

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}, \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC , повторно пересекает Ω в точке F . Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF , если известно, что $CD = \frac{15}{2}$, $BD = \frac{17}{2}$.
5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leq x \leq 25$, $2 \leq y \leq 25$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x - 16}{4x - 5} \leq ax + b \leq -32x^2 + 36x - 3$$

выполнено для всех x на промежутке $[\frac{1}{4}; 1]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN . Известно, что $KL = 3$, $KM = 1$, $MN = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM . Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x \cdot y^{-1}) = f(x) + f(y^{-1})$$

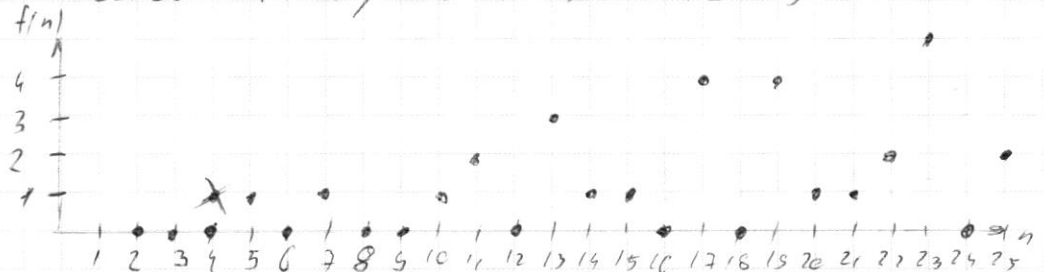
$$2 \leq y \leq 25$$

$$2 \leq x \leq 25$$

$$f\left(\frac{y}{y}\right) = f(y) + f(y^{-1}) \Rightarrow f(y^{-1}) = f\left(\frac{y}{y}\right) - f(y) = f(1) - f(y) = -f(y)$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y) \quad f(x) - f(y) < 0 \quad f(x) < f(y)$$

рассмотрим значения $f(n)$, $n \in \mathbb{N}$, $2 \leq n \leq 25$



$$f(2) = \left[\frac{1}{2}\right] = 0 \quad f(3) = \left[\frac{3}{9}\right] = 0 \quad f(5) = \left[\frac{5}{9}\right] = 1$$

$$f(6) = f(3) + f(2) = 0 \quad f(7) = \left[\frac{7}{49}\right] = 1 \quad f(8) = f(2) + f(4) = 0 \quad f(4) = f(2) + f(2) = 0$$

$$f(9) = f(3) + f(3) = 0 \quad f(10) = f(2) + f(5) = 1 \quad f(11) = \left[\frac{11}{121}\right] = 2 \quad f(12) = f(3) + f(4) = 0$$

$$f(13) = \left[\frac{13}{169}\right] = 3 \quad f(14) = f(2) + f(7) = 1 \quad f(15) = f(3) + f(5) = 1$$

$$f(16) = f(4) + f(4) = 0 \quad f(17) = \left[\frac{17}{289}\right] = 4 \quad f(18) = f(3) + f(6) = 0$$

$$f(19) = \left[\frac{19}{361}\right] = 4 \quad f(20) = f(5) + f(4) = 1 \quad f(21) = f(3) + f(7) = 1$$

$$f(22) = f(2) + f(11) = 2 \quad f(23) = \left[\frac{23}{529}\right] = 5 \quad f(24) = f(2) + f(12) = 0$$

$$f(25) = f(5) + f(5) = 2$$

$$f(n) = 5 - 1 \text{ шаг}$$

$$f(n) = 3 - 1 \text{ шаг}$$

$$f(n) = 4 - 2 \text{ шаг}$$

$$f(n) = 2 - 3 \text{ шаг}$$

$$f(n) = 1 - 7 \text{ шаг}$$

$$f(n) = 0 - 10 \text{ шаг}$$

№ 5

если $f(x)=0$ (10 чисел) $f(y)=1, 2, 3, 4, 5$ (14 чисел)

если $f(x)=1$ (7 чисел) $f(y)=2, 3, 4, 5$ (7 чисел)

если $f(x)=2$ (3 числа) $f(y)=3, 4, 5$ (4 числа)

если $f(x)=3$ (1 число) $f(y)=4, 5$ (2 числа)

если $f(x)=4$ (2 числа) $f(y)=5$ (1 число)

если $f(x)=5$ (0 чисел среди)

Всего пар:

$$10 \cdot 14 + 7 \cdot 7 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 140 + 49 + 12 + 3 + 2 = 189 + 17 = 206$$

Ответ: 206 пар чисел.

