

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}, \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC , повторно пересекает Ω в точке F . Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF , если известно, что $CD = \frac{15}{2}$, $BD = \frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leq x \leq 25$, $2 \leq y \leq 25$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x - 16}{4x - 5} \leq ax + b \leq -32x^2 + 36x - 3$$

выполнено для всех x на промежутке $[\frac{1}{4}; 1]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN . Известно, что $KL = 3$, $KM = 1$, $MN = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM . Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

$$10x + |x^2 - 10x| \log_3 4 \geq x^2 + 5 \log_3 (10x - x^2)$$

$$\begin{cases} 10x - x^2 + |10x - x^2| \log_3 4 \geq (10x - x^2) \log_3 5 \\ 10x - x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 10x - x^2 \\ t > 0 \end{cases}$$

$$t > 0$$

$$t + t \log_3 4 \geq t \log_3 5$$

$$\begin{cases} t = 10x - x^2 \\ t > 0 \end{cases}$$

$$t > 0$$

$$t \log_3 \frac{3}{5} + t \log_3 \frac{4}{5} \geq 1$$

$$\log_3 \frac{3}{5} < 0 \Rightarrow f(t) = t \log_3 \frac{3}{5} \searrow \text{на } (0; +\infty)$$

$$\log_3 \frac{4}{5} < 0 \Rightarrow f(t) = t \log_3 \frac{4}{5} \searrow \text{на } (0; +\infty)$$

$$g(t) = t \log_3 \frac{3}{5} + t \log_3 \frac{4}{5}$$

$$g(9) = 3^{2 \log_3 \frac{3}{5}} + 3^{2 \log_3 \frac{4}{5}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$g(9) = 1$$

$$g(t) \searrow \text{на } (0; +\infty) \Rightarrow g(t) \leq 1, \text{ при } 0 < t \leq 9$$

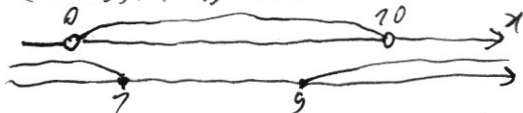
~~т~~

$$\begin{cases} 10x - x^2 > 0 \\ 10x - x^2 \leq 9 \end{cases}$$

$$10x - x^2 \leq 9$$

$$x(x - 10) < 0$$

$$(x - 9)(x - 1) \geq 0$$



$$\begin{cases} 0 < x \leq 7 \\ 9 \leq x < 10 \end{cases}$$

$$\text{Область: } (0; 7] \cup [9; 10)$$

№ 2

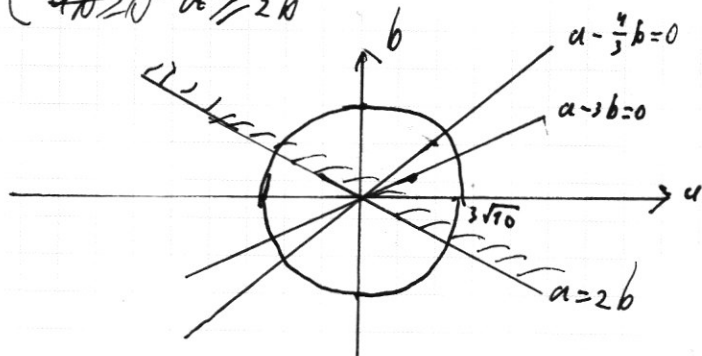
$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6} \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-6) - 6(2y-1) = \sqrt{(x-6)(2y-1)} \\ (x-6)^2 + (6y-3)^2 = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x-6 \\ b = 6y-3 \\ a-2b = \sqrt{\frac{ab}{3}} \\ a^2 + b^2 = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x-6 \\ b = 6y-3 \\ a^2 - 4ab + 4b^2 = \frac{1}{3}ab \\ a^2 + b^2 = 90 \\ ab \geq 0 \quad a \geq 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x-6 \\ b = 6y-3 \\ (a - \frac{4}{3}b)(a - 3b) = 0 \\ a^2 + b^2 = 90 \\ ab \geq 0 \quad a \geq 2b \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$11) \begin{cases} 3a = 4b \\ a^2 + b^2 = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{4}{3}b \\ \frac{25}{9}b^2 = 90 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} a = 43,2 \\ b = 32,4 \end{cases}$$~~

