МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ________________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Разложим второе уравнение:

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\Downarrow$

$2 \cdot \sin(2\alpha + 2\beta) \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$-\frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$\cos^2 \beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Тогда $\sin\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$ из основного тригонометрического тождества.

Рассмотрим $\sin^2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$, тогда рассмотрим первое уравнение.

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

$\sin 2\alpha \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + \cos^2 \alpha \frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

$4 \sin\alpha \cos\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = -1$.

$4\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha = 0$.

При $\cos\alpha = 0$. $tg\,\alpha$ не определён, значит $\cos\alpha \neq 0$.

$2\sin\alpha = -\cos\alpha$.

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{1}{2} \Rightarrow tg\,\alpha = -\frac{1}{2}$.

При $\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ получим:

~~4 sin α cos α~~ $\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

$2\sin\alpha\cos\alpha \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} - (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

$4\sin\alpha\cos\alpha + 2\sin^2\alpha = 0$.

Значит либо $\sin\alpha = 0$, тогда $tg\,\alpha = 0$, либо

$2\cos\alpha + \sin\alpha = 0$, тогда.

$tg\,\alpha = -2$.

Ответ: $tg\,\alpha = -\frac{1}{2}$; $tg\,\alpha = 0$; $tg\,\alpha = -2$.

№3

Обозначим x^2+18x за t. $t>0$, т.к в неравенстве есть выражение $\log_{12}(x^2+18x)$. ОДЗ.

$x^2+18x>0$.

$x \in (-\infty; -18) \cup (0; +\infty)$

Получим:

$5^{\log_{12} t} + t \geq t^{\log_{12} 13}$.

$t \geq t^{\log_{12} 13} - t^{\log_{12} 5}$

$1 \geq t^{\log_{12}\frac{13}{12}} - t^{\log_{12}\frac{5}{12}}$.

Представим $t = 12^k$, тогда.

$1 \geq 12^{\log_{12}\left(\frac{13}{12}\right)^k} - 12^{\log_{12}\left(\frac{5}{12}\right)^k}$

$1 \geq \left(\frac{13}{12}\right)^k - \left(\frac{5}{12}\right)^k$

Заметим, что правая часть возрастает при увеличении k, т.к.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Также заметим, что ~~k~~ при $k = 2$ правая часть — равна 1, значит при $k < 2$ правая часть будет меньше 1, а при $k > 2$ правая часть будет больше 1.

Тогда неравенство верно при $t \le 144$.

Решим уравнение

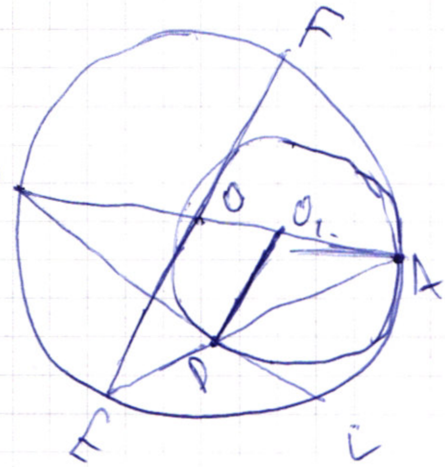
$x^2+18x-144 \le 0$.

Получим, что $x \in [-24; 6]$.

С учётом ОДЗ.

$x \in [-24; -18) \cup (0; 6]$.

№4



Заметим, что центры обеих окружностей лежат на AB. Прямая перпендикулярная BC и проходящая через D будет проходить и через центр ω, т.к. BC — касательная ω в точке D.

Тогда $\triangle DO_1A$ равнобедренный и $\angle O_1DA = \angle O_1AD$, где O_1 — центр ω.

$EF \perp BC$ и $DO_1 \perp BC$, значит $EF \parallel O_1D$, тогда $\angle FEA = \angle O_1DA = \angle OAE$.

Тогда сер. пер. к AE проходит через цент Ω, но он проходит и через O, лежащую на диаметре, значит

O – центр Ω. и EF – диаметр.
Рассмотрим $\triangle BDO_1$ и $\triangle BCA$. они подобны по двум углам. Тогда $\frac{BO_1}{BD} = \frac{AB}{BC}$

$\frac{2R-r}{17} = \frac{2R}{25} \Rightarrow r = \frac{16}{25}R$, где r – радиус ω, а

R – радиус Ω.
Заметим, что $\angle BOE = \angle BAC$, значит $\angle BAE = \frac{1}{2}\angle BAC$, т.к. BOE – центральный угол.
Значит AE – биссектриса $\angle BAC$. и $\frac{BA}{AC} = \frac{BD}{DC}$

$\frac{BA}{AC} = \frac{17}{8}$, значит $\cos\angle ABC = \frac{8}{17}$, тогда $\sin\angle ABC = \frac{15}{17}$. Найдём AB. $\frac{BC}{AB} = \cos\angle ABC$

$\frac{25}{AB} = \frac{8}{17} \Rightarrow AB = \frac{25\cdot 17}{8}$

$R = \frac{425}{16}$. Тогда $r = 17$

Заметим, что $\frac{AD}{AE} = \frac{AO_1}{AO}$ из подобия AO_1D и AOE

$\frac{AD}{AE} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{16}{9}$.