№ 2

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6} \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45 \end{cases}$$

$$x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45$$

$$x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 12y \geq 0 \\ (x - 12y)^2 = 2xy - 12y - x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 12y \\ x^2 - 24xy + 144y^2 = 2xy - 12y - x + 6 \end{cases}$$

$$x^2 - 26xy + 144y^2 + 12y + x - 6 = 0$$

$$x^2 + x(-26y + 1) + 12y + 144y^2 - 6 = 0$$

$$D = (-26y + 1)^2 - 4(144y^2 + 12y - 6) = 1 - 52y + 676y^2 - 4(144y^2 + 12y - 6) = 676y^2 - 52y + 1 - 576y^2 - 48y + 24 = 100y^2 - 100y + 25 = 25(2y - 1)^2$$

$$x = \frac{26y - 1 \pm 5(2y - 1)}{2}$$

$$\begin{cases} x = 18y - 3 \\ x = 8y + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 18y - 3 \\ x = 8y + 2 \end{cases}$$

$$x \geq 12y$$

$$x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(18y-3)^2 + 36y^2 - 12(18y-3) - 36y - 45 = 0$$

$$324y^2 - 108y + 9 + 36y^2 - 216y + 36 - 36y - 45 = 0$$

$$360y^2 - 360y = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ x = -3 \end{array} \right. \rightarrow \text{не подходит } (x - 12y \geq 0)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ x = 15 \end{array} \right. \rightarrow \text{решение}$$

$$(8y+2)^2 + 36y^2 - 12(8y+2) - 36y - 45 = 0$$

$$64y^2 + 32y + 4 + 36y^2 - 96y - 24 - 36y - 45 = 0$$

$$100y^2 - 100y - 65 = 0$$

$$20y^2 - 20y - 13 = 0$$

$$D = 400 - 4 \cdot 13 \cdot 20 = 400 + 1040 = 1440 = 12^2 \cdot 10$$

$$y = \frac{20 \pm 12\sqrt{10}}{40}$$

так как $x \geq 12y$ и $x = 8y + 2 \Rightarrow 8y + 2 \geq 12y$

$4y \leq 2$ $y \leq \frac{1}{2}$, значит $y = \frac{20 + 12\sqrt{10}}{40}$ не подходит.

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{20 - 12\sqrt{10}}{40} \\ x = \frac{20 - 12\sqrt{10}}{5} + 2 \end{array} \right.$$

$$x = \frac{20 - 12\sqrt{10}}{5} + 2$$

Ответ: $(15; 1)$ $\left(\frac{20 - 12\sqrt{10}}{5}; \frac{20 - 12\sqrt{10}}{40} \right)$,

№ 3

$$10x + |\lambda^2 - 10x| \log_3 4 \geq \lambda^2 + 5 \log_3(10x - x^2)$$

замена $10x - x^2 = t \quad t > 0$ ($\log_3(10x - x^2)$ существует)

$$t + |1-t| \log_3 4 \geq 5 \log_3 t; \quad 1-t = t$$

$$t + t \log_3 4 \geq 5 \log_3 t$$

$$t \log_3^2 + t \log_3^2 \geq 5 \log_3 t$$

$$3 \log_3 t + 4 \log_3 t \geq 5 \log_3 t$$

$$3^a + 4^a \geq 5^a$$

при $a = 2$

при $a > 2$

при $a < 2$

$$\log_3 t = a$$

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$3^a + 4^a < 5^a$$

$$3^a + 4^a > 5^a$$

$$t > 0 \quad \& \quad 10x - x^2 > 0$$

$$x \in (0; 10)$$



$$a < 2$$

$$\log_3 t < 2$$

$$\log_3 t < \log_3 9$$

$$t < 9$$

$$10x - x^2 < 9$$

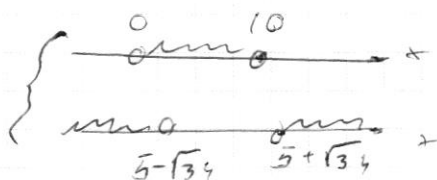
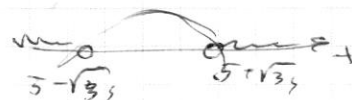
$$-x^2 + 10x - 9 < 0$$

