# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы $\alpha$ и $\beta$ удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x = \sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12} + 26x \geqslant x^2 + 13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности $\Omega$ и $\omega$ касаются в точке $A$ внутренним образом. Отрезок $AB$ – диаметр большей окружности $\Omega$, а хорда $BC$ окружности $\Omega$ касается $\omega$ в точке $D$. Луч $AD$ повторно пересекает $\Omega$ в точке $E$. Прямая, проходящая через точку $E$ перпендикулярно $BC$, повторно пересекает $\Omega$ в точке $F$. Найдите радиусы окружностей, угол $AFE$ и площадь треугольника $AEF$, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция $f$ определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел $a$ и $b$ из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа $p$ ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее $x$). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geqslant ax+b \geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех $x$ на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина $Y$ которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра $TY$. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра $XZ$. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-6-6(x-1)=\sqrt{x(y-6)-(y-6)}=\sqrt{(x-1)(y-6)} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$$

Сделаем замену $y-6=u$; $x-1=v$

$$\begin{cases} u-6v=\sqrt{uv} \\ 9v^2+u^2=90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^2-13uv+36v^2=0 \\ 9v^2+u^2=90 \\ u-6v\geq 0 \end{cases}$$

$D=169v^2-144v^2=25v^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} u=\frac{13v+5v}{2}=9v \\ u=\frac{13v-5v}{2}=4v \end{array}\right.$

1. $u=4v$

$9v^2+16v^2=90 \Rightarrow v=\pm\frac{3}{5}\sqrt{10}$

$4v-6v\geq 0 \Rightarrow v\leq 0 \Rightarrow v=-\frac{3}{5}\sqrt{10}$; $u=-\frac{12}{5}\sqrt{10} \Rightarrow \begin{cases} x=1-\frac{3}{5}\sqrt{10} \\ y=6-\frac{12}{5}\sqrt{10}. \end{cases}$

2. $u=9v$

$9v^2+81v^2=90 \Rightarrow v=\pm 1.$

$9v-6v\geq 0 \Rightarrow v\geq 0 \Rightarrow v=1$; $u=9 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ y=15 \end{array}\right.$

Ответ: $\left(1-\frac{3}{5}\sqrt{10},\ 6-\frac{12}{5}\sqrt{10}\right)$; $(2, 15)$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№ 1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sin\frac{2\alpha+2\alpha+4\beta}{2}\cdot\cos\frac{2\alpha+4\beta-2\alpha}{2} = -\frac{2}{17} \\ \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{1}{17} \Rightarrow \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{4}{\sqrt{17}} \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

1. $\sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$$\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot 2\cos\alpha\sin\alpha + \frac{4}{\sqrt{17}}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)$$

$$5\cos^2\alpha + 2\cos\alpha\sin\alpha - 3\sin^2\alpha = 0 \quad \Big|:\cos^2\alpha\neq 0$$

$$3\,tg^2\alpha - 2\,tg\,\alpha - 5 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} tg\,\alpha = -1 \\ tg\,\alpha = \frac{5}{3} \end{array}\right.$$

2. $\sin 2\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}}$

$$\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot 2\cos\alpha\sin\alpha - \frac{4}{\sqrt{17}}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)$$

$$5\sin^2\alpha + 2\cos\alpha\sin\alpha - 3\cos^2\alpha = 0 \quad \Big|:\cos^2\alpha\neq 0$$

$$5\,tg^2\alpha + 2\,tg\,\alpha - 3 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} tg\,\alpha = -1 \\ tg\,\alpha = \frac{3}{5} \end{array}\right.$$

~~Наибольшее зн~~ Максимально 3 значения для тангенса $\Rightarrow tg\,\alpha \in \{-1, \frac{3}{5}, \frac{5}{3}\}$

Ответ: $\{-1, \frac{3}{5}, \frac{5}{3}\}$

№ 3

$$|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$$

$$\begin{cases} 26x - x^2 > 0 \\ (26x-x^2)^{\log_5 12} + 26x - x^2 \geq (26x-x^2)^{\log_5 13} \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