$$\begin{cases} a = \frac{12}{5}\sqrt{10} \\ b = \frac{9}{5}\sqrt{10} \\ \left\{ \begin{array}{l} -\frac{12}{5}\sqrt{10} \\ -\frac{9}{5}\sqrt{10} \end{array} \right. \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} a = 3b \\ a^2 + b^2 = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3b \\ b^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 9 \\ b = 3 \\ \left\{ \begin{array}{l} a = 9 \\ b = -3 \end{array} \right. \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} x = \frac{12}{5}\sqrt{10} + 6 \\ y = \frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{1}{2} \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} x = -\frac{12\sqrt{10}}{5} + 6 \\ y = -\frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{1}{2} \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 1 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases}$$~~

$$\begin{cases} x = \frac{12}{5}\sqrt{10} + 6 \\ y = \frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{1}{2} \\ x = 15 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: 1) $x = \frac{12\sqrt{10}}{5} + 6; y = \frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{1}{2}$; 2) $x = 15; y = 1$

№ 5

$$f(ab) = f(a) + f(b)$$

$$f\left(\frac{p}{q}\right) = \left[\frac{p}{q}\right], \text{ где } p - \text{числитель}$$

$$f(a \cdot 1) = f(a) + f(1)$$

$$f(1) = f(a \cdot 1) - f(a) = f(a) - f(a) = 0$$

$$f(a \cdot a^{-1}) = f(a) + f(a^{-1})$$

$$f(1) = f(a) + f(a^{-1}) = f(1) = 0$$

$$f(a^{-1}) = -f(a)$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x \cdot y^{-1}) = f(x) + f(y^{-1}) = f(x) - f(y)$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$$

$$f(x) < f(y)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найдите значение $f(n)$, где $n \in \mathbb{N}$, $2 \leq n \leq 25$

$$f(2) = \left[\frac{2}{4} \right] = 0$$

$$f(3) = \left[\frac{3}{4} \right] = 0$$

$$f(4) = f(2 \cdot 2) = f(2) + f(2) = 0$$

$$f(5) = \left[\frac{5}{4} \right] = 1$$

$$f(6) = f(3 \cdot 2) = f(3) + f(2) = 0$$

$$f(7) = \left[\frac{7}{4} \right] = 1$$

$$f(8) = 3f(2) = 0$$

$$f(9) = 2f(3) = 0$$

$$f(10) = f(5) + f(2) = 1$$

$$f(11) = \left[\frac{11}{4} \right] = 2$$

$$f(12) = f(3) + 2f(2) = 0$$

$$f(13) = \left[\frac{13}{4} \right] = 3$$

$$f(14) = f(2) + f(7) = 1$$

$$f(15) = f(3) + f(5) = 1$$

$$f(16) = 4f(2) = 0$$

$$f(17) = \left[\frac{17}{4} \right] = 4$$

$$f(18) = 2f(3) + f(2) = 0$$

$$f(19) = \left[\frac{19}{4} \right] = 4$$

$$f(20) = f(2) + f(10) + f(5) = 1$$

$$f(21) = f(2) + f(7) = 1$$

$$f(22) = f(2) + f(11) = 2$$

$$f(23) = \left[\frac{23}{4} \right] = 5$$

$$f(24) = f(13) + f(18) = 0$$

$$f(25) = 2f(15) = 2.$$

Комбинаторное количество каждого значения.

значение	0	1	2	3	4	5
кол-во	10	7	3	1	2	1

или

Комбинаторное число как 14, 21, удовлетворяющее условиям:

$$1(2+7+3+2+10) + 2(7+3+2+10) + 1(3+2+10) + 3(10+7) + 2 \cdot 10 = 23 + 42 + 20 + 57 + 20 = 206$$

