МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x\geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3. $|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$26x-x^2=a \Rightarrow a>0, \ |x^2-26x|=|-a|=a$

$a+a^{\log_5 12} \geq 13^{\log_5 a}$

$b=\log_5 a \Rightarrow 5^b+(5^b)^{\log_5 12} \geq 13^b \ /:13^b$

$\left(\frac{5}{13}\right)^b+\left(\frac{12}{13}\right)^b \geq 1.$

Слева убывающая ф-ия от b

Найдем единственную точку пересечения с $y=1 \Rightarrow b=2$. (заметим теорему Пифагора) $\Rightarrow b \leq 2$

$b=\log_5 a \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ a \leq 25 \end{cases}$

$\begin{cases} 26x-x^2>0 \\ 26x-x^2 \leq 25 \end{cases} \Rightarrow$ По теореме Виета находим корни

$\begin{cases} x \in (0;26) \\ x \in (-\infty;1] \cup [25;+\infty) \end{cases}$

Ответ: $x \in (0;1] \cup [25;26)$

№2. $\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$

$\begin{cases} y-6x=\sqrt{(x-1)(y-6)} \\ 9x^2-18x+9+y^2-12y+36=90 \end{cases}$

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{(x-1)(y-6)} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$$

Обозначим $(x-1)=p$, $(y-6)=q$

$$\begin{cases} q-6p=\sqrt{pq} \\ 9p^2+q^2=90 \end{cases} \Rightarrow pq>0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1.\ p>0,\ q>0 \\ 2.\ p<0,\ q<0 \end{array}\right.$$

Рассмотрим 1 случай: $a=\sqrt{q}$ $b=\sqrt{p}$

$$a^2-ab-6b^2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=3b \\ a=-2b \end{array}\right.$$

$$a,b\geq 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=3b \\ \begin{cases} a=-2b \\ a=b=0 \end{cases} \end{array}\right.$$ ← не подходит второе уравнение

$$9b^2+q^2=9b^4+a^4=9b^4+81b^4=90$$

$$90b^4=90 \Rightarrow b=1 \Rightarrow a=3$$

$$p=1 \Rightarrow q=9$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{x=2} \quad \underline{y=15}$$

Рассмотрим второй случай: $a=\sqrt{-q}$ $b=\sqrt{-p}$

$$-a^2+6b^2-ab=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=2b \\ a=-3b \end{array}\right.$$

$a=-3b$ аналогично не подходит

$$9b^4+a^4=9b^4+16b^4=25b^4=90$$

$$b^2=\sqrt{\frac{90}{25}}=\sqrt{\frac{18}{5}}=3\sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$a^2=4b^2=12\sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow q=-12\sqrt{\frac{2}{5}},\ p=-3\sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow x = 1 - 3\sqrt{\frac{2}{5}}$, $y = 6 - 12\sqrt{\frac{2}{5}}$

Ответ: 1. 2; 15

2. $1-3\sqrt{\frac{2}{5}}$; $6-12\sqrt{\frac{2}{5}}$

№5. Подставим $a = x$, $b = x$, тогда $f(x^2) = 2f(x)$

Подставим $a = x^2$, $b = \frac{1}{x}$, тогда $f(x) = f(x^2) + f(\frac{1}{x})$

Следовательно, $f(x) = -f(\frac{1}{x})$, $f(\frac{1}{x}) = -f(x)$

Тогда получаем, что $f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y})$, что в свою очередь равно $f(x) + f(\frac{y}{y}) = f(x) - f(y)$, при $a = x$ $b = \frac{1}{y}$. Значит, что $f(\frac{x}{y}) < 0 \Leftrightarrow f(x) < f(y)$

По условию $f(p) = [p/4]$ для простого p

Тогда $f(2) = 0$, $f(3) = 0$, $f(5) = 1$, $f(7) = 1$, $f(11) = 2$ $f(13) = 3$, $f(17) = 4$, $f(19) = 4$, $f(23) = 5$.