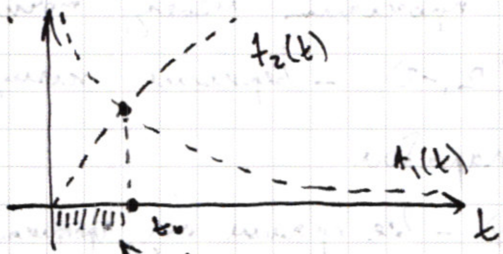
$26x - x^2 = t$

$\begin{cases} t > 0 \\ t^{\log_5 12} + t \geq t^{\log_5 13} \end{cases} \quad \Big| : t^{\log_5 12} > 0$

$1 + t^{1 - \log_5 12} \geq t^{\log_5 \frac{13}{12}}.$

$f_1(t) = 1 + t^{\overset{\log_5 \frac{5}{12}}{\wedge 0}} \geq t^{\overset{\log_5 \frac{13}{12}}{\vee 0}} = f_2(t)$

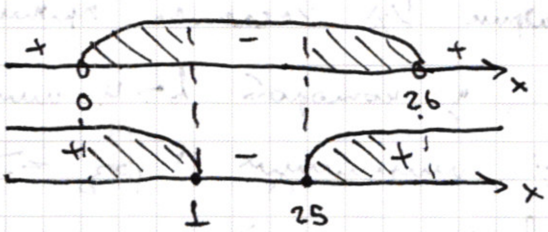
монотонно убывает — монотонно возрастает => максимум 1 пересечение, и это $t_0 = 5^2 = 25$ => $t \in (0, 25]$




$\begin{cases} f_2(t) \leq f_1(t) \\ t > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 0 \leq 26x - x^2 \\ 26x - x^2 \leq 25 \end{cases}$

$\begin{cases} x(x - 26) < 0 \\ x^2 - 26x + 25 = (x-1)(x-25) \geq 0 \end{cases}$




~~Ответ~~ => $x \in (0, 1] \cup [25, 26)$

Ответ: $x \in (0, 1] \cup [25, 26)$

№6

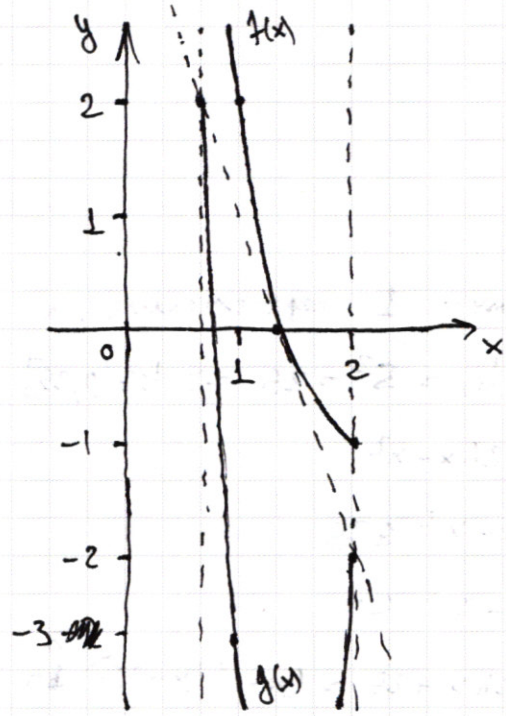
$\begin{cases} \dfrac{8 - 6x}{3x - 2} \geq ax + b \\ ax + b \geq 18x^2 - 51x + 28 \end{cases}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} ax+b \le \dfrac{2(2-3x)+4}{3x-2} = \dfrac{4}{3x-2} - 2 = f(x) \\ ax+b \geqslant 18x^2 - 51x + 28 = g(x) \end{cases}$$

$\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}+} f(x) = +\infty$ ; $f(2) = -1$ ; $f(1) = 2$ ; $f\left(\frac{4}{3}\right) = 0$

$\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}+} g(x) = 2$ ; $g(2) = -2$ ; $x_{вер} = -\frac{-51}{36} = \frac{17}{12} \in \left(\frac{2}{3}, 2\right]$, ветви направлены вверх.