$$x \in (-\infty; 5 - \sqrt{34}) \cup (5 + \sqrt{34}; +\infty)$$

$$D = 100 + 36 = 136$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{136}}{-2} = 5 \pm \sqrt{34}$$

$$5 - \sqrt{34} < 6$$



$$x \in (0; 5 - \sqrt{34})$$

Ответ: $x \in (0; 5 - \sqrt{34})$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

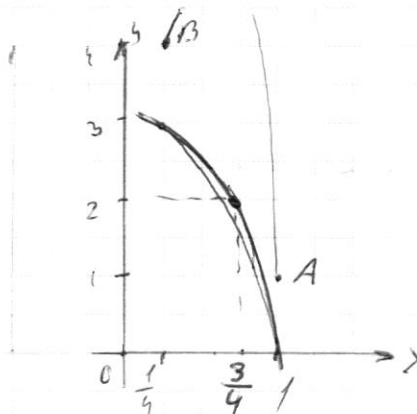
$y = \frac{16x-16}{4x-5}$ - гипербола

(для $x \in [\frac{1}{4}; 1]$)

$x = \frac{5}{4}$ асимптота

$y = 4$

x	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{3}{4}$
y	3	0	2



$y = -32x^2 + 36x - 3$ - парабола, ветви вниз

x вершины $\frac{-36}{-64} = \frac{9}{16}$

x	$\frac{1}{4}$	1
y	4	1

прямая $y = ax + b$ может касаться или пересекать ветви
гипербола $y = \frac{16x-16}{4x-5}$; а так же проходить через

точки $A(1; 1)$ и $B(\frac{1}{4}; 3)$ или пересекать гипербола.

$$\frac{16x-16}{4x-5} = ax + b$$

$$\frac{16x-16-(ax+b)(4x-5)}{4x-5} = 0$$

$$\begin{cases} 4x-5 \neq 0 \\ -4ax^2 + x(16+5a-4b) + 5b-16 = 0 \end{cases}$$

$$-4ax^2 + x(16+5a-4b) + 5b-16 = 0$$

для касания $D = 0$

$$D = (16+5a-4b)^2 + 4(5b-16) \cdot 4a = 16^2 + 25a^2 + 16b^2 + 160a - 40ab + 4 - 128b + 80ab - 16^2 a = 25a^2 - 96a + 16b^2 - 128b + 40ab + 16^2$$

№ 6

Если прямая $y = ax + b$ проходит через точки A и B

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ \frac{a}{4} + b = 4 \end{cases} \quad \frac{3}{4}a = -3 \quad \begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}$$

