МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}, \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

1) $\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha(\cos 4\beta - 1) + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$2\cos 2\beta(\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha) = -\frac{8}{17}$

$2\cos 2\beta\,(\sin(2\alpha+2\beta)) = -\frac{8}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow |\sin 2\beta| = \frac{1}{\sqrt{17}}$

2) $\exists \sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

Из 1 уравн: $\cancel{4}\sin\alpha + \cos\alpha = 0$

$tg\alpha = -\frac{1}{4}$

3) $\exists \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Из 1 уравн:

$2\sin\alpha(4\cos\alpha + \sin\alpha) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} tg\alpha = 0 \\ tg\alpha = -4 \end{array}\right.$$

Ответ: $0; -\frac{1}{4}; -4.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x+3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

1) $3x^2+3y^2-6x-4y=4$

$3x^2-3x-3x+3-3+3y^2-2y-2y+\frac{4}{3}-\frac{4}{3}=4$

$3(x-1)^2+\frac{1}{3}(3y-2)^2=\frac{25}{3}$

$9(x-1)^2+(3y-2)^2=\frac{25}{3}$

2) $3y-2x=\sqrt{3xy-2x+3y+2}$

$\cancel{3y-2x}$

$3y-2+2(x-2)=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$ $\Big|$ $(3y-2)(x-1)\geq 0$

3) $\Big]$ $a=x-1$
$b=3y-2$

$$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab} \\ b^2+9a^2=25 \end{cases} - \begin{cases} (b-2a)^2=ab \\ b^2-9a^2=25 \end{cases} \quad 5a^2+5ab=25 \Big/ \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ $5a^2+5a\sqrt{25-9a^2}=25$ $\Big|$ $a^2\leq\frac{25}{9}$

$a^2(25-9a^2)=25+a^4-10a^2$

$10a^4-35a^2+25=0$

$$\left[\begin{aligned} a^2&=1 \\ a^2&=\frac{5}{2} \end{aligned}\right. \Big| \Rightarrow \left[\begin{aligned} &\begin{cases} a^2=1 \\ b^2=16 \end{cases} \\ &\begin{cases} a^2=\frac{5}{2} \\ b^2=\frac{5}{2} \end{cases} \end{aligned}\right. \Big| \Rightarrow \left[\begin{aligned} &\begin{cases} |x-1|=1 \\ |3y-2|=4 \end{cases} \\ &\begin{cases} |x-1|=\sqrt{\frac{5}{2}} \\ |3y-2|=\sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \end{aligned}\right.$$

$\Rightarrow$ 1) $\begin{cases} x \geq 1 \\ 3y \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \sqrt{\frac{5}{2}} + 1 \\ y = \frac{\sqrt{\frac{5}{2}} + 2}{3} \end{cases} \end{array} \right.$

2) $\begin{cases} x \leq 1 \\ y \leq \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}} \\ y = \frac{2 - \sqrt{\frac{5}{2}}}{3} \end{cases} \end{array} \right.$

Ответ: $(2; 2)$ $\left(\sqrt{\frac{5}{2}} + 1; \frac{\sqrt{\frac{5}{2}} + 2}{3}\right)$ $\left(0; -\frac{2}{3}\right)$ $\left(1 - \sqrt{\frac{5}{2}}; \frac{2 - \sqrt{\frac{5}{2}}}{3}\right)$

№ 6.

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$$

1) $y=\frac{4x-3}{2x-2} \Leftrightarrow y = 2+\frac{1}{2x-2}$ $x \neq 1$ $y \neq 2$