Найдем ур-ние касательной к $f(x)$ в точке $x = \frac{4}{3}$:

$y = f'\left(\frac{4}{3}\right)\left(x - \frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{12}{\left(3\cdot\frac{4}{3}-2\right)^2}\left(x - \frac{4}{3}\right) =$

$= -3\left(x - \frac{4}{3}\right) = 4 - 3x$ – прямая, которая проходит через точки $\left(\frac{2}{3}, 2\right)$ и $(2, -2)$ – верхние концы ветвей параболы

$$\begin{cases} ax+b \le f(x) & (1) \text{ – все прямые под графиком } f(x) \\ ax+b \geqslant g(x) & (2) \text{ – все прямые выше} \end{cases}$$

прямой $y = 4-3x$. Т.к. график $f(x)$ касается прямой $y = 4 - 3x$, то любая прямая, у которой $b > 4$ или $a > -3$ будет пересекать $f(x)$ минимум 1 раз $\Rightarrow$ не выполнится (1). Если $b < 4$ или $a < -3$ то не выполнится (2) $\Rightarrow$ $b = 4$ и $a = -3$.

Ответ: $(-3, 4)$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Заметим, что:

$f(a_1 a_2 \dots a_n) = f(a_1) + f(a_2 \dots a_n) = f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_n)$

Если натуральное число $n$ представить в виде $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$, где $p_1, p_2, \dots p_k$ – простые, то:

$$f(n) = \sum_{i=1}^{k} f(p_i^{\alpha_i}) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \cdot [p_i/4].$$

$f(ab) = f(a) + f(b)$ – подставим $a = 1$:

$f(b) = f(1) + f(b) \Rightarrow f(1) = 0$. Теперь подставим $b = \frac{1}{a}$:

$f(a \cdot \frac{1}{a}) = f(1) = 0 = f(a) + f(\frac{1}{a}) \Rightarrow f(1/a) = -f(a)$. В итоге получаем:

$$f(x/y) = f(x \cdot \tfrac{1}{y}) = f(x) - f(y) = \sum_{p \in P} \alpha_p [p/4] - \sum_{p \in P} \beta_p [p/4] =$$

$$= \sum_{p \in P} (\alpha_p - \beta_p)[p/4]$$, $P$ – множество простых чисел, $\alpha_p, \beta_p \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

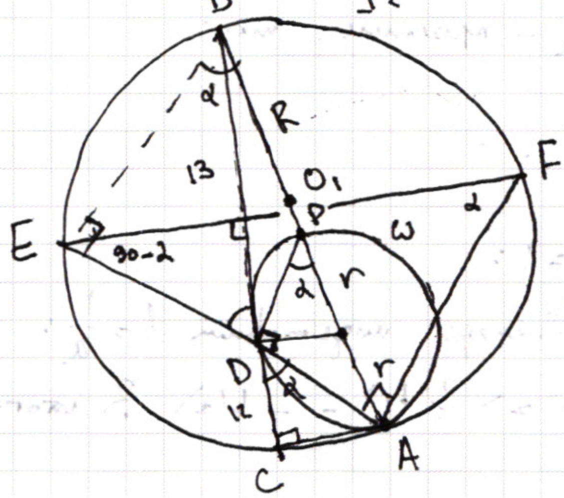
Т.к. $y, x \in [4, 28]$, то степени всех простых чисел в разложении больше 23 будут равны 0. Получаем:

$f(x) = \alpha_2 [2/4] + \alpha_3 [3/4] + \dots + \alpha_{23} [23/4] = \alpha_5 + \alpha_7 + 2\alpha_{11} + 3\alpha_{13} + 4\alpha_{17} + 4\alpha_{19} + 5\alpha_{23}$. Если $x \in \{4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27\} = A$, то $f(x) = 0$ (только степени 2 и 3). Если $x \in \{5, 10, 15, 20, 7, 14, 21, 28\} = B$, то $f(x) = 1$. ~~Для остальных~~ Если $x \in \{11, 22, 25\} = C$, то $f(x) = 2$. Для остальных чисел: $f(13) = f(26) = 3$; $f(17) =$

