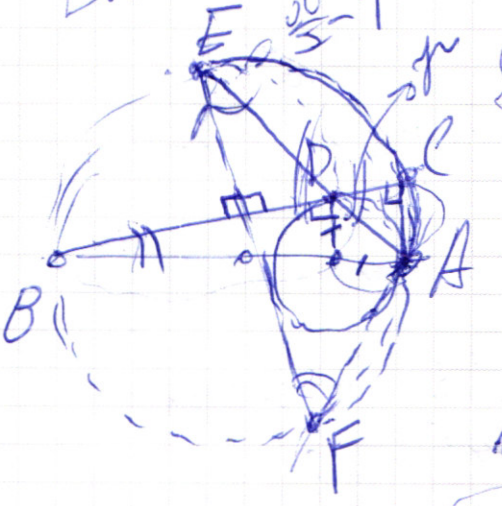


$\boxed{t=3}$

$\boxed{t\leq 3}$

$\boxed{K:30}$

EA - √



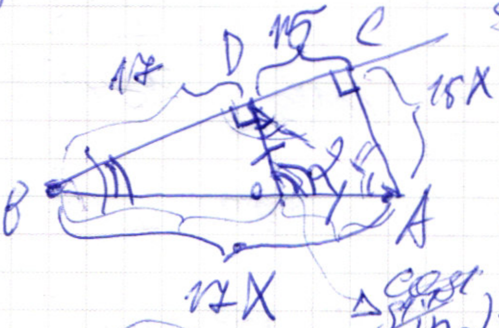
N4

S_{ABF} - √

$\angle AFE$ - ? r_1, r_2 - ?

$CD=\frac{15}{2}; BD=\frac{17}{2}$ $\sin(CBA)$ - √

$\sin(CBA)=\frac{15}{17}$



r_2, r_1 - √

$\arcsin\frac{15}{17}$

$(90^\circ-\frac{\alpha}{2})$

$(90^\circ\mp\frac{\alpha}{2})$

$\cos\frac{\alpha}{2}$ - √

$180^\circ-\frac{\alpha}{2}$

$\alpha=90^\circ+\gamma$

$\sin\gamma=\sin\alpha$

$\cos\alpha = \sin(\frac{\pi}{2}+\arcsin\frac{15}{17})=$

$=\cos(\arcsin\frac{15}{17})=$

$-\frac{8}{17}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}, \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{5} \end{cases} \qquad \operatorname{tg}\alpha - ?$$

Решение:

$$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta;$$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}, \\ \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{1}{5} \end{cases} \qquad \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}};$$

$$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}};$$

1 случай: $\sin 2\beta = \sqrt{1-\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}} = \pm\frac{2}{\sqrt{5}};$

$$\sin 2\alpha\cdot 2 + \cos 2\alpha = \cancel{-1} -1$$

$$\sin 2\cos\alpha\cdot 2 + \cos 2\alpha + 1 = 0$$

$$2\cos^2\alpha$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$ $2\sin$ $\frac{x+y}{}$ $\frac{x-y}{}$

3)

2α $\quad \alpha \pm \frac{\pi}{5}$ $\quad \sin$ $\quad$ 2) $\sum \sin$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \cos 2\alpha \sin 4\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$,

$\sin 2\alpha \cos^2 2\beta + 2\cos 2\alpha \sin 2\beta \cos 2\beta = -\frac{2}{5}$

$\cos 2\beta\left(-\frac{1}{\sqrt{5}} + \cos 2\alpha \sin 2\beta\right) = -\frac{2}{5}$

$2\sin$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(4\beta - 2\beta) =$ $\quad \cos(2\beta) =$

$-\frac{2}{5}$

$$\begin{cases} \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \frac{2}{\sqrt{5}} \quad -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}, \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = -45) \end{cases}$$ 54

$3 \quad (6y-5)^2 + (x-6)^2 = \cancel{60}\ 90$

$x \geq 12y$

$x^2 - 24xy + 144y^2 = 2xy - 12y - x + 6$

-108

$x^2 - 26xy + 12y + x + 144y^2 - 6 = 0$

$36y^2 - 144y^2 + 26xy - 13x - 48y = 39$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6}, \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases}$$

$\to 2y(x-6)-(x-6)$

$x>12y$

$\boxed{x-12y=\sqrt{(2y-1)(x-6)}}.$

$x^2-24yx+144y^2=2xy-12y-x+6$

$2y(x-6)-(x-6)=(2y-1)(x-6)$

$36\cdot4$

$x^2-26xy+144y^2+12y+x=6$

$13\cdot2 \quad 169y^2 \quad (x-6)-$

$(x-13y)^2$

$36y^2-36y+9 \quad 108y^2-26xy+\cancel{24}48y+18x=51$

$=(6y-3)^2$

$108y^2+(48-26x)y+13x-51=0$

$D=(12\cdot4)^2-12\cdot4\cdot26\cdot2x+(26)^2x^2-$

$-13\cdot12\cdot9\cdot4\cdot x+51\cdot108\cdot4$

$9(2y-1)^2+(x-6)^2=90$

$x-12y=\sqrt{(2y-1)(x-6)}$

$(x-6)-(2y-1)\cdot6=$

$=x-12y$

$3\cdot2(x-12y)^2=90+(6y-3+x-6)^2$

$6y+x-9$

$\cancel{(x-6)}=$

$(2y-1)\cdot3=a$

$(x-6)=b$

$$\begin{cases} a^2+b^2=90, \\ b-2a=\sqrt{ab} \end{cases}$$

$b^2-4ab+4a^2=ab$

$b^2-5ab+4a^2=0 \;|:b^2$

$\boxed{4\left(\frac{a}{b}\right)^2-5\left(\frac{a}{b}\right)+1=0}$

$\left(\frac{a}{b}\right)=t \to a\checkmark \; b\checkmark$