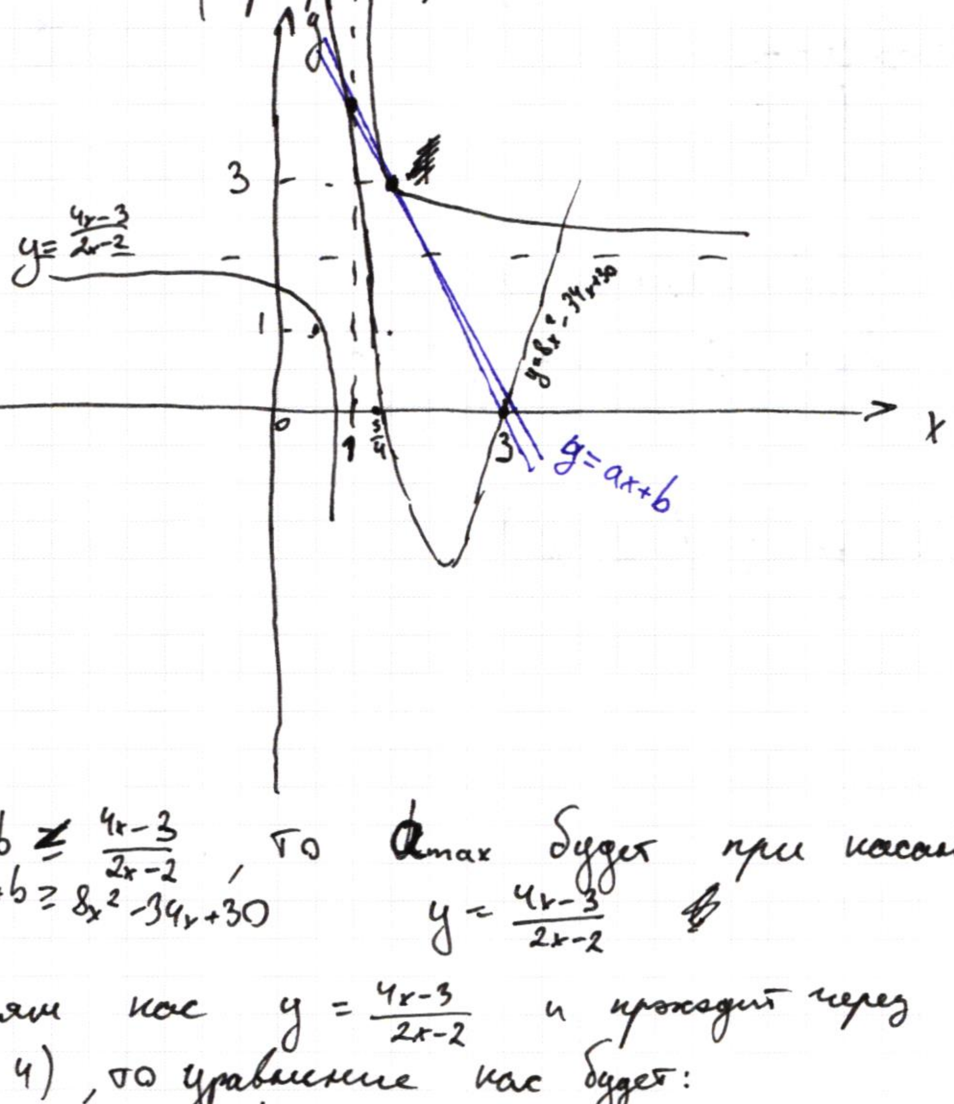
2) $y = 8x^2-34x+30$ | граф - парабола

$y(1)=4$

$y(3)=0$

$y=0 \Rightarrow x=3$

$x=\frac{5}{4}$



3) а) т.к $ax+b \geq \frac{4x-3}{2x-2}$, то a_{max} будет при касании

$ax+b \geq 8x^2-34x+30$ $y=\frac{4x-3}{2x-2}$

б) т.к прям кас $y=\frac{4x-3}{2x-2}$ и проходит через

точку $(1;4)$, то уравнение кас будет:

$\cancel{x_0=\frac{6+\sqrt6}{3}}$

$\Rightarrow \cancel{\dfrac{8(x_0-1)^2}{4(x_0-1)^2}}$ $\quad y = 2+\dfrac{1}{2x_0-2} + \left(2+\dfrac{1}{2x_0-2}\right)(x-x_0)$

есть знач в $(1;4)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow 4 = 2 + \dfrac{1}{2x_0-2} - \dfrac{2}{(2x_0-2)^2}(1-x_0)$ $*$

$\cancel{8x_0^2 - 20x_0 + 4 = 0}$

$\cancel{x_0 = \dfrac{20+\sqrt{17}}{16}} \Rightarrow \cancel{a = -\dfrac{128}{36\sqrt{17}+465}}$

$\cancel{b = \dfrac{529+52\sqrt{17}}{36\sqrt{17}+465}}$

4) a_{min} когда кас проходит через $(3;0)$

$0 = 2 + \dfrac{1}{2x_0-2} - \left(\dfrac{2}{(2x_0-2)^2}\right)(3-x_0)$

$x_0 = 1{,}5$ $\Rightarrow$ прямая совпадёт с прямой из пункта 3 $\Rightarrow$ ед кратно