$= f(19) = 4$ ; $f(23) = 5$. Нам нужно, чтобы $f(x) < f(y)$. Если $x \in A \Rightarrow$ для $y$ 16 вариантов. Если $x \in B$, то для $y$ 8 вариантов. Если $x \in C$, то для $y$ 5 вариантов. Если $x \in \{13, 26\}$, то для $y$ 3 варианта. Если $x \in \{17, 19\}$, то для $y$ 1 вариант. Итого пар $9 \cdot 16 + 8 \cdot 8 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 13 \cdot 16 + 21 + 2 = 208 + 21 + 2 = 231$

Ответ: 231 пара

№4




Пусть радиус $\omega$ равен $r$, а $\Omega$ — $R$. Т.к. $BA$ — диаметр, то $\angle BCA = 90°$. Аналогично, $\angle PDA = 90°$ $(P = BA \cap \omega)$. Пусть $\angle ADC = \alpha$. Тогда $DA = \frac{12}{\cos\alpha}$ ; $\angle DPA = \alpha$.
$\sin\alpha = \frac{DA}{2r} = \frac{12}{2r\cos\alpha} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{12}{r}$

$\angle PBD = \alpha - \angle BDP = \alpha - (180° - 90° - \alpha) = 2\alpha - 90°$. $\cos(2\alpha - 90°) = \sin 2\alpha = \frac{25}{2R} = \frac{12}{r} \Rightarrow R = \frac{25}{24} r$. По св-ву секущей:

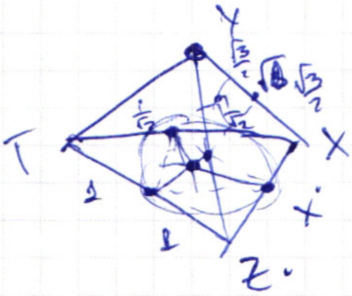
$BD^2 = BP \cdot BA = (2R - 2r) \cdot 2R = 13^2$

$\left(2R - \frac{48}{25} R\right) \cdot 2R = R^2 \cdot \frac{4}{25} = 13^2 \Rightarrow R = \frac{5 \cdot 13}{2} = \frac{65}{2}$ ; $r = \frac{13 \cdot 12}{5} = \frac{156}{5}$

$\angle BDE = \alpha \Rightarrow \angle FEA = 90 - \alpha$ ; $\angle BEA = 90° \Rightarrow \angle EBA = 90° - \angle PAD =$
$= 90° - (90 - \alpha) = \alpha \Rightarrow \angle FAE = 90° \Rightarrow S_{AEF} = 2\ldots =$
$= 2R^2 \sin\alpha \sin(90 - \alpha) \cdot \sin 90° = R^2 \sin 2\alpha = \frac{12}{r} \cdot R^2 = \frac{25}{2} R = \frac{25 \cdot 65}{4} = \frac{1625}{4}$

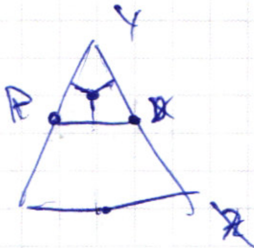
$\angle AFE = \alpha = \frac{1}{2} \arcsin \frac{12}{r} = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{5}{13}\right)$

Ответ: $R = \frac{65}{2}$ ; $r = \frac{156}{5}$ ; $\angle AFE = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{5}{13}\right)$ ; $S_{AFE} = \frac{1625}{4}$

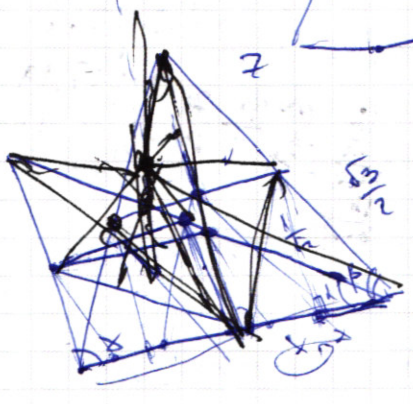



$$-\frac{13}{5}\sqrt{10}+6\cdot\frac{3}{5}\sqrt{10}=\frac{6}{5}\sqrt{10}$$

$$=\sqrt{\frac{3\cdot12\cdot10}{25}}=\frac{6}{5}\sqrt{10}$$




$$\frac{1}{\sqrt{17}}2\sin\alpha\cos\alpha \pm \frac{4}{\sqrt{17}}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=$$
$$=\frac{1}{\sqrt{17}}$$