$y = -4x + 5$ проверим пересечение с гиперболой

$$\frac{16x - 16}{4x - 5} = -4x + 5$$

$$\frac{16x - 16 + 4x - 5}{4x - 5} = 0$$

$$\begin{cases} 4x - 5 \neq 0 \\ 16x^2 - 40x + 25 + 16x - 16 = 0 \end{cases}$$

$$16x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$(4x - 3)^2 = 0$$

имеет единственный

$$\text{корень } x = \frac{3}{4}$$

Прямая $y = -4x + 5$ проходит через A, B и

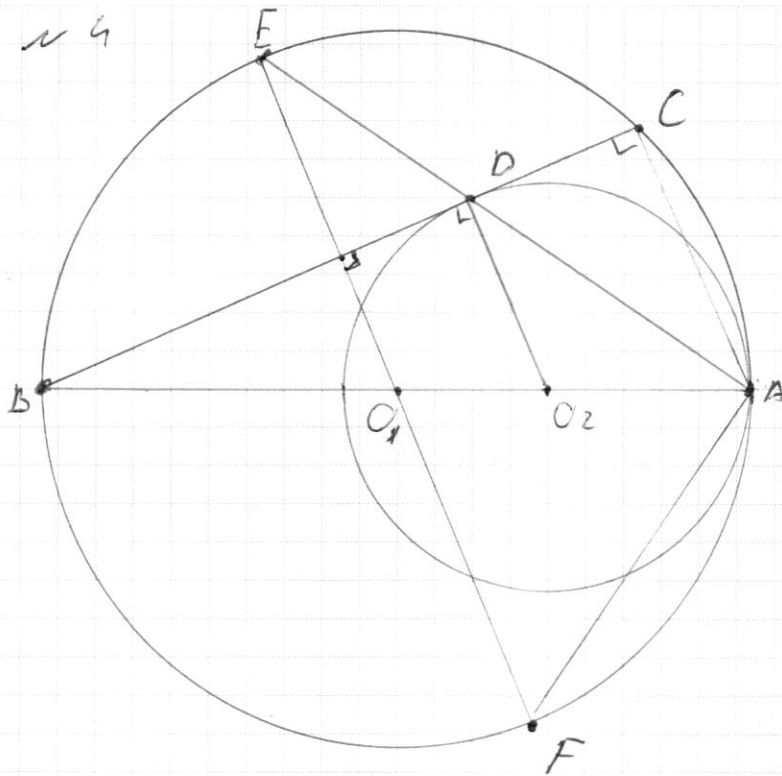
касается гиперболы, значит эта

единственно возможная прямая, единственная

пара имеет $a = -4$ $b = 5$.

Ответ: $(-4; 5)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



O_1 - центр Ω
 O_2 - центр ω
 $DO_2 \perp BC$ (BC -касательная, DO_2 -радиус)
 $\triangle BDO_2 \sim \triangle BCA$
 по 2 углам
 ($\angle BCA = 90^\circ$, вписанный, описывается на диаметре)

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BO_2}{AB}$$

пусть R - радиус Ω , r - радиус ω

$$BO_2 = 2R - r$$

$$\frac{17}{32} = \frac{2R - r}{2R}$$

$$34R = 64R - 32r$$

$$30R = 32r \quad r = \frac{15}{16}R$$

$$\frac{DO_2}{AC} = \frac{BD}{BC}$$

$$\frac{r}{AC} = \frac{13}{32}$$

$$AC = \frac{32r}{13}$$

$$\sin \angle CBA = \frac{AC}{AB} = \frac{\frac{32r}{13}}{2R} = \frac{30R}{2R \cdot \frac{16}{15}} = \frac{30}{16} = \frac{15}{8}$$

$$\sin \angle CBA = \frac{DO_2}{BO_2} = \frac{r}{2R - r} = \frac{15}{8}$$

$$8r = 30R - 15r$$

$$23r = 30R$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$f(\sin(2k+2p)) \cdot \cos(2p) + \sin(2k+2p) \cdot \cos(2p) = \frac{2}{5R}$$

$$= \frac{2 \cos(2k+2p) \cos(2p)}{5R}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{\sin(2k+2p) \cos(2p) + \sin(2p) \cos(2k+2p)}{5R}$$