Для других чисел имеем: $f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(4) = f(2) + f(2) = 0$, $f(6) = f(2) + f(3) = 0$, $f(8) = f(2) + f(2) = 0$

$f(9) = f(3) + f(3) = 0$, $f(10) = f(2) + f(5) = 1$. $f(12) = f(2) + f(6) = 0$, $f(14) = f(2) + f(7) = 1$, $f(15) = f(3) + f(5) = 1$.

$f(16) = f(4) + f(4) = 0$, $f(18) = f(2) + f(9) = 0$, $f(20) = f(2) + f(10) = 1$, $f(21) = f(3) + f(7) = 1$, $f(22) = f(2) + f(11) = 2$

$f(24) = f(2) + f(12) = 0$, $f(25) = 2$, $f(26) = 3$

$f(27) = 0$, $f(28) = 1$.

Получаем, что для аргумента ≥ 4 и ≤ 28 мы имеем 9 значений равных 0, 8 значений равных 1, 3 значения равных 2, 2 значения равных 3, 2 значения $= 4$, 1 значение $= 5$.

Для $f(x) < f(y)$ мы берём $f(y) > f(x)$

Тогда кол-во вариантов выбрать $f(y)$ при $f(x) = 0$ будет $25 - 9 = 16$, аналогично считаются другие варианты, тогда общее число:

$\Sigma = 9 \cdot 16 + 8 \cdot (25-9-8) + 3 \cdot (25-9-8-3) + 2 \cdot (25-9-8-$
$-3-2) + 2 \cdot (25-9-8-3-2-2)$

$f(x) = 5$ не подх., т.к. $f(\frac{x}{y}) \geq 0$

$\Sigma = 144 + 64 + 15 + 6 + 2 = 210 + 15 + 6 = 231.$

Ответ: 231 вариант.

№1. $\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha$

Воспользуемся формулой: $\sin x + \sin y = 2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin(2\alpha) =$ ~~...~~

$2\sin(2\alpha + 2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$, поэтому

$\cos 2\beta = -\frac{2}{17} \cdot \frac{1}{2\sin(2\alpha + 2\beta)} = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta = \pm\sqrt{1 - \cos^2 2\beta} = \pm \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\cos(2\alpha + 2\beta) = \pm\sqrt{1 - \sin^2(2\alpha + 2\beta)} = \pm\frac{4}{17}$

Пусть $\sin 2\beta = \cos(2\alpha + 2\beta)$, тогда $\sin(2\alpha + 4\beta) +$
$+ \sin 2\alpha = \sin(2\alpha + 2\beta)\cos 2\beta + \sin 2\beta \cos(2\alpha + 2\beta)$
$+ \sin 2\alpha = -\frac{1}{17} + \frac{16}{17} + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha = -1.$ $\quad 2\alpha = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$
$\alpha = \frac{3\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z \Rightarrow$ $\sin\alpha = \pm\cos\alpha$
$tg\,\alpha = \pm 1$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если $tg\,\alpha = 1$, $\cos(2\alpha+2\beta) = \cos(2\cdot\frac{\pi}{4}+2\beta) =$
$= \cos(\frac{\pi}{2}+2\beta) = -\sin 2\beta \Rightarrow$ корень $tg\,\alpha = 1$ не подходит.

Пусть $\sin 2\beta = -\cos(2\alpha+2\beta)$, тогда

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{1}{17} - \frac{16}{17} + \sin 2\alpha = \frac{-2}{17}$

Тогда $\sin 2\alpha = \frac{15}{17} \Rightarrow \cos 2\alpha = \pm\frac{8}{17}$

$\Downarrow$

$tg\,2\alpha = \pm\frac{15}{8}$

Заметим, что $tg\,2\alpha = \frac{2\,tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha}$

$\Downarrow$

$\left[\begin{array}{l} \frac{2\,tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha} = \frac{15}{8} \\ \frac{2\,tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha} = -\frac{15}{8} \end{array}\right. \begin{array}{l} \Rightarrow 8\cdot 2\,tg\,\alpha = 15 - 15\,tg^2\alpha \\ \Rightarrow -16\,tg\,\alpha = 15-15\,tg^2\alpha \end{array}$