$\Rightarrow a = -2$

$b = 6$

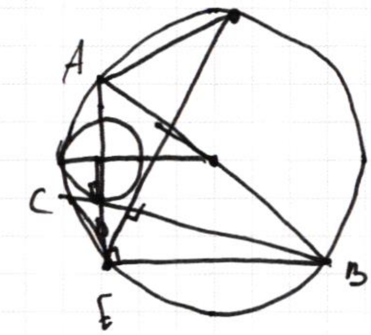
$*$ $2x_0^2 - 5x_0 + 3 = 0$

$x_0 = 1{,}5$ $\Rightarrow$ $a = -2$

$b = 6$

Ответ: $(-2;6)$

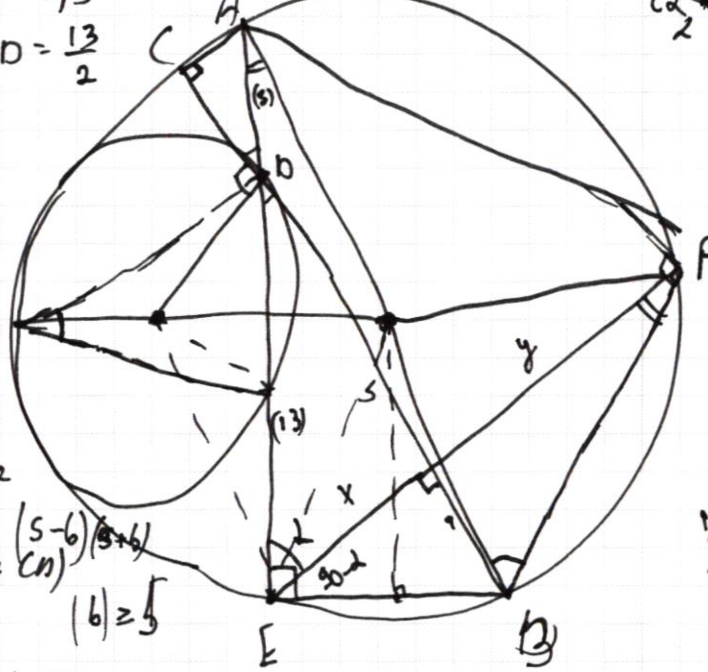
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

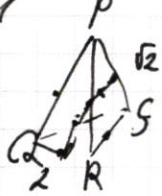


$BC = 9$

$CD = 2{,}5$

$BD = \frac{13}{2}$





$$\begin{cases} (b-a)^2 = ab \\ 9a^2+b^2 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2+a^2-3ab=0 \\ 9a^2+b^2=25 \end{cases}$$

$8a^2+3ab=0$

$b=\sqrt{25-9a^2}$

$9a^2 = 25-b^2$

$(5-b)(5+b)$

$|b| \geq 5$

$a \leq 0$

$|9y-2| \geq 5$

$8a^2+3ab=25$

$25-8a^2=\sqrt{25-9a^2}$

$(25-8a^2)^2 = 25-9a^2$

$25^2+64a^4-400a^2 = 25-9a^2$

$9a^2+b^2+6ab-6ab=25$

$3^{\log_4(x^2-6x)} \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - (x^2+6x)$

$x \in (-\infty;0)\cup(6;+\infty)$

$\log_4 5 - \log_4 4 = \log_4 \frac{5}{4}$

$3^{\log} \geq (x^2+6x)\left((x^2+6x)^{\log_4 5-1}-1\right)$

$\log \cdot \log_4 3 \geq \log + \log_4\left((x^2+6x)^{\log_4 5-1}-1\right)$

$\log_4(x^2-6x)\cdot\left(\log_4 \frac{3}{4}+1\right) \geq \log_4\left((x^2+6x)^{\log_4\frac{5}{4}}-1\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$279 - 16 \cdot 15 =$
$= 49$