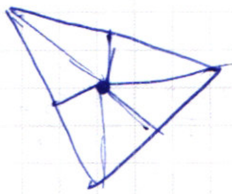


$$\frac{\sqrt3}{2}\cos\beta=\frac{1}{\sqrt2}\cos\alpha$$

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$=\frac{\sqrt3}{2}\cos\beta=$$

$$4x-2x \quad x^2-2\sqrt2x\cos\alpha$$

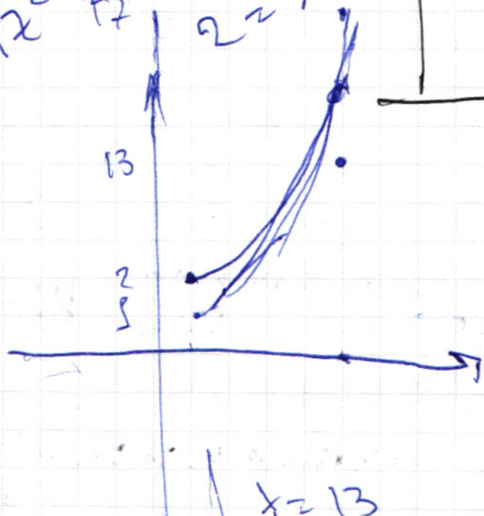


$$\geq t^{\log_5\sqrt{60}}$$

$$TZ^2 \quad 4=\sqrt2^2+x^2-2\sqrt2x\cos\alpha$$

$$2=x^2$$

$$2\sqrt{t^{\log_5 60}}$$
$$\geq$$




$$t^{\log_5 12}+t\geq t^{\log_5 13}$$

$t>0$

$26x-x^2>0$ 13

$x(x-26)<0$

$\Rightarrow x\in(0,26)$

$x=13$

$-169$

$$t^{\log_5 12}+t=t^{\log_5 13} \quad \Big| : t^{\log_5 13} \qquad t\in(0,13^2)$$

$144+25$

$$1+\overset{<0}{t^{1-\log_5 12}}=\overset{\geq 0}{t^{\log_5 13-\log_5 12}}$$

монотонно убывает

$5^\alpha \qquad 12^\alpha+5^\alpha=13^\alpha.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(ab) = f(a)+f(b)$.

$f(p) = [p/4]$

$f(\frac{a}{b}) = f(a)+f(\frac{1}{b})$ $\quad f(A) = f(p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \ldots p_k^{\alpha_k}) = \alpha_1 f(p_1) + \alpha_2 f(p_2) + \ldots + \alpha_k f(p_k) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i [p_i/4]$

$f(a_1 a_2 \ldots a_n) = \sum a_n$

$2 \{4, 25, 22,$

$1 \{13, 21\}$

$4 \{17, 19$

$5 \{23$

$f(a/b) = f(a) - f(b)$.

$f(x/y) = f(x) - f(y)$ $\quad f(b) = f(1)+f(b) \Rightarrow f(1)=0$

$f(a \cdot \frac{1}{a}) = f(a)+f(\frac{1}{a}) = 0$

$4 \le x \le 28$

$f(\frac{1}{a}) = -f(a)$ $\qquad \frac{23}{4} = \frac{20+3}{4} = 5+\frac{3}{4}$.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

$(\alpha_1-\beta_1)[\frac{2}{4}] + (\alpha_2-\beta_2)[\frac{3}{4}] + (\alpha_3-\beta_3)[\frac{5}{4}] + \ldots$

$= \alpha_3-\beta_3 + \alpha_4-\beta_4 + 2(\alpha_5-\beta_5) + 3(\alpha_6-\beta_6) + 4(\alpha_7-\beta_7) + 4(\alpha_8-\beta_8) + 5(\alpha_9-\beta_9)$

$x=2y$ – не подх

1, 3, 5 $\quad$ 1, 3, 4 $\quad f(5)=1 \quad f(6)=0$

$\alpha_3+\alpha_4+2\alpha_5+3\alpha_6+4\alpha_7+4\alpha_8+5\alpha_9$.