Рассмотрим степень точки D относительно Ω
Тогда. $BD\cdot DC = AD\cdot DE$

$8\cdot 17 = AD\cdot DE$

$DE^2 = \frac{9}{16}\cdot 8\cdot 17 = \frac{153}{2} \Rightarrow DE = 3\sqrt{\frac{17}{2}}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

тогда $AF = \frac{16}{3}\sqrt{\frac{17}{2}}$ и $AE = \frac{25}{3}\sqrt{\frac{17}{2}}$.

Тогда $\sin\angle AFE = \dfrac{\frac{25}{3}\cdot\sqrt{\frac{17}{2}}}{\frac{425}{16}} = \frac{8}{3\sqrt{34}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{17}} = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{2}{17}}$.

$S_{AFE} = R^2 \cdot \sin\angle FOA$, но $\sin\angle FOA = \cos\angle ABC$

Тогда $S_{AFE} = \left(\frac{425}{16}\right)^2 \cdot \frac{8}{17} = \frac{625\cdot 17}{32}$.

Ответ: $S_{AFE} = \frac{625\cdot17}{32}$; $\angle AFE = \arcsin\sqrt{\frac{32}{153}}$; $R = \frac{425}{6}$; $r = 17$.

№5

Выпишем значения $f(x)$ для первых 24 натуральных чисел.

$f(1)=0$	$f(10)=\cancel{1}$	$f(19)=4$
$f(2)=0$	$f(11)=2$	$f(20)=1$
$f(3)=0$	$f(12)=0$	$f(21)=1$
$f(4)=0$.	$f(13)=3$	$f(22)=2$
$f(5)=1$.	$f(14)=1$	$f(23)=5$
$f(6)=0$	$f(15)=1$	$f(24)=0$.
$f(7)=1$	$f(16)=0$	
$f(8)=0$	$f(17)=4$	
$f(9)=0$	$f(18)=0$	

Эти значения получены как результат перемножения простых множителей составного числа. Тогда для числа $f(\frac{1}{x})$ результат будет $-f(x)$, т.к. $f(1)=0$, а $f(1)=f(x)+f(\frac{1}{x})$.

Тогда для $y=23$ будет 23 различных x, для $y=19$ и $y=17$ будет 21 различных x, для $y=13$ будет 20 различных x, для $y=11$ и $y=22$ будет 18 различных x, для $y=5, 7, 10, 15, 20$ и 21 будет 12 различных x.
все x подбираются так, чтобы $f(x)$ было меньше, чем $f(y)$
Тогда ответом будет 193 пары.
Ответ: 193 пары.

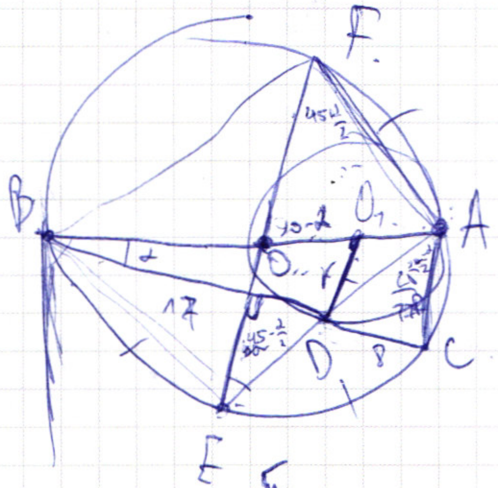
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\frac{BD}{BO_1} = \frac{BC}{AB}$

$\frac{17}{2R-r} = \frac{25}{2R} \Rightarrow r = \frac{16}{25}R$ $\frac{15}{17}\cdot\left(\frac{375}{34}\right)^2$