$$\sin(2k+2p) \cos(2p) + \sin(2p) \cos(2k+2p) = \frac{2}{5} = \sin(2k+2p)$$

$$\frac{13x-16}{4x-5}$$

$$a^2 + b^2 = -3 \sin^2(2k+2p) + \sin^2(2k+2p) + \cos^2(2k+2p) = \cos^2(2k+2p)$$

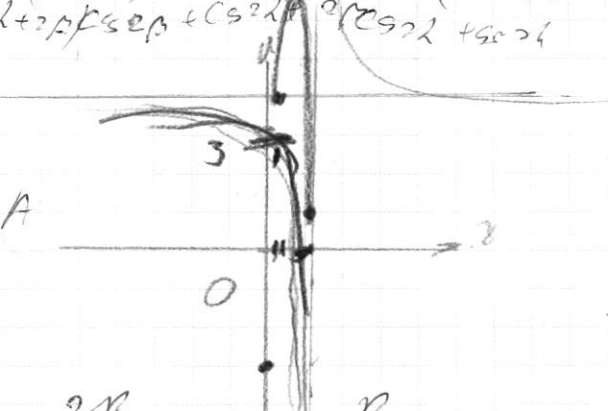
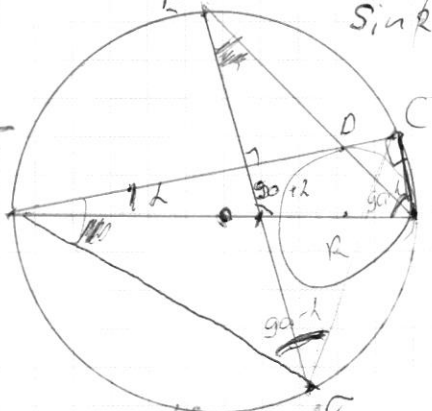
$$y = \frac{16-11x}{4x-5}$$

$$4x-5=0 \Rightarrow B$$

$$4x \neq 5$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$4 \pm 5 = (19 \dots)$$



$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{4-16}{1-5} = \frac{-12}{-4} = 3$$

$$f(1) = \frac{16-11}{4-5} = 0$$

$$-32x^2 + 76x - 3 = 0$$

$$36 - 72 - 3 = 1$$

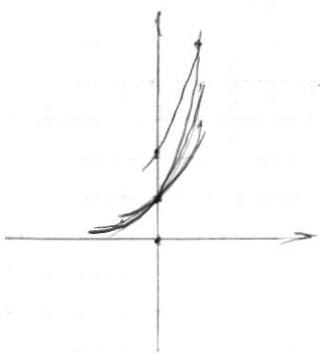
$$\frac{-36}{64} = \frac{-36}{64} = \frac{-18}{32} = \frac{-9}{16}$$