$f(4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24) = 0$

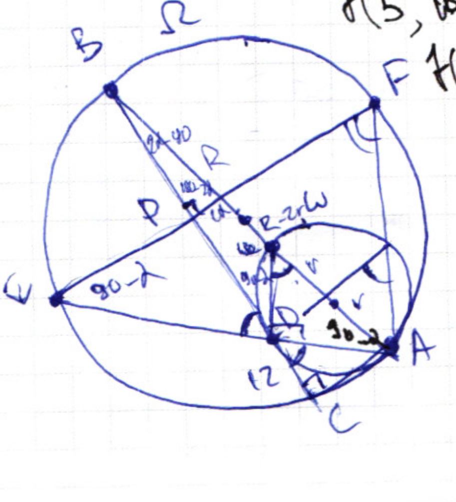
$f(5, 10, 15, 20, 25) = 1$ $\quad BP \cdot PC = EP \cdot PF$

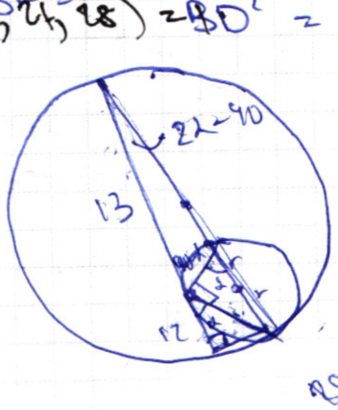
$f(7, 14, 21, 28) = 2$ $\quad BD = 13$

$BD^2 = (2R-2r)2R$

$\cos(90-2\alpha) = \sin 2\alpha$

$\cos(2\alpha - 90) = \frac{25}{2R} = \frac{12}{r}$





$\sin 2\alpha = \frac{12}{r}$

$\frac{12}{\cos 2\alpha}$

$\frac{12}{\cos 2\alpha} = 2r$

1625, 1550, 1250, 125, 25, 3, 125, 375, 13

$180-2\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

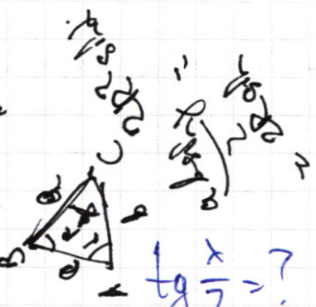
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

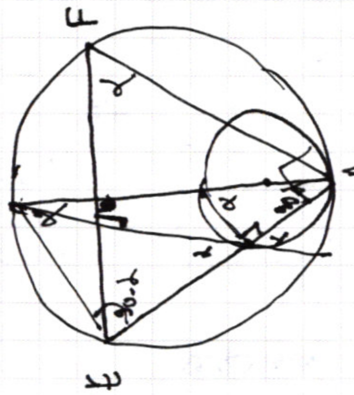
ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \end{cases}$$





$2\alpha = x \qquad 2\beta = y$

$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = ?$

$\sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(x+y+y) + \sin x = -\frac{2}{17}$

$\sin(x+y)\cos y + \cos(x+y)\sin y + \sin x = -\frac{2}{17}$

$\sin x \cos 2y + \cos x \sin 2y + \sin x = -\frac{2}{17}$

$\sin x$

$\cancel{2\alpha+2\beta}$

$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$

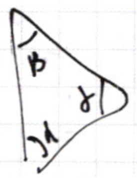
$\sin 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg}^2 x}$

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$

$\frac{2\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}{1+\operatorname{tg}^2(\alpha+\beta)} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{2\operatorname{tg}(\alpha+2\beta)}{1+\operatorname{tg}^2(\alpha+2\beta)} + \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} = -\frac{2}{17}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\beta) = -\frac{2}{17}$



$2\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$

$\cos 2\alpha =$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha = -\frac{1}{17} \pm \frac{16}{17} \pm \frac{4}{\sqrt{17}} = -1 \quad \frac{15}{17}$