$x = \frac{34 \pm 7}{16}$

$\frac{41}{16}$; $\frac{27}{16}$

$y = \frac{4x-3}{2x-2}$ 1) $y = 2 + \frac{1}{2x-2}$

2) $y = ax + b$

3) $y = 8x^2 - 34x + 30$

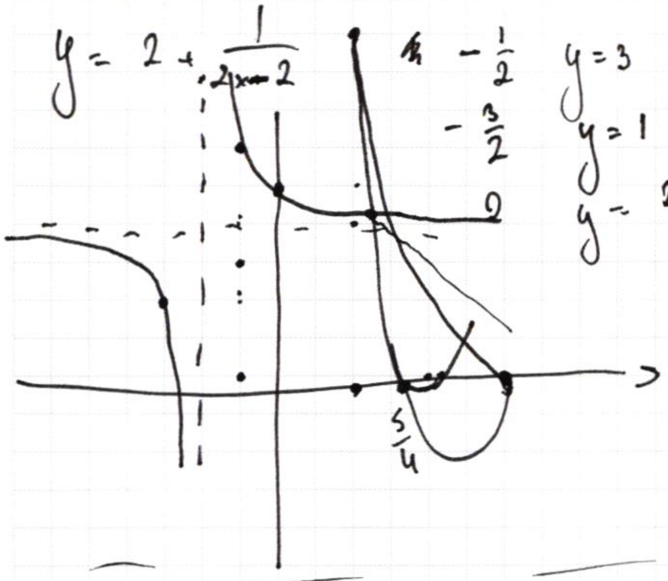
$x_0 = \frac{17}{8}$ $3 \cdot \frac{3}{4}$

$y_0 = \frac{17^2}{8} - \frac{17^2}{4} + 30 = -\frac{17^2}{8} + 30$

$y = 2 + \frac{1}{2x-2}$ $-\frac{1}{2}$ $y = 3$

$-\frac{3}{2}$ $y = 1$

$y = 2,5$



$y(1)$ $8 - 34 + 30 = 4$

$y(3) = 8 \cdot 9 - 34 \cdot 3 + 30 =$
$= 72 - 102 + 30 = 0$
$72 - 102 + 30 = 0$

4

$2\frac{1}{4}$

y $4x^2 - 17x + 15$

$3y\ 2x = \sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4$

$3(x-1)^2 - 3 + \frac{1}{3}(3y-2)^2 - \frac{4}{3} = 4$

$3(x-1)^2 + \frac{1}{3}(3y-2)^2 = 8\frac{1}{3}$

$9(x-1)^2 + (3y-2)^2 = 25$

$4x^2 - 17x + 15 \,|\, x-3$
$4x^2 - 12x$ $4x - 5$
$-5x$
$-5x + 15$
0

$3x^2 - 3x - 3x + 3 - 3$

$3x(x-1) - 3(x-1) - 3$

$3(x-1)(x-1) - 3$

$3y^2 - 4y = y(3y-2) - 2y + \frac{4}{3} - \frac{4}{3}$

$= y(3y-2) - \frac{2}{3}(3y-2) - \frac{4}{3}$

$(3y-2)(y - \frac{2}{3}) = \frac{1}{3}(3y-2)^2 - \frac{4}{3}$

$x - 1 = a$ $3y - 2x = b - a$

$3y - 2 = b$

$$\begin{cases}(b-a)^2 = a \cdot b \\ 9a^2 + b^2 = 25\end{cases}$$

$b^2 + a^2 - 2ab = ab$

$$\begin{cases}b^2 + a^2 - 3ab = 0 \\ 9a^2 + b^2 = 25\end{cases}$$

$b^2 = 25 - 9a^2$

$|a| < \frac{5}{3}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha (1 + \cos 4\beta) + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$2 \sin 2\alpha \cdot \cos^2 2\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\cancel{2 \sin 4\beta + \cos}$

$2\cos 2\beta \left(\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha \right) = -\frac{8}{17}$

$2\cos 2\beta \cdot -\frac{1}{\sqrt{17}} = -\frac{8}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

№2.