Ответ: 206

или

$$\frac{20x - 26}{4x - 5} \leq ax + b \leq -32x^2 + 36x - 3$$

$$4 + \frac{4}{4x - 5} \leq ax + b \leq -32x^2 + 36x - 3$$

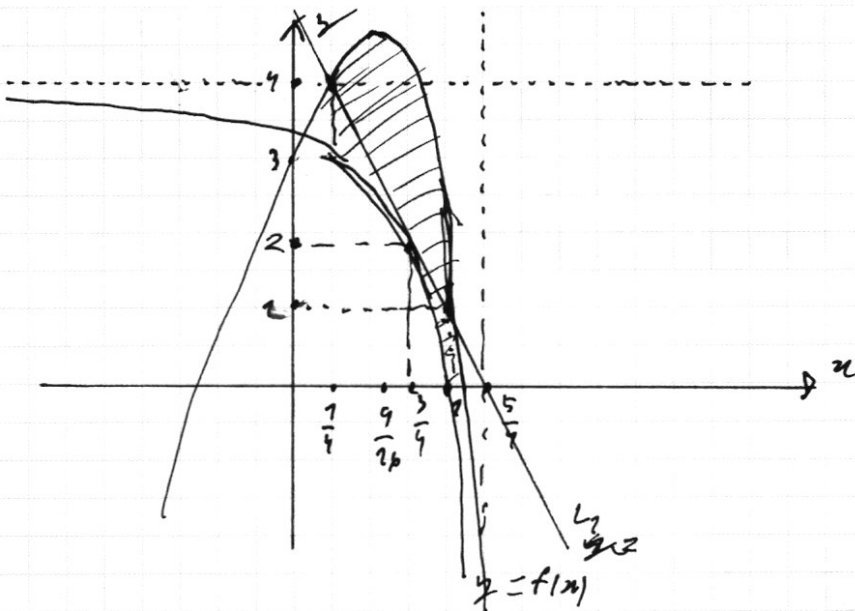
$$f(x) = 4 + \frac{4}{4x - 5}$$

$$g(x) = -32x^2 + 36x - 3 \quad x_0 = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$$

$$f(1) = 0 \quad f\left(\frac{7}{4}\right) = 3$$

$$g(1) = 1 \quad g\left(\frac{7}{4}\right) = 4.$$

~~$$\begin{cases} \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{2}{5} \\ \sin(2\alpha + \beta) + \sin\alpha = -\frac{2}{5} \\ \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{2}{5} \\ 2\sin(\alpha + \beta)\cos\alpha = -\frac{2}{5} \end{cases}$$~~



$$L_1: y = ax + b$$

$$\begin{cases} y(1) = 4 \\ y(\frac{3}{4}) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ \frac{a}{4} + b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ \frac{a}{4} + b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ \frac{a}{4} + b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 5 \\ a = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 5 \\ a = -4 \end{cases}$$

$$-4x + 5 = f(x)$$

$$-4x + 5 = 4 + \frac{8}{4x-5}$$

$$(4x-5)^2 + 4(4x-5) + 4 = 0$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$f(\frac{3}{4}) = 2$$

Итак

Поскольку уравнение $y = -4x + 5$ касается графика $y = f(x)$ и проходит через точки $(1, 4)$, $(\frac{3}{4}, 2)$, то она является касательной к графику $y = f(x)$ в точке $(\frac{3}{4}, 2)$.

$$\text{Ответ: } a = -4; b = 5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

§

№ 7

$$\begin{cases} \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{5} - \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ 2\sin(2\alpha + 2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha + \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(2\alpha - \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

~~2α~~

$$2\alpha = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2\alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2\alpha = \pi + \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}} - \arccos \frac{1}{\sqrt{5}} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{tg} \left(\frac{\arccos \frac{1}{\sqrt{5}} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}} + \pi n}{2} \right) = \operatorname{tg} \left(\frac{\arccos \frac{1}{\sqrt{5}} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}}}{2} \right) =$$

$$* \quad \alpha = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 2$$

$$\gamma = \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} =$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}} = \frac{2}{\sqrt{5}+1}$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi + 1} = \frac{1}{2 + \sqrt{5}}$$

~~$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1 - 2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}$$~~

~~$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}$$~~

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}+1} - \frac{1}{2+\sqrt{5}}}{1 + \frac{2}{2+\sqrt{5}}}$$
$$= \frac{(2+\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{(9+3\sqrt{5})(2+\sqrt{5})} = \frac{1}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4} + \sqrt{2} k \right) = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{2} + 2\sqrt{2} m \right) = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2} \right) \right) = \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2} \right) =$$
$$= \frac{1}{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2} \right)} = 3$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3}; -\frac{\sqrt{2}}{2}; 3$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