$\left[\begin{array}{l} 15\,tg^2\alpha + 16\,tg\,\alpha - 15 = 0 \Rightarrow tg\,\alpha = \left[\begin{array}{l} \frac{18}{30} = \frac{3}{5} \\ \frac{-50}{30} = -1\frac{2}{3} \end{array}\right. \\ 15\,tg^2\alpha - 16\,tg\,\alpha - 15 = 0 \Rightarrow tg\,\alpha = \left[\begin{array}{l} -\frac{3}{5} \\ 1\frac{2}{3} \end{array}\right. \end{array}\right.$

Ответ: $\pm 1\frac{2}{3}$; $\pm\frac{3}{5}$ – возможные значения.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$-\frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \cos y \pm \sin y \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + \sin x = \frac{2}{17}$$

$$\sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin x \cos y + \sin y \cos x = -\frac{1}{17}$$

$$tg\left(\frac{x}{2}\right) ? \qquad \frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos\left(\frac{x}{2}\right)} \Rightarrow$$

$$(x^2-26x)^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$$

$$x^{\log_5 12}(x-26)^{\log_5 12} + 26x - x^2 - 13^{\log_5 x(26-x)} \geq 0$$

$$x^{\log_5 12}(x-26)^{\log_5 12} + x(26-x) - 13^{\log_5 x(26-x)} \geq 0$$

$$(x^2-26x)^{\log_5 12}$$

$$(26x-x^2)^{\log_5 12} + 26x - x^2 - 13^{\log_5(26x-x^2)} \geq 0$$

$$a^n + a^m = a^n(1+a^{m-n})$$

$$(26x-x^2) / 26x -$$

$$a^{\log_5 12} + a^{\log_5 5} - 13^{\log_5 a} \geq 0$$

$$a(a^{\log_5 2,4} + 1) - 13^{\log_5 a} \geq 0$$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/4)$

$4 \le x \le 28$ $\quad f(x/y) < 0$

$4 \le y \le 28$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/4]$

$f(4) = f(2) + f(2)$ $\quad \cos^2(x+y) = \frac{16}{17} = \frac{\pm 4}{\sqrt{17}}$

$f(4) = f(2) + f(2)$

$f(2) = 0$ $\quad \sin(\alpha+\beta) =$

$f(4) = 0$

$f(4) + f(1) = 0 +$

$f(5) = 1$ $\quad f\left(\frac{5}{4}\right) = f(5) + f\left(\frac{1}{4}\right)$

$\sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad \sin(x+2y) + \sin x = -\frac{2}{17}$

$\sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad \sin((x+y)+y) + \sin x = -\frac{2}{17}$

$\sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad \sin(x+y)\cos y + \sin y \cos(x+y) +$

$+ \sin x = -\frac{2}{17}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \cos y + \sin y$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \geq 0 \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$(y-6x)^2=xy-6x-y+6$

$9x^2+y^2-18x-12y=45$

$$\begin{cases} y^2-12xy+36x^2-xy+6x+y-6=0 \\ 9x^2+y^2-18x-12y-45=0 \end{cases}$$

$(y-6x)^2=\left(\sqrt{y(x-1)-6(x-1)}\right)^2$

$y-6x=\sqrt{(y-6)(x-1)}$

$y-6x-6+6$

$(y-6)-6(x-1)$

$(y-6)-6(x-1)=\sqrt{(y-6)(x-1)}$

$y^2-12xy+36x^2=(y-6)^2(x-1)^2$

$9x^2+y^2-18x-12y=45$

$9x^2-18x+9+y^2-12y+36=90$

$(3x-3)^2+(y-6)^2=90$

$\{ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90$

$y-6=$

$x-1=$

$\frac{-16 \pm \sqrt{900+256}}{30}$

$\frac{-16 \pm 34}{30}$

$\frac{18}{30}=\frac{3}{5}$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} 9a^2 + b^2 = 90 \\ (b-6a)^2 = (\sqrt{ab})^2 \end{cases}$$

$b - \sqrt{ab} - 6a = 0$

$b^2 - 12ab + 36a^2 = ab$

$b^2 - 13ab + 36a^2 = 0$

$9a^2 + b^2 = 90 \quad | \cdot 4$

$$\begin{cases} b^2 - 13ab + 36a^2 = 0 \quad | : a^2 \\ 36a^2 + 4b^2 = 360 \end{cases}$$