$(-2+3y)(x-1)$

$3y \geq 2x$

$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$

$(3y-2)(x-1)$

$\cancel{3y < 2x}$

$9y^2 + 4x^2 - 12xy = 3xy - 2x - 3y + 2$

$9y^2 + 3y + 4x^2 + 2x - 15xy = 2$

$y(3y-2) - 2y + 3x(x-1) - 3x = 4$

$3^{\log} \geq (x^2 + 6x)^{\log_4 5} - (x^2 + 6x) \to (x^2+6x)\left((x^2+6x)^{\log_4 5 - 1} - 1\right)$

$\log \cdot \log_4 3 \geq \log + \log_4\left((x^2+6x)^{\log_4 5 - 1} - 1\right)$

$\log (\log_4 3 - 1) \geq \log_4 \left((x^2+6x)^{\log_4 5 - 1} - 1\right)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$b-2a=\sqrt{ab}$

$9a^2+b^2=25$

$b^2+4a^2-4ab=ab \quad b=\sqrt{25-9a^2}$

$b^2+4a^2=5ab$

$5a^2+5ab=25$

$a^2+ab=5$

$a^2+a\sqrt{25-9a^2}=5$

$25+a^4-10a^2=a^2(25-9a^2)$

$10a^4-35a^2+25=0$

$2a^4-7a^2+5=0$

$a^2=1 \qquad b^2=16$

$a^2=\frac{5}{2} \Rightarrow b^2=\frac{5}{2}$

$3x^2+3y^2-6x+4y=4$

$3x^2-3x-3x+3-3+3y^2-2y+2y+\frac{4}{3}-\frac{4}{3}$

$(x-1)(3x-3)+(3y-2)(y-\frac{2}{3})-3-\frac{4}{3}=4$

$3(x-1)^2+\frac{1}{3}(3y-2)^2=\frac{25}{3}$

$9(x-1)^2+(3y-2)^2=25$

$25-\frac{45}{2}=\frac{5}{2}$

$\frac{2}{3}$

$a^2=\frac{25}{9}$

$\frac{25}{9}-\frac{5}{2}=\frac{50-45}{18}$

$\Rightarrow \begin{cases}|x-1|=1\\|3y-2|=4\end{cases}$

$\begin{cases}|x-1|=\sqrt{\frac{5}{2}}\\|3y-2|=\sqrt{\frac{5}{2}}\end{cases}$

$x\geq 1$, $3y\geq 2$

$\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$

$\begin{cases}x=\sqrt{\frac{5}{2}}+1\\y=\frac{\sqrt{\frac{5}{2}}+2}{3}\end{cases}$

$x<1$, $3y<2$

$\begin{cases}x=0\\3y=-2\\y=-\frac{2}{3}\end{cases}$

$\begin{cases}x=1-\sqrt{\frac{5}{2}}\\y=\frac{2-\sqrt{\frac{5}{2}}}{3}\end{cases}$

$x^2+6x>0 \quad 3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

$\log_{(x+6x)}\left((x+6x)^{\log_4 5}-(x+6x)\right)$

$\log_4 3 = 1+\log_{(x+6x)}\left((x+6x)^{\log_4 5-1}-1\right)$

$\log_{x+6x}\left(x+6x^{\log_4 5-1}-1\right)=\log_4\frac{3}{4}$

$\log_4(x^2+6x)\cdot\log_4 3\geq\log_4(x^2+6x)+\log_4\left((x^2+6x)^{\log_4 5-1}-1\right)$

$\log_4(x^2+6x)\cdot\left(\log_4\frac{3}{4}\right)\geq\log_4\left(x^2+6x^{\log_4\frac{5}{4}}-1\right)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