--

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

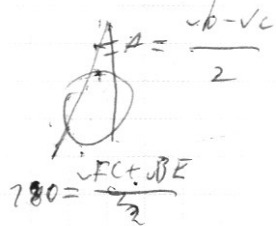
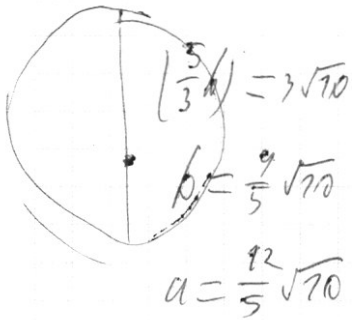
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{(2 \cdot 2 \cdot 7)^2 + (2 \cdot 3)^2}{5^2} = \frac{2^2 \cdot 2^2 (7^2 + 3^2)}{5^2} = 2^2 \cdot 2^2 = 2^4 = 16$$

$$65 + 37 = 102$$

$$CF + BE = 1800$$

$$EA + DF = 1800$$

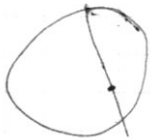


$$f(1|2) = f(1) + f(2) = f(1) - f(2)$$

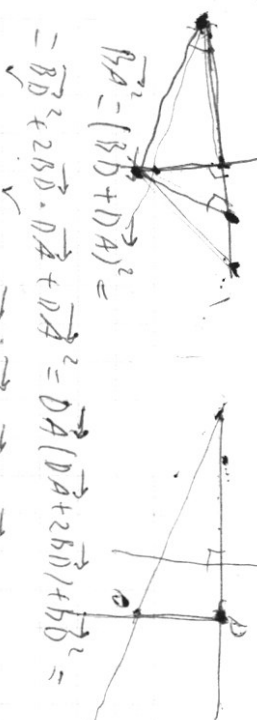
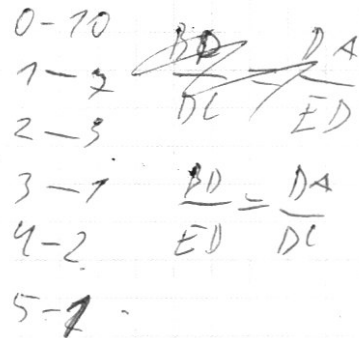
$$f(2|1) + f(1) = f(2) = f(1) = 0$$

$$f(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) \rightarrow (0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$$

$$a^2 + b^2 = 10 \left(\frac{89 + 149}{45} \right) = 10 \left(\frac{225}{45} \right) = 50$$



$$225 = 5^2 \cdot 9$$



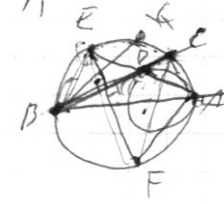
- 2 0.
- 3 0.
- 4 0.
- 5 1.
- 6 0.
- 7 1.
- 8 0.
- 9 0.
- 10 1.
- 11 2.
- 12 0.
- 13 3.
- 14 1.
- 15 1.
- 16 0.
- 17 4.
- 18 0.
- 19 4.
- 20 1.
- 21 4.
- 22 2.
- 23 5.
- 24 0.
- 25 2.

$$\vec{HO} = \vec{HB} + \vec{BD} + \vec{DO}$$

$$= \vec{BD} + \vec{BD} + \vec{BD}$$

$$a^2 + \frac{9}{16} a^2 = 90$$

$$3 = \sqrt{3 + 6}$$



R, V, < AE - ?