$\sin 2\beta = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\frac{AB\cdot CD\cdot \sin 2\alpha}{2} =$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\frac{1}{\sqrt{17}} \pm \frac{16}{17} + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$-\frac{1}{17} \pm \frac{16}{17} =$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-6x\geq 0 \\ y^2-12xy+(6x)^2-xy+6x+y-6=0 \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$$

$(y-6x)^2-x(y-6)+y-6=0.$

$(y-6x)^2-(y-6)(x-1)=0$

$u \quad v.$

$$\begin{cases} (u+6-6(v+1))^2=uv \\ 9v^2+u^2=90 \\ u-6v\geq 0 \end{cases}$$

$=(u-6v)^2=u^2-12uv+36v^2=0$

$u^2-13uv+36v^2=0$

$D=169v^2-144v^2=25v^2$

$u=\frac{13v\pm 5v}{2}=\left[\begin{array}{l} 4v \\ 9v. \end{array}\right.$

$9v^2+36v^2=90$

$25v^2=90 \Rightarrow v=\pm\frac{3}{5}\sqrt{10}.$

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x\geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$26x-x^2>0.$

$x^2-26x<0$

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x-x^2$

$+(26x-x^2)^{\log_5 13}\geq 0$

$t^{\log_5 12}+t^{\log_5 13}+t\geq 0$

$t^{\log_5 12}+t^{\log_5 5}\geq t^{\log_5 13}$

$t \vee t^{\log_5 13}-t^{\log_5 12}.$

$120+24.$

$-\frac{6x-4-4}{3x-2}v\leq 0 \quad =\frac{4}{3x-2}-2.$

$4-7 \quad v, \quad \frac{17}{12}.$

$1+\frac{1}{3}$

$$\begin{cases} \frac{8-6x}{3x-2}\geq ax+b \\ ax+b \\ \frac{8-6x}{3x-2}\geq 18x^2-51x+28 \end{cases}$$

$18+28-51$

$30+16$

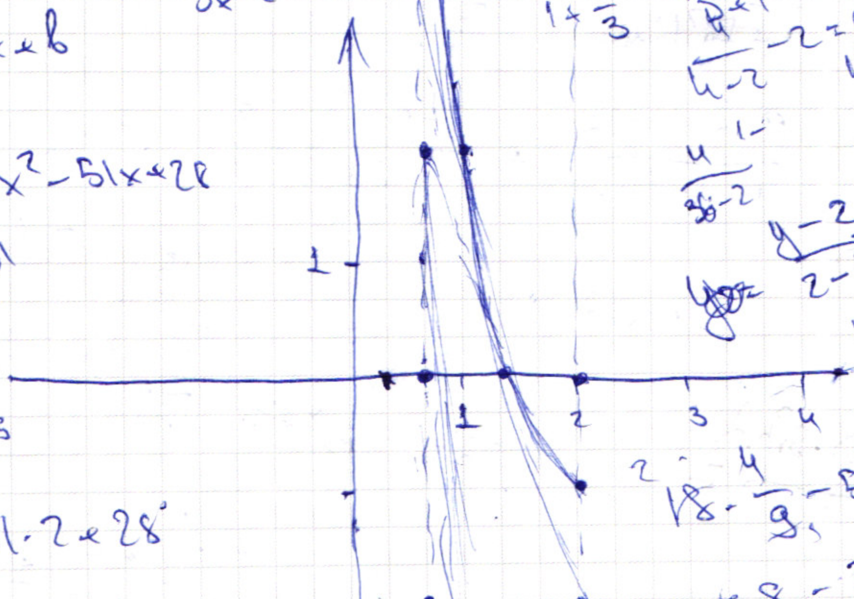
$=-5$

$46-51$

$46+5$

$18\cdot 4-51\cdot 2+28$

$2(36-51+14)$



$\frac{3}{4-2}-2=0$

$\frac{17}{\frac{81}{2\cdot 18}}$

$\frac{4}{3x-2}$

$\frac{y-2}{2-(-2)}=\frac{x-\frac{2}{3}}{2-\frac{2}{3}}$

$\frac{y-2}{4}=\frac{x-\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}$

$y-2=-3x+2$

$18\cdot\frac{4}{9}-51\cdot\frac{2}{3}+28$

$=8-34+28$

$=36-34$

$y=-3x+4$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)