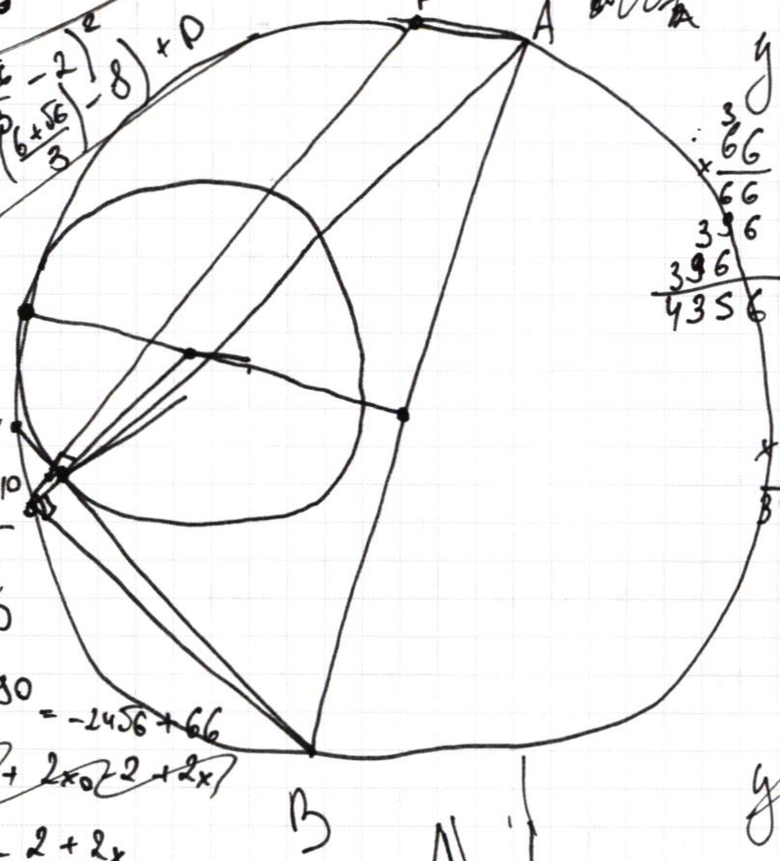
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4\cdot\left(\frac{6+\sqrt6}{3}\right)^2+10-8\left(\frac{6+\sqrt6}{3}\right)=$$

$$\frac{}{4\left(\frac{6+\sqrt6}{3}-2\right)^2}$$

$$=\frac{6+\sqrt6}{3}\left(4\left(\frac{6+\sqrt6}{3}\right)-8\right)+10$$



$$y=2+\frac{1}{2x-2}$$

$y=3$ $x=\frac{3}{2}$

$x=\frac{1}{2}$ $y=1$

$66\cdot66$: 396, 396, 4356

$576\cdot6=3456$

$24\cdot24$: 96, 48, 576

$24-4\sqrt6-24$

$$\frac{6+\sqrt6}{3}\left(\frac{-4\sqrt6}{3}\right)+10$$

$$\frac{-24\sqrt6+24}{9}+10$$

$-24\sqrt6-24+90$

$=-24\sqrt6+66$

$\cancel{(2x_0-2)^2+2x_0-2+2x}$

$$y=\frac{4x_0^2+4-8x_0-2+2x}{(2x_0-2)^2}$$

$$4=\frac{4x_0^2+4-8x_0+2}{(2x_0-2)^2}$$

$$4\cdot(2x_0-2)^2=4x_0^2+6-8x_0$$

$$16\left(x_0^2-2x_0+1\right)=4x_0^2+6-8x_0$$

$$12x_0^2-24x_0+10=0$$

$\cancel{D=576-480}=96$

$$x_0=\frac{24\pm\sqrt{2\cdot4\cdot4\cdot3}}{12}=$$

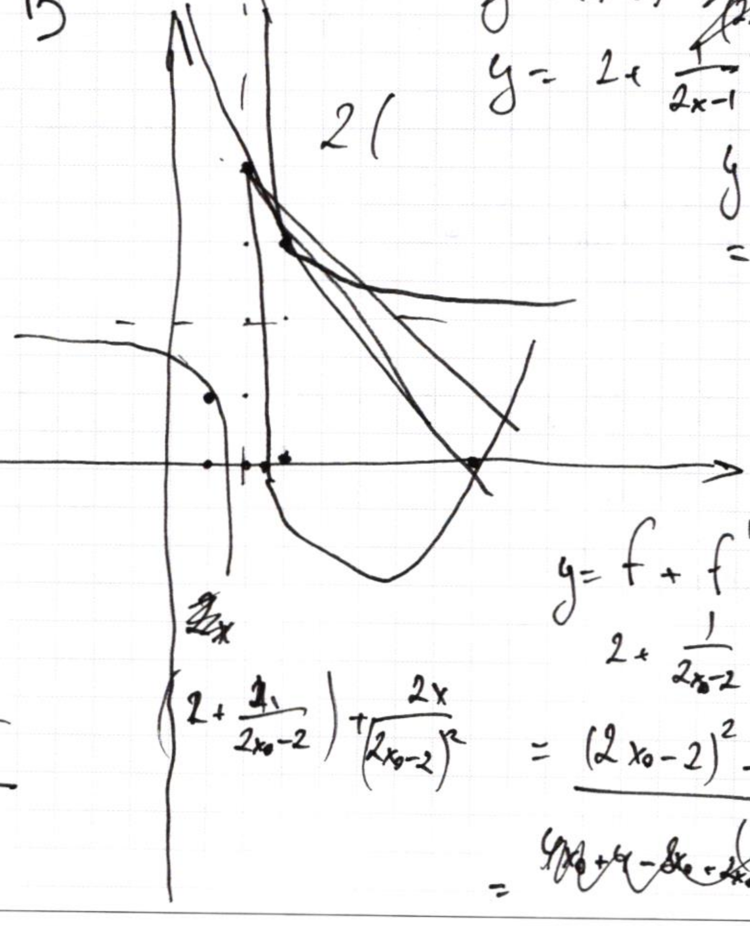
$$=\frac{24\pm4\sqrt6}{12}=\frac{6\pm\sqrt6}{3}$$