$b^2 - 13ab - 4b^2 = -360$

$-3b^2 - 13ab = -360$

$9a^2 + b^2 = 90$

$\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 13\left(\frac{b}{a}\right) + 36 = 0$

$ab \geq 0$

$\frac{b}{a} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = 9; \ 4$

$\frac{b}{a} = 9$ $\qquad$ $\frac{b}{a} = 4$

$b = 9a$ $\qquad$ $b = 4a$

$9a^2 + (9a)^2 = 90$

$9a^2 + 81a^2 = 90$

$90a^2 = 90$

$a^2 = 1$

$a = \pm 1$

$\times\, \begin{array}{r} 36 \\ 4 \\ \hline 144 \end{array}$

Если $tg\,\alpha = +1$, $\cos(2\alpha + 2\beta) = \cos(2\cdot(\frac{\pi}{4} + \pi k) + 2\beta) =$
$= \cos(\frac{\pi}{2} + 2\beta) = -\sin 2\beta \Rightarrow$ корень $tg\,\alpha = 1$ не подх.

Пусть $\sin 2\beta = -\cos(2\alpha + 2\beta)$, тогда

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{1}{17} - \frac{16}{17} + \sin 2\alpha$

$= -\frac{2}{17}$, тогда $\sin 2\alpha = \frac{15}{17}$, $\cos 2\alpha = \pm\frac{8}{17}$

$tg\, 2\alpha = \pm \frac{15}{8}$.

Заметим, что $tg\, 2\alpha = \frac{2 tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$,

поэтому $\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} = \pm\frac{15}{8}$

$\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} = \frac{15}{8}$

$\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} = -\frac{15}{8}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$$

$x(x-26)\geq 0$

$(x-26x)^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5}$

$\log_5 12 = x$ $\quad \log_5 12 = 1{,}2$

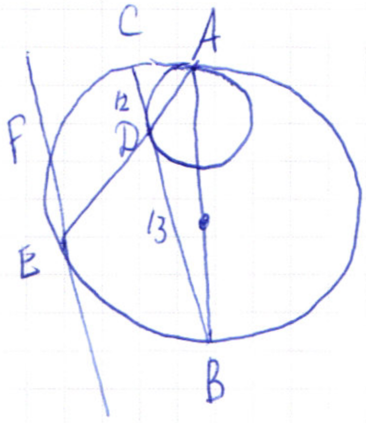
$5^x = 12$ $\quad 1{,}4$

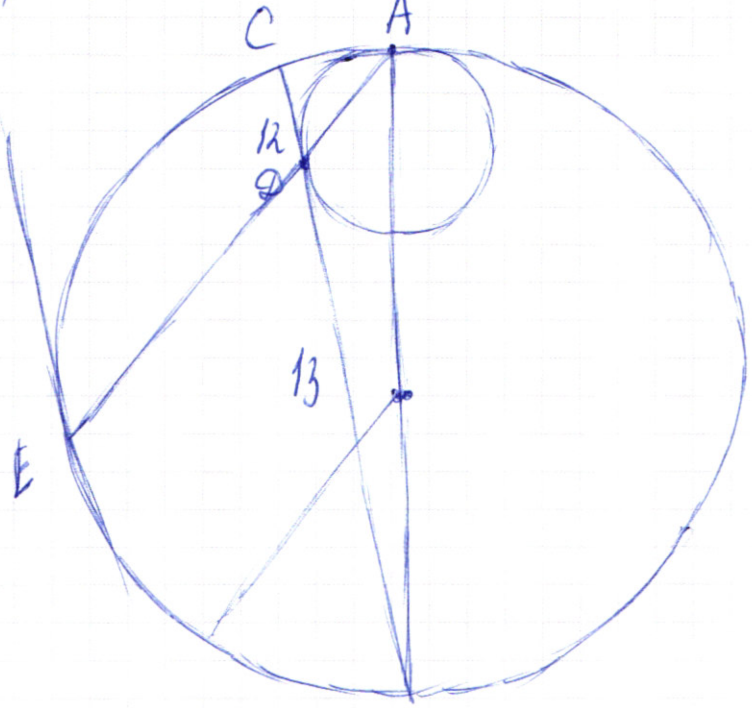
$5^{\log_5 12} = 12$ $\quad (x^2-26x)$

$x(x-26)$

$x^{\log_5 12}\cdot(x-26)^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5}$