$$\frac{-32}{16} + \frac{76}{16} - 3 =$$

$$3^2 + 4^2 \geq 5^2$$

$$3^2 + 4^2 \leq 5^2 \Rightarrow \frac{-126}{16}$$

$$= -2 + 9 - 3 = 4$$

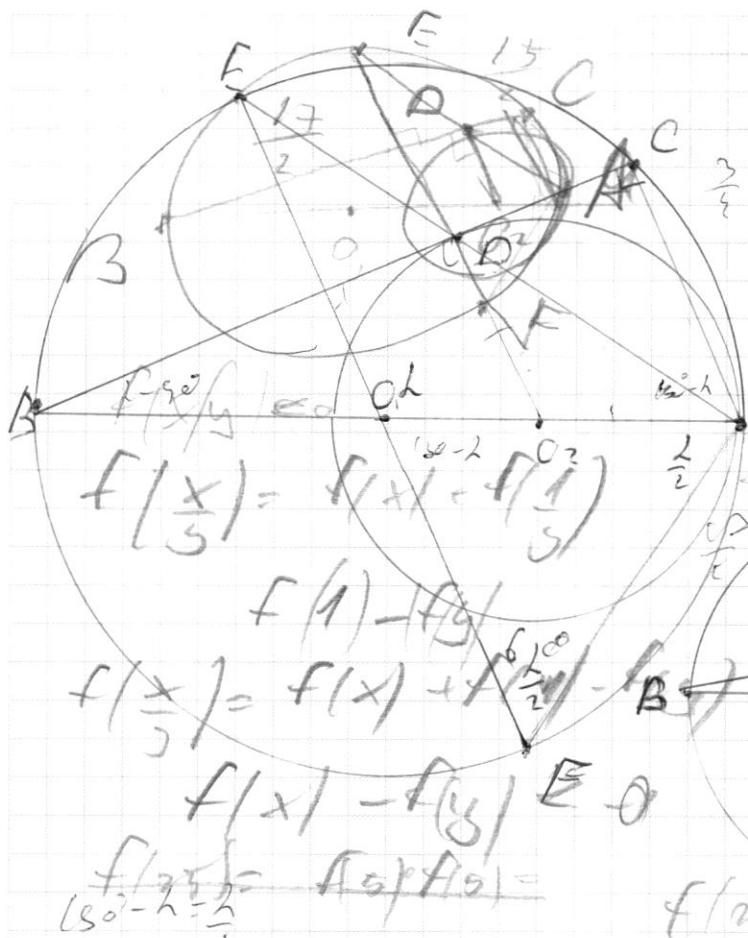


$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$$

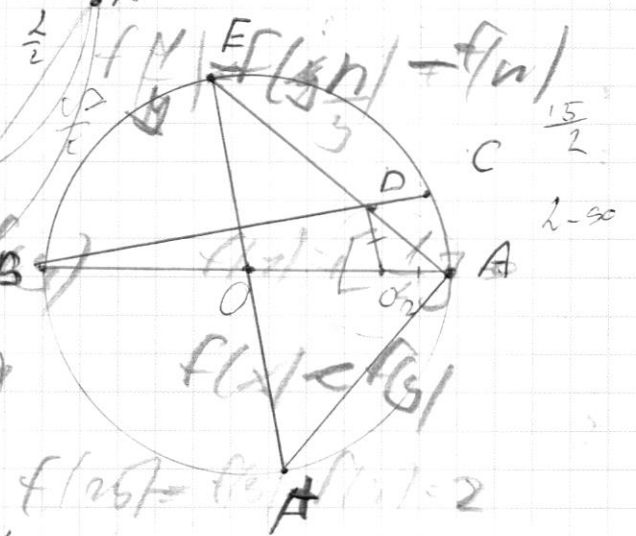
$$\frac{1}{16} + \frac{1}{9} = \frac{9+16}{16 \cdot 9} = \frac{25}{144}$$

$$25 \cdot 75 = 16 \cdot 9$$

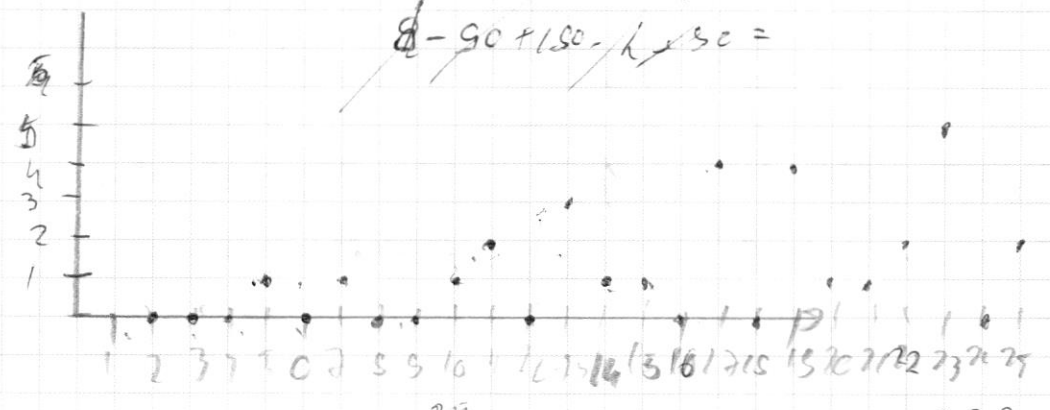
$$4 \cdot 6 \cdot 64 \cdot 27 = 125$$



$0,5 \quad (150 - 150 + 6 - 90) = d - 90$
 $\frac{8-16}{2-5} = \frac{8}{3} = 2,6$
 $1 - 90^\circ = -\frac{1}{2}$
 $\frac{12-16}{3-5} = \frac{-4}{-2} = 2 \quad \frac{1}{6} = 90^\circ$
 $1 - 90^\circ$