$$\frac{6+\sqrt6}{3}$$

$\cancel{y'=\left(\frac{1}{2x-2}\right)'=\frac{2}{(2x-2)^2}=\frac{1}{2(x-1)^2}}$

$$y=2+\frac{1}{2x-1}$$

$$y'=\left(\frac{1}{2x-2}\right)'=\frac{2}{(2x-2)^2}$$



$$y=f+f'(x-x_0)$$

$$2+\frac{1}{2x_0-2}+\frac{2}{(2x_0-2)^2}(x-x_0)=$$

$$=\frac{(2x_0-2)^2+2x_0-2+2(x-x_0)}{(2x_0-2)^2}$$

$$=\frac{4x_0^2+4-8x_0+2x_0-2+2x-2x_0}{(2x_0-2)^2}$$

$$\left(2+\frac{1}{2x_0-2}\right)+\frac{2x}{(2x_0-2)^2}$$

$2 + 36\sqrt{17} + 465 + (\underline{20+\sqrt{17}-16})16 =$

$= 36\sqrt{17} + 467 + 320 - 256 + 16\sqrt{17} =$

$= \cancel{714}\ \underline{531 + 52\sqrt{17}}$

$\cancel{2(2x-2)^2 + (2x-2) - 2(3-x_0)}$

$(\quad)^2$

$16x_0^2 - 32x + 16 = 8x_0^2 + 8 - 16x_0 + 2x_0 - 2 - 6 + 2x_0$

56

$8x_0^2 - 20x + 18 = 0$ $\qquad 2x_0^2 - 5x + 4 = 0$

$4x_0^2 - 10x_0 + 7 = 0$ $\qquad D = 25 - 32 < 0$

$\cancel{D = 100 - 112 < 0}$

$8x_0^2 + 8 - 16x_0 + 2x_0 - 2 - 6 + 2x_0$

$0 = \underline{8x_0^2 - 12x_0}$ $\qquad 4(2x_0 - 3)$ $\qquad \frac{3}{2}$

$\frac{2}{(3-2)^2} = 2$

$b = \frac{2(2x-2)^2 + (2x-2) + 2x_0}{(2x-2)^2} =$

$\frac{2(2x_0-2)^2 + (2x_0-2) + 2(1-x_0)}{(2x_0-2)^2} =$ $\qquad \frac{2+1+3}{1} =$

$= \frac{8x_0^2 + 8 - 16x_0 + 4x_0 - 4}{(2x_0-2)^2} =$ $\qquad \underline{8x_0^2 + 4 - 12x_0} = 4(2x_0-2)^2$

$8x_0^2 + 4 - 12x_0 = 16x_0^2 - 32x_0 + 16$

$8\sin\alpha + \cos\alpha = 0$ $\qquad 8x_0^2 - 20x_0 + 12 = 0$

$2x_0 - 5x_0 + 3 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

1) $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha\,(\cos 4\beta + 1) + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$2\sin 2\alpha \cdot \cos^2 2\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$2\cos 2\beta\,(\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha) = -\frac{8}{17}$

$2\cos 2\beta\,(\sin(2\alpha+2\beta)) = -\frac{8}{17}$

$2\cos 2\beta \cdot -\frac{1}{\sqrt{17}} = -\frac{8}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \mapsto |\sin 2\beta| = \frac{1}{\sqrt{17}}$

2) $\sin 2\alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + \cos 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$

$8\sin\alpha \cdot \cos\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha + 1 = 0$