$\frac{r}{17} = \frac{AC}{25}$ $AC =$

$\cos\alpha = \frac{15}{17}$

$\frac{90-\alpha}{2}$

$\frac{r}{2R-r} = \frac{\frac{25}{17}r}{2R}$

$\sin\alpha = \frac{8}{17}$

$\cos 2\alpha = \frac{15}{17}$

$90 - 2\alpha$

$\frac{r}{\frac{25}{8}r - r} = \frac{\frac{25}{17}r}{}$

$\sin\alpha = \frac{8}{17}$

$\frac{BC}{AB} = \frac{15}{17}$ $\frac{25}{AB} = \frac{15}{17}$

$\sin 90\cdot\cos 2\alpha - \cos 90\cdot\sin 2\alpha$

$3AB = 85$

$23 + 42 + 20 + 36 + 72 = 108 + 85 = 193$

$AB = \frac{85}{3}$

$\frac{2R}{25} = \frac{15}{17}$ $R = \frac{375}{34}$ $r = \frac{8\cdot 15}{17}R = \frac{85}{6}$

$\frac{8\cdot 17}{3\cdot 25} = \frac{136}{75}$

$\sin\angle AFE =$

$S = \left(\frac{85}{6}\right)^2\cdot\frac{15}{17} = \frac{25\cdot 17\cdot 5}{2}$

$\frac{90-2}{2}$

$5\sqrt{2}$

$\frac{AD}{DE} = \frac{16}{9}$

$\sin\angle AFE = \frac{25}{2}\cdot\sqrt{\frac{17}{2}}$

$\frac{25}{3}\cdot\sqrt{\frac{17}{2}}$ $DE = 3\sqrt{\frac{17}{2}}$

$\frac{85}{6}\,AD\cdot DE = 17\cdot 8$ $\frac{16}{9}DE^2 = 17\cdot 8$ $AD = \frac{16}{3}\sqrt{\frac{17}{2}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$f(1)-f(1)+f(1)$.

$\frac{ax+b}{} - \frac{12x+11}{4x+3}$

$f(1)=0$.

$f(2)=0$

$f(3)=0$.

$f(5)=1$.

$f(7)=1$.

$f(4)=0$.

$f(1)=0$. $f(\frac{1}{1})=0$

$f(2)=0$. $f(\frac{1}{2})=0$

$f(3)=0$. $f(\frac{1}{3})=0$.

$f(4)=0$, $f(\frac{1}{5})=-1$.

$f(5)=1$, $f(\frac{1}{7})=-1$.

$f(6)=0$ $f(\frac{1}{10})=-1$

$f(7)=1$. $f(\frac{1}{11})=-2$.

$f(8)=0$

$f(9)=0$

$f(10)=1$

$f(11)=2$.

$f(12)=0$

$f(13)=3$

$f(14)=1$.

$f(15)=1$.

$f(16)=0$.

$f(17)=4$

$f(18)=0$.

$f(19)=4$

$f(20)=1$.

$f(21)=1$

$f(22)=2$

$f(23)=5$.

$f(24)=0$.

$\frac{4ax^2+x(4b+3a)+3b-}{-12x+11} \geq 0$.
$\frac{}{4x+3}$

$-\frac{9}{2}+\frac{45}{2}-17$

1.

5 → 1

$4ax^2+x(4b+3a-12)$

$+3b-11\geq 0$.

$D=$ 356 | 2, 178 | 2, 89 $\times$ 32, 17, 224

$\frac{1}{4}D=900-32\cdot 17=$

$=(2\sqrt{89})^2$.

13

$\frac{12x+11}{4x+3}$

$4ax^2+3ax-4bx$

$-16x-30$

$16b^2+24ab+9a^2-96b-72a+144-$

$-48ab+176a$.

$16b^2-24ab+9a^2-96b+104a+144$

$3+\frac{2}{4x+3}$

$3+[\frac{1}{4};+\infty)$.

$-\frac{121}{2}+\frac{165}{2}-17$

$\frac{10}{2}$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^2-4x+4+9y^2-18y-4=12$

$(x-2)^2=16+18y-9y^2$

$x=\sqrt{-9y^2+18y+16}+2.$ $\quad\sqrt{-9y^2+18y+16}=t.$

$\sqrt{-9y^2+18y+16}+2-2y=\sqrt{(x-2)(y-1)}$

$2(y-1)-\sqrt{(y-1)t}+t=0$

$2\sqrt{(y-1)}^2-\sqrt{(y-1)t}$

$\cancel{x=t-2}\quad \cancel{t=x+2}\quad x=t+2$

t $\quad t+2-2y=\sqrt{(t+\cancel{2y})-t+2}$

$t+2(1-y)=\sqrt{t(y-1)}$

$t-\sqrt{t(y-1)}+2(1-y)=0.$

$z=\sqrt{t}$

$z^2-z\sqrt{y-1}+2(1-y)=0.$

$D=|y-1|-8(1-y)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x^2+18x=t$.