$$CD = \frac{17}{2} \quad BD = \frac{17}{2}$$

$$f(a|b) = f(a) + f(b)$$

$$f(1) = \left[\frac{1}{4} \right]$$

$$f(2) = \left[\frac{9}{2} \right] = 0$$

$$f(3) = \left[\frac{3}{4} \right] = 0$$

$$f(5) = 1$$

$$f(7) = 1$$

$$f(9) = 2$$



$$\left[\frac{229}{7} \right] = 5$$

$$2 \cdot 77$$

$$29 = 1 - 77$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

sin

$$\begin{cases} x^2 - 12x + 36 + 36(y^2 - y + 0,25) = 90 \end{cases}$$

$$(x-6)^2 + (6y-3)^2 = 90$$

$$x^2 - 24xy + 144y^2 = 24x - 72y - x + 6$$

$$x^2 + 144y^2 - 24xy + 12y + x - 6 = 0$$

$$-24xy + 12y + 24xy + x =$$

=

$$20x + |x^2 - 10x| \log_{3,7} \geq x^2 + 170x - x^2 \log_{3,7}$$

$$(170x - x^2) \log_{3,7} \geq x^2 - 10x + (170x - x^2) \log_{3,7}$$

$$t + t \log_{3,7} \geq t \log_{3,7}$$

$$1 + t \log_{3,7} - 1 \geq t \log_{3,7} - 1$$

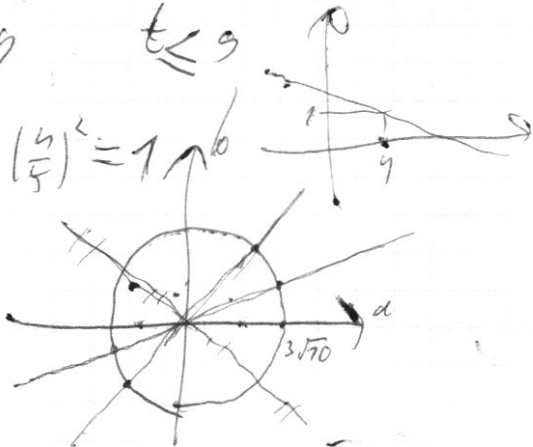
$$t \log_{3,7} + t \log_{3,7} - \log_{3,7} \geq 1$$

$$t \log_{3,7} + t \log_{3,7} \geq 2$$

$$t = 9$$

$$t \leq 9$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$



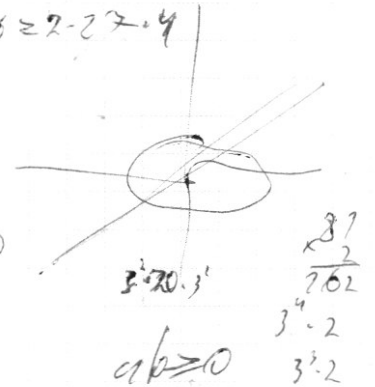
$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{cases}$$

$$(x-6)(6y-3) = 6 = 2y-1$$

$$= 6xy - 36y - 3x + 18 = 3(2xy - 12y - x + 6)$$

$$x - 6 - (12y - 6)$$

$$10x - x^2 > 0$$



$$10x - x^2 \leq 9$$

$$\begin{cases} a^2 - 12ab + 36b^2 = ab \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{cases}$$

$$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0$$

$$(a-4b)(a-9b) = 0$$

$$\log_{3,7} 9 = 0$$

$$\log_{3,7} \frac{1}{2} < 0$$

$$\frac{810}{5^2} = \frac{162}{5} = 32,4$$

$$\log_{3,7} \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_{3,7} t} + \left(\frac{3}{5}\right)^{\log_{3,7} t}$$

$$\sqrt{40} = 3\sqrt{10}$$

$$a = 3 \quad b = 1$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

$$\vec{BA}^2 = 2\vec{BA} \cdot \vec{BH} = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + \vec{BA} \cdot \vec{AD} = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + \vec{BA} \cdot \vec{AD} + \vec{BA} \cdot \vec{AD} = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD}$$

$$\vec{BA}^2 = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD} = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD}$$

$$\vec{BA}^2 = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD} = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD}$$

$$\vec{BA}^2 = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD} = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD}$$

$$\vec{BA}^2 = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD} = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD}$$

$$\vec{BA}^2 = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD} = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD}$$

$$\vec{BA}^2 = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD} = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD}$$

$$\vec{BA}^2 = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD} = \vec{BA} \cdot \vec{BA} + 2\vec{BA} \cdot \vec{AD}$$

$$\vec{BA} = \vec{HA} = \vec{HO} + \vec{OA}$$

$$\vec{BA} = 2\vec{BH}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(1) $\vec{CD} \cdot \vec{DB} = \vec{ED} \cdot \vec{DA}$

$\sin(\alpha + \beta) = \dots$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}$