$8\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 2\cos^2\alpha = 0$

$\cos\alpha\,(8\sin\alpha + \cos\alpha) = 0$ | $\cos\alpha \neq 0$ т.к. сущ $tg\,\alpha$

$8\sin\alpha + \cos\alpha = 0$

$tg\,\alpha = -\frac{1}{8}$

$tg\,\alpha\,(8\cos\alpha + \cancel{tg}\ \cancel{ctg}\ \sin\cdot ctg\,\alpha) = 0$

$4\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1$

$8\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 2\sin^2\alpha = 0$

$\sin\alpha\,(8\ \cancel{\cos}\alpha +$

$$\frac{2(2x_0-2)^2+2x_0-2+2(x-x_0)}{(2x_0-2)^2} = 8x_0^2+8-16x_0+\cancel{2x_0}-2+2x-\cancel{2x_0}$$

$2\cdot\frac{20+\sqrt{17}}{16}+2$

$$\frac{(2x_0-2)^2+(2x_0-2)+2}{\frac{36\sqrt{17}+465}{128}} \qquad \frac{2}{\left(2\cdot\frac{20+\sqrt{17}}{16}-2\right)^2} \qquad 4=\frac{8x_0^2-16x_0+6+2x}{(2x_0-2)^2}$$

$$-\frac{1}{2\left(\left(\frac{20+\sqrt{17}}{16}\right)^2-2\left(\frac{20+\sqrt{17}}{16}\right)+1\right)} \qquad 16(x_0^2-2x_0+1)=8x_0^2-16x_0+8$$

$8x_0^2-16x_0+8=0$

$$2+\frac{1}{2x_0-2}+\frac{2}{(2x_0-2)^2}(x-x_0) \qquad \frac{16\cdot 8}{((20+\sqrt{17})^2-4(20+\sqrt{17})+16\cdot 8)} \qquad 8(x_0-1)^2=0$$

$$\frac{2(4x_0^2+4-8x_0)+\cancel{2x_0}-\cancel{2}+\cancel{2x}-2x_0}{(2x-2)^2}$$

$f+f'(x-x_0)$

$2(1)^2=0$

$x_0=1$

$400+17+40\sqrt{17}-$

$-4\sqrt{17}-80+16\cdot 8$

$36\sqrt{17}-$

$4(1)^2 \quad 8x_0^2+8-16x_0+4x_0+4$

$$\frac{\cancel{8(x_0^2-2x+1)}+\cancel{(2x-2)}+\cancel{2x}-\cancel{2x_0}}{(2x-2)^2}$$

$=8x_0^2+12-12x_0$

$-32x_0+16x_0^2+16=$

$28x_0=$

$$4=\frac{8(x_0^2-2x+1)}{2(2x-1)^2}= \qquad x_0^2-2x+1=2$$

$x_0^2-2x-1=2$

$16\cdot 8$

128

$400+48\sqrt{17}=$

$D=4+4$

$16(x_0^2-2x+1)=$

$8x_0^2-44x_0+4=0$

$$y=\frac{8(x_0^2-2x+1)}{4(x_0^2-2x+1)}=2 \qquad 8x_0^2-20x_0+4=0$$

$2x_0^2-11x+4=0$

$2x^2-5x+1=0$

$D=121-4\cdot 2=$

$$25-8= \qquad \frac{4x-4+1}{2x-2}=2+\frac{1}{2x-2}$$

17

$\frac{1}{x}=$

$-8+6$

$$\frac{20+\sqrt{17}}{16} \qquad \frac{1}{2x}= \qquad 2(2x-2)^2+2x-2+2x-2$$

$$4=\frac{2(2x-2)^2+2(2x-2)}{(2x-2)^2}$$

$$2+\frac{1}{(2x-2)}+\frac{2}{(2x-2)^2}(x-x_0)=$$

$$=\frac{2(2x-2)^2+\cancel{2x-2}-\cancel{2x}+2}{(2x-2)^2} \qquad 0=\frac{2(2x-2)^2+\cancel{2x}-4}{(2x-2)^2}$$

$4(x-1)^2=2$

$(x-1)^2=\frac{1}{2}$

$$\frac{(4x-3)}{2x-2}+\frac{4(2x-2)-2(4x-3)}{(2x-2)^2}(x-x_0) \qquad (2x-2)^2=2$$

$\frac{1}{\sqrt{2}}+1$

$-\frac{1}{\sqrt{2}}+1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)