$150^\circ - h = \frac{1}{2}$
 $use^\circ = \frac{3h}{2}$
 $h = use^\circ$

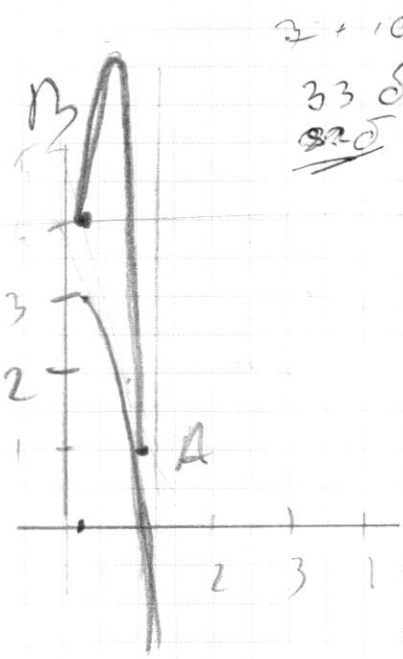


$8 - 90 + 150 - h - 90 =$

$x=5 \quad x=23 \quad h=10$
 $x=17, 19 \quad g=21$
 $x=13 \quad g=17, 19, 23$
 $x=11, 22, 25 \quad g=$
 $f(x)=0 \quad f(x) > 0$
 $f(x)=1 \quad f(x) > f(x)$
 $f(x)=2 \quad f(x) > 0$
 $f(x)=3 \quad f(x) > 0$

$17/4 = 4 \quad 2 \cdot 2 = 3$
 $f(n)=5 \quad 1 \text{ мкс}$
 $f(n)=4 \quad 2 \text{ мкс}$
 $f(n)=3 \quad 1 \text{ мкс}$
 $f(n)=2 \quad 3 \text{ мкс}$
 $f(n)=1 \quad 1 \text{ мкс}$
 $f(n)=0 \quad 10 \text{ мкс}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$z = 10 + 10^{10}$
 $ax + b$
 $a + b = 1$
 $a - b = -1$

$a + b = 1$
 $a - b = -1$
 $a = 15 - 4b$

$\frac{16x - 16}{4x - 5} = ax + b$

$16x - 16 = (ax + b)(4x - 5)$

$16x - 16 = 4ax^2 + 5ax - 4bx - 5b$
 $= -4ax^2 + x(16 + 5a - 4b) + 5b - 16$

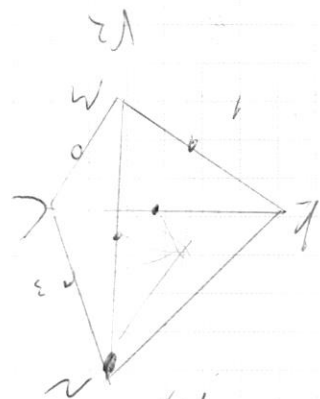
$D = (16 + 5a - 4b)^2 + 4(4a)(5b - 16) = 0$
 $\frac{16}{128}$

$= \frac{(16 + 5a - 4b)(16 + 5a - 4b) + 16(5a - 4b)}{128}$
 $= 16^2 + 95a^2 + 16b^2 + 160a - 128b + -40ab$
 $+ 16 + 5a - 4b + 16a - 5b - 16a + b$

$16^2 + 95(b-1)^2 + 16b^2 + 160b - 160 - 128b - 40(b-1)b$

$a_1x + b_1 = 1$
 $a_2x + b_2 = 5$

$\frac{16}{16}$
 $\frac{96}{16}$
 $\frac{16}{16}$
 $\frac{-25b}{16}$
 $\frac{16}{16}$
 $\frac{96}{16}$



$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$

$\frac{1}{2} = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$

$\sin 2\alpha \cos \beta + \sin 2\beta \cos \alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha \cos\beta + 2 \sin\beta \cos\beta \cos\alpha$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$10x + |x^2 - 10x| \log_3 4 \geq x^2 + 5 \log_3 (10x - x^2)$$

$$x^2 - 10x = a$$

$$|a| \log_3 4 \geq a + 5 \log_3 |a|$$

$$a + |a| \log_3 4 \geq a + 5 \log_3 a$$

$$a + a \log_3 4 \geq 5 \log_3 a$$

$$a + a \log_3 4 \geq a \log_3 5$$

$$a + a \log_3 4 - a \log_3 5 \geq 0$$

$$f = 2 \quad 3^2 \cdot 4^2 = 5^2 \quad f > 0 \quad 3^2 \cdot 4^2 = 5^2$$

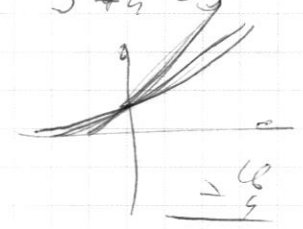
$$f \leq 2 \quad \log_3 a < 2 \quad 27 + 64 = 125$$