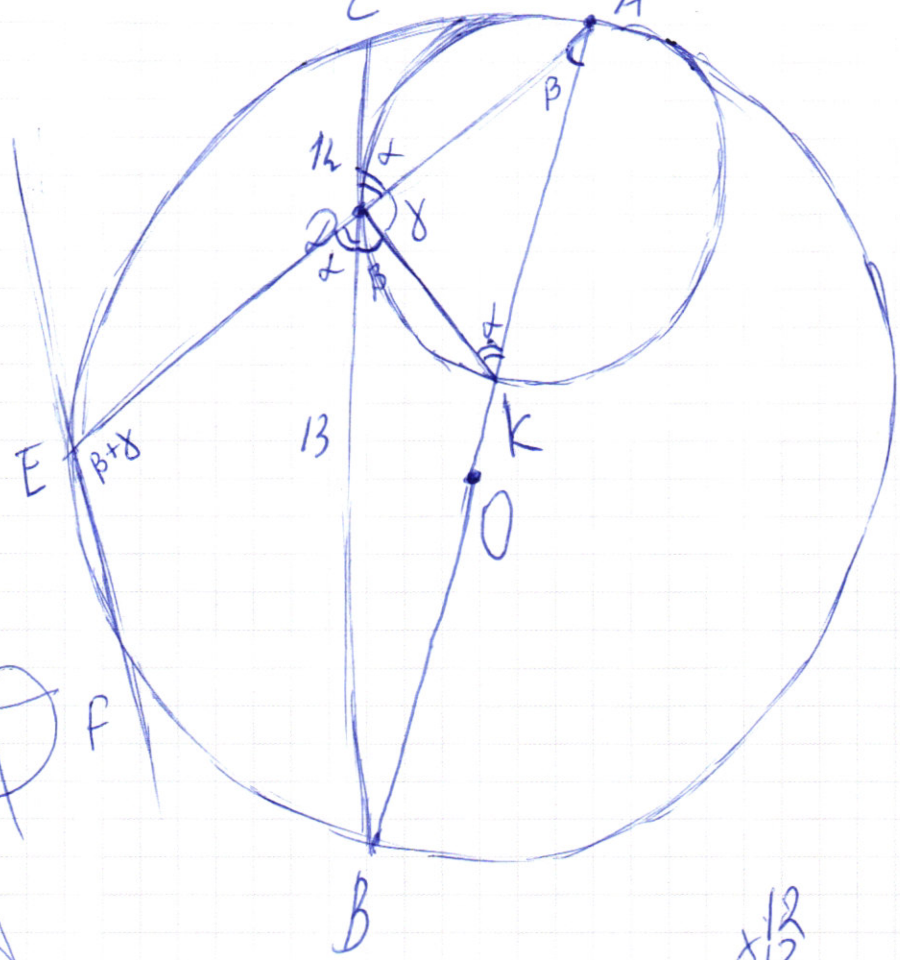
$\frac{16\pm\sqrt{256+800}}{30} = \frac{16+34}{30} = \frac{50}{30}$





☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

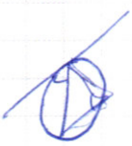
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