$x\in(-\infty;-18)\cup(0;+\infty)$

$\cancel{5\log}$ $5^{\log_{12}t}+t\geq|t|^{\log_{12}13}$

$\sqrt{13^2-12^2}^{\log_{12}t}$

t

$2\cdot2^{\log_5 2}$.

$\cancel{5^{\log_{12}t}}$ $t^{\log_{12}5}+t\geq t^{\log_{12}13}$.

$\cancel{t\geq t^{\log_{12}13-\log_{12}5}}$

$t^{\log_{12}5}+t^{\log_{12}12}\geq t^{\log_{12}13}$.

$t^{\log_{12}}$.

$5^{\log_{12}t}+t\geq t^{\log_{12}13}$

$t^{\log_{12}5}+t\geq t^{\log_{12}13}$

$t^{\log_{12}5}\geq t(t^{\log_{12}\frac{13}{12}}+1)$

$1\geq t^{\log_{12}\frac{13}{12}}-t^{\log_{12}\frac{5}{12}}$

$x\in[-24;-18)\cup(0;6]$

$x=6$

$x=-24$

$1\geq$

$x^2+18x-144<0$.

$D=18^2+24^2$ 30^2.

$6^2\cdot3^2+6^2\cdot4^2=6^2\cdot5^2$.

$t=12^k$ $12^{k\cdot\log\frac{13}{12}}-$

$x=\frac{-18\pm\sqrt{30}}{2}$.

$1\geq12^{k\log\frac{13}{12}}-12^{k\log_{12}\frac{5}{12}}$

$1\geq\left(\frac{13}{12}\right)^k-\left(\frac{5}{12}\right)^k$

$\Downarrow$

$k<2$

$t<144$

$x^2+18x<144$

$x^2+18x>0$.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2\cdot \sin\frac{2\alpha+2\beta}{} \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{5}$.

$\cos 2\beta = \boxed{\frac{2}{\sqrt5}}$ $\quad \sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt5}$.

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$.

$\sin 2\alpha \cdot \frac{2}{\sqrt5} \pm \frac{1}{\sqrt5}\cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$.

$\sin 2\alpha \cdot 2 \pm \cos 2\alpha = 1$.

$4\sin\alpha\cos\alpha \pm \cos^2\alpha \mp \sin^2\alpha = 1$.

I $\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt5}$.

$\sin 2\alpha \cdot \frac{2}{\sqrt5} + \frac{1}{\sqrt5}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\sin 2\beta$

$\sin(2\alpha+2\beta) + \sin 2\beta = 0$.

$2\cdot \sin\frac{\alpha+2\beta}{}\cdot\cos\alpha = 0$. $\quad tg\alpha = -\frac{1}{2}$.

$\frac{\pi}{2}+\pi n$. $\quad 4\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha = 0$.

$\sin 2\beta = \frac{1}{5}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$.

$\sin 2\alpha \cdot \frac{2}{\sqrt5} + \frac{1}{\sqrt5}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$.

$4\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = -1$.

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha =$

$= 2\cdot\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{5}$.

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt5}$.

$\sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5}$.

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha \cdot \frac{2}{\sqrt5} - \cos 2\alpha\frac{1}{\sqrt5} = -\frac{1}{\sqrt5}$.

$2\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1$.

$\cos 2\alpha - 2\sin 2\alpha = 1$.

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha - 4\sin\alpha\cos\alpha = 1$.

$-2\sin^2\alpha - 4\sin\alpha\cos\alpha = 0$.

$\sin^2\alpha = -2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$.

$\sin\alpha = 0$. $\quad \sin\alpha = -2\cos\alpha$

$tg\alpha = 0$ $\quad tg\alpha = -2$.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

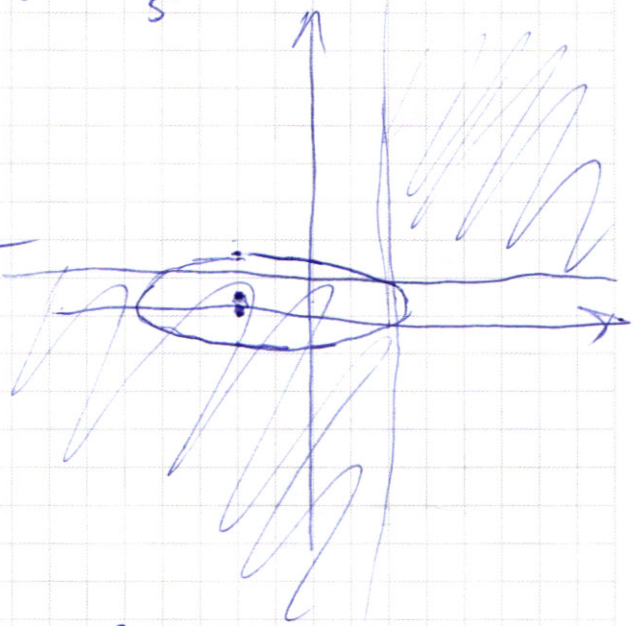
$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\qquad 3y^2 - 16y - 4 = 0.$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\beta) + \sin 2\beta\cdot\cos(2\alpha+2\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$-\frac{\cos 2\beta}{\sqrt5} + \frac{\sin 2\beta}{\pm 2\sqrt5} + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$x-2y = \sqrt{xy-x-2y+2}$