$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2\sin \alpha \cos \beta$

$\frac{2}{\sqrt{5}} = 2 \sin 2 \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right) \cos 2\beta$

$\arcsin \frac{2}{\sqrt{5}} = \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}} + \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}}$

$-\frac{2}{\sqrt{5}} \cos 2\beta = -\frac{2}{5} \frac{1 + \sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$

$\cos 2\beta = \frac{1 + \sqrt{5}}{5\sqrt{5}}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$

$\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$

$$\frac{16x-16}{4x-5} \leq ax+b$$

$$-32x^2 + 464x - 3 =$$

$$\frac{16x-20+4}{4x-5} \leq ax+b$$

$$4 + \frac{4}{4x-5} \leq ax+b$$

$$(4-b)x + \frac{4}{4x-5} \leq \frac{4}{4}a(4x-5) + \frac{5}{4}a + b$$

$$(4-b)x + \frac{4}{4x-5} \leq \frac{4}{4}(4x-5) + \frac{5}{4}a + b$$

$$\text{eg } \frac{4}{x} = \frac{2 \cos \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2}}{2 \cos \frac{\pi}{2}} = \frac{\sin \pi}{\cos \pi + 1}$$

$$4x \in [1, 4]$$

$$4x-5 \in [-1, -1]$$

$$\frac{4}{x} + (ax+b) \leq 0$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$4x-5 \in [-4, -1]$$

$$4 + ax + bx \leq 0$$

$$\frac{a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{4}{a})}{x} \leq 0$$

$$\frac{a(x-x_1)(x-x_2)}{x} \leq 0$$



$$x_1, x_2 \geq -4$$

$$a > 0 \mid a < 0$$

$$1) x_1 \geq -4$$

$$x_2 \leq -4$$

$$f(1) = 1$$

$$f(\frac{1}{4}) = 4$$

$$x_1, x_2 \leq -4$$

$$2) x_1 = x_2$$

$$3) x_2$$

$$f(0) = 5$$

$$4x-5 = -3$$

$$4x = 4$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$-32x^2 + 368x - 3$$

$$x_0 = \frac{36}{64} = \frac{9}{8}$$

$$-a^2 = 4a + 4$$

$$a^2 + 4a + 4 = 0$$

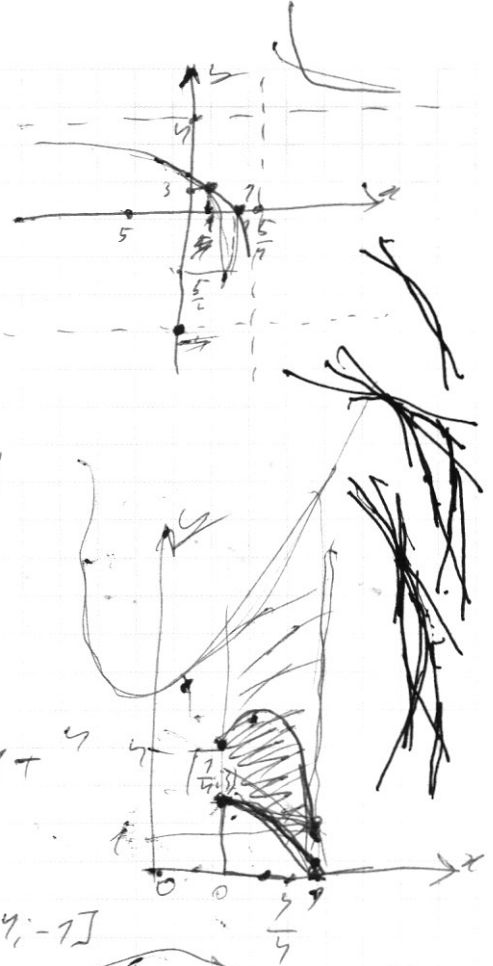
$$a^2 + 4a$$

$$(a+2)^2 = 0$$

$$a = -2$$

$$f(x) = 5 - 4x = 4$$

$$-a = 4 + \frac{4}{a}$$



1) $f(5/4) = 4 + 3/5$

$$f(1) = -32 + 36 - 3 = 36 - 3 = 33$$

$$f(\frac{1}{4}) = 2 + 9 - 3 = 4$$