$$x^2 - 10x < 0 \quad x - 0 < 10$$

$$10x - x^2 < 9$$

$$-x^2 + 10x - 9 < 0$$

$$D = 100 + 36 = 136$$



$$\frac{5}{2} = \gamma \cos \alpha + \gamma \sin \alpha \cos \alpha + \gamma \sin \alpha \sin \alpha$$

$$\frac{5}{2} = \gamma \cos \alpha + \gamma \sin \alpha \cos \alpha + \gamma \sin^2 \alpha$$

$$\frac{5}{2} = \gamma \cos \alpha + \gamma \sin \alpha \cos \alpha + \gamma \sin^2 \alpha$$

$$\frac{5}{2} = \gamma \cos \alpha + \gamma \sin \alpha \cos \alpha + \gamma \sin^2 \alpha$$

$$\frac{5}{2} = \gamma \cos \alpha + \gamma \sin \alpha \cos \alpha + \gamma \sin^2 \alpha$$

$$\frac{5}{2} = \gamma \cos \alpha + \gamma \sin \alpha \cos \alpha + \gamma \sin^2 \alpha$$

$$x^2 - 24y + 144y^2 = 2xy - 12y - x + 6$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ - \frac{1}{52} \\ \hline 26 \\ \frac{156}{52} \\ \hline 52 \\ \frac{576}{52} \end{array}$$

$$x^2 - 26yx + x + 144y^2 + 12y - 6 = 0$$

$$x^2 + x(1 - 26y) + 144y^2 + 12y - 6 = 0$$

$$D = 1 - 575 + 676y^2 + 4(144y^2 + 12y - 6) =$$

$$\begin{array}{r} + 144 \\ \frac{4}{52} \\ \hline 576 \end{array}$$

$$= 676y^2 - 52y + 1 - 576y^2 - 48y + 24 =$$

$$100y^2 - 100y + 25 = 25(4y^2 - 4y + 1) = 25(2y - 1)^2$$

$$x = \frac{26y - 1 \pm 5(2y - 1)}{2}$$

$$x = \frac{26y - 1 + 10y - 5}{2} = 18y - 3$$

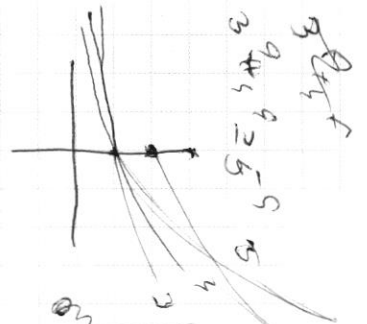
$$x = \frac{26y - 1 - 10y + 5}{2} = 8y + 2$$

$$x = 18y - 3$$

$$x \geq 12y$$

$$x \geq 12y$$

$$x = 8y + 2$$



$$\begin{array}{r} 1040 \\ 20 \\ \hline 25 \\ \frac{13}{8} \end{array}$$

$$\frac{13}{5} + \frac{13}{5} = \frac{26}{5}$$

$$\frac{2}{5} \geq \frac{1}{5} \Rightarrow 2 \geq 1$$

$$\begin{array}{l} 52 \in x \\ 2 \geq 13 \\ \alpha = 52 - 1 = 51 \end{array}$$

$$\frac{26 \pm 10y - 5}{2} = 5$$

$$26 \pm 10y - 5 = 10 \Rightarrow 21 \pm 10y = 10 \Rightarrow 10y = 11 \pm 10 \Rightarrow y = 1.1 \pm 1$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ 32 \\ \hline 45 \\ 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1040 \\ 80 \\ \hline 960 \\ \frac{13}{5} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 100y^2 - 100y + 25 &= 0 \\ 100y^2 - 100y + 25 &= 0 \\ 100y^2 - 100y + 25 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 324 \\ \hline 216 \\ 1108 \\ 216 \end{array}$$

$$x = 13y - 3$$

$$\begin{array}{l} y = 1 \\ x = 10 \\ y = 1 \\ x = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ 12 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 100y^2 - 100y + 25 &= 0 \\ 100y^2 - 100y + 25 &= 0 \\ 100y^2 - 100y + 25 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ 15 \\ \hline 164 \\ \frac{13}{5} \end{array}$$