$x-2y = \sqrt{(x-2)(y-1)}$



$x^2-4xy+4y^2 = xy-x-2y+2$

$x^2-3xy+4y^2+x+2y-2=0$

$(x-y-1)(x-4y+2) =$

$= x^2$

$8x^2 + 30x + 17$

$(4x+17)($

$(x-ky\quad)(x-\frac{4}{k}y\quad)$

$k_1 = 2$

$k_2 =$

$k+\frac{4}{k}=3$

$(x^2-4x+4)+(3y-1)^2=17$

$k^2-3k+4=0.$

$3+\frac{2}{4x+3} \le ax+by \le$

$(x-2)^2 = -9y^2+18y-16$

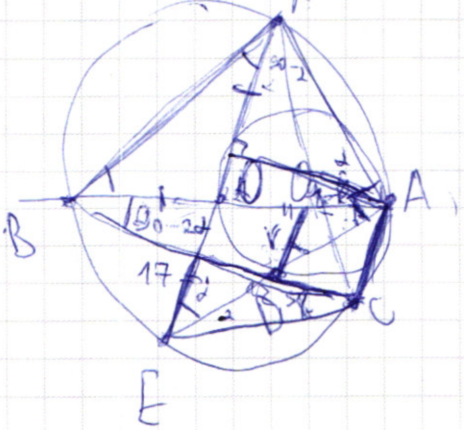
$x = 2+\sqrt{-9y^2+18y-16}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

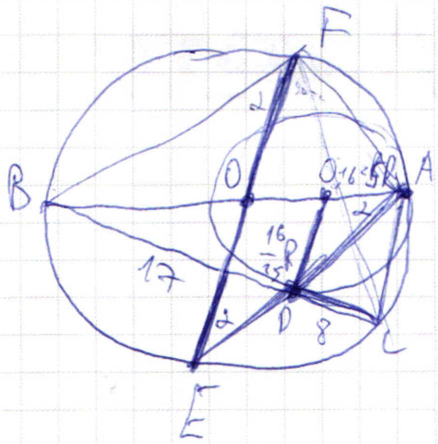
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$BK \cdot BA = 17^2$.

$\alpha = \arcsin \frac{r}{2R-r}$



$\frac{BD}{BO_1} = \frac{BC}{AB}$

$\frac{BD}{BO_1} = \frac{BC}{AB}$

$\frac{17}{2R-r} = \frac{25}{2R}$

$34R = 50R - 25r$

$25r = 16R$

$\frac{R}{r} = \frac{25}{16}$

$AD \cdot DE = 17 \cdot 8$.

$\frac{AD}{DE} = \frac{16}{9}$

$AD = \frac{16}{9} DE$

$\frac{16}{9} DE^2 = 17 \cdot 8$.

$DE^2 = \frac{9 \cdot 17}{2}$.

$DE = 3\sqrt{\frac{17}{2}}$.

$AD = \frac{16}{3}\sqrt{\frac{17}{2}}$

$\frac{17}{2R-r} = \frac{25}{2R}$

$\frac{17}{25} = \frac{2R-r}{2R}$

$r = \frac{16}{25}R$

$\frac{R}{\frac{25}{3}\sqrt{\frac{17}{2}}} = \cos\alpha$.

$\sin\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6} =$

$= 2 \cdot \cos\frac{\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}}{2} \cdot \sin\frac{\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}}{2}$.

$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2}$.

$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$.

$\sin(2\alpha + 2\beta) \cdot \cos 2\beta + \cos(2\alpha + 2\beta) \cdot \sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$.

$-\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot (\cos^2\beta - \sin^2\beta) + \left(\pm\frac{2}{\sqrt{5}}\right)(2\sin\beta\cos\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\frac{-\cos^2\beta + \sin^2\beta \pm 2\sin\beta\cos\beta}{\sqrt{5}} + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$.

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)