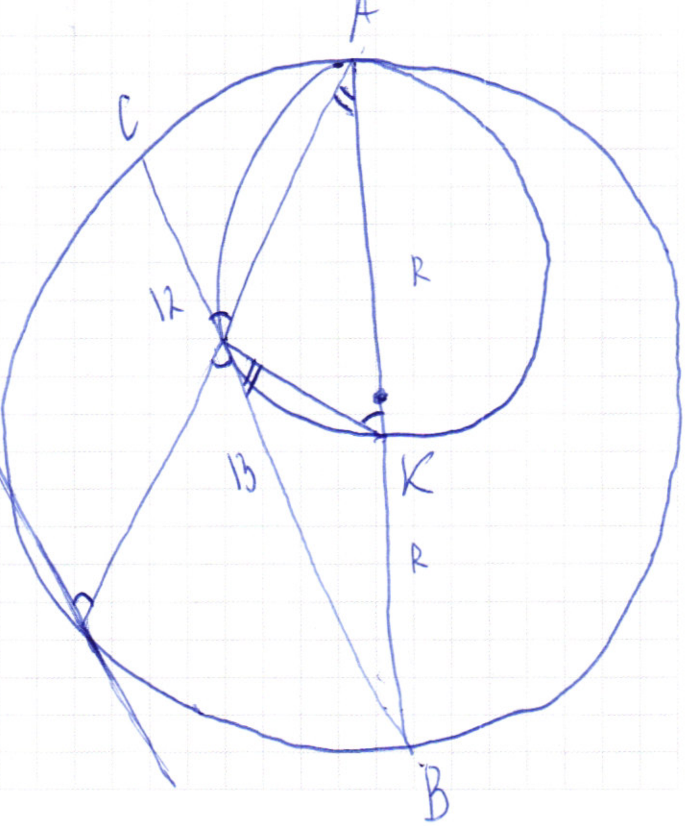


$DB^2 = AK \cdot KB$

$$\begin{array}{r} \times\ 12 \\ 13 \\ \hline 36 \\ +\ 12 \\ \hline 156 \end{array}$$

$CD \cdot BD = ED \cdot DA$





$(R+x)(R-x) = 169$

$R^2 - x^2 = 169$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\sin(2\alpha+4\beta) = -\frac{2}{17}$

$tg\,\alpha$ при знач.

$2\alpha = x$ $2\beta = y$

$\sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\sin(x+2y) = -\frac{2}{17}$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta$

$\sin(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4}\cdot\sin\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{4}$

$\cos\frac{\pi}{4}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4}$ $\cos 2y =$

$$\begin{cases} \sin x\sin y + \cos x\cos y = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin x\cdot\sin 2y + \cos x\cos 2y = -\frac{2}{17} \end{cases}$$

$\sin 2y = \sin y\sin y + \cos y\cos y =$

$= \sin^2 y + \cos^2 y$

$$\begin{cases} \sin x\cdot\sin y + \cos x\cdot\cos y = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin x(\sin^2 y + \cos^2 y) + \end{cases}$$

$\cos(\frac{\pi}{4}\cdot 2) =$

$\cos(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4} = 0$

$\cos(\frac{\pi}{4}+0) = \sin\frac{\pi}{4}\cos 0 - \cos\frac{\pi}{4}\sin 0 =$

$\cos 2y = \sin y\cos y - \cos y\sin y$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\cos(y+y) = \sin y \cos y - \cos y \sin$

$2 \sin \cos$

$\cos(y-y) = \sin y \cos y + \sin$

$\cos$

$\sin(y-y) = \sin y \cdot \sin y - \cos y \cos y =$

$\sin 0 = 0$

$\sin 2\alpha = 2 \sin \cos$ $\quad \sin(\alpha+\alpha) = \sin \cos + \sin \cos$

$\cos 2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$

$\frac{\pi}{4} = 2 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \cos^2 - \sin^2$

$\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) =$ $\quad \sin^2 y - \cos^2 y$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$\frac{\sin x}{\cos x}$

$$\begin{cases} \sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(x+2y) + \sin x = -\frac{2}{17} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x \cos y + \sin y \cos x = -\frac{1}{17} \\ \sin x \cos 2y + \sin 2y \cos x + \sin x = -\frac{2}{17} \end{cases}$$

$\sin x \cos y + \sin y \cos x = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin x (\cos^2 y - \sin^2 y) + 2 \sin y \cos y \cos x$

$$\begin{cases} \sin x \cos y + \sin y \cos x = \frac{-1}{\sqrt{17}} \\ \sin x (\cos^2 y - \sin^2 y) + 2 \sin y \cos y \cos x + \sin x = -\frac{2}{17} \end{cases}$$

$\cos^2 y \sin x - \sin^2 y \sin x + 2 \sin y \cos y \cos x + \sin x = -\frac{2}{17}$