МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх. -2; -0,5; 0

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$tg\alpha - ?$

Решение

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\beta) = -\frac{4}{5}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\cdot\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\frac{4}{5}} = \pm\sqrt{\frac{1}{5}}$

Пусть $\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{2}{\sqrt{5}}\sin 2\alpha + \frac{1}{\sqrt{5}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} \quad |\cdot\sqrt{5}$

$2\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$

$\sin 2\alpha = -\frac{1}{2}(2\cdot\cos^2\alpha)$

$2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \cos\alpha = 0 \quad (\text{При } \cos\alpha = 0,\ tg\alpha - \text{не опр.}) \\ \sin\alpha = -\frac{1}{2}\cos\alpha \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \varnothing \\ tg\alpha = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

$tg\alpha = -\frac{1}{2}$

Пусть $\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

~~sin2α cos2~~ $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{2}{\sqrt{5}}\sin 2\alpha - \frac{1}{\sqrt{5}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} \quad |\cdot\sqrt{5}$

№1 - прод.

$2\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1$

$\sin 2\alpha = -\frac{1}{2}(2\sin^2\alpha)$

$2\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sin\alpha = 0\\ 2\cos\alpha = -\sin\alpha\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}tg\alpha = 0\\ tg\alpha = -2\end{array}\right.$

Ответ. $tg\alpha = \{-2; -0,5; 0\}$

№2

$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2} \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12 \end{cases}$

Для того, чтобы система сущ. и имела реш. нужно, чтобы $\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ xy - x - 2y + 2 \geq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y \leq \frac{x}{2} \\ (y-1)(x-2) \geq 0 \end{cases}$

Решим уравнение $x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2}$

Т.к. $x - 2y \geq 0$, $xy - x - 2y + 2 \geq 0$, то можно возв. в квадрат.

$x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2}$

$x^2 - 4xy + 4y^2 = xy - x - 2y + 2$

$4y^2 + y(2 - 5x) + x^2 + x - 2 = 0$

$D = 25x^2 - 20x + 4 - 16x^2 - 16x + 32 = 9(x-2)^2$

$y_1 = \frac{5x - 2 + 3(x-2)}{8} = x - 1$

$y_2 = \frac{5x - 2 - 3(x-2)}{8} = \frac{x+2}{4}$

Преобразуем уравнение $x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12$:

$(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25 \iff x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

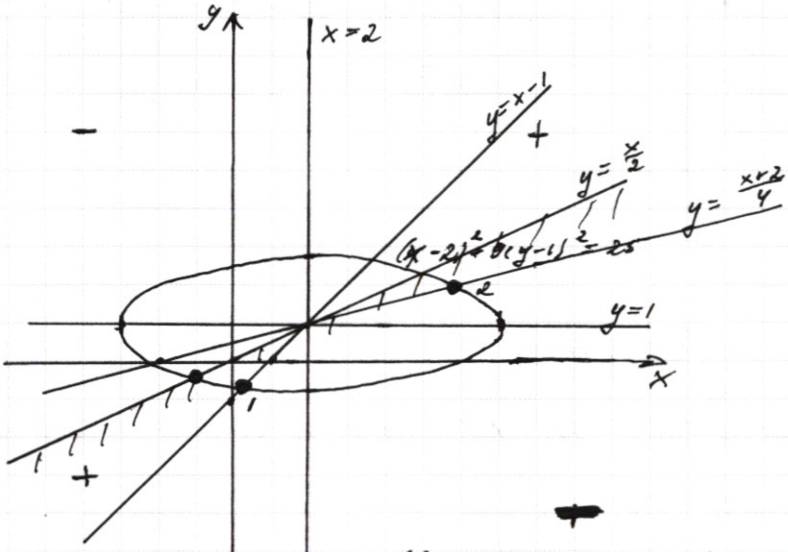
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 - прод.

Построим график уравн., входящих в систему, а также восст. ограничения.



Из графика видно, что система имеет два корня: Пусть $y = x-1$, тогда

$(x-2)^2 + 9(x-2)^2 = 25$

$\cancel{10x^2 - 22x - 12 = 0}$

$\cancel{5x^2 - 11x - 6 = 0}$

$(x-2)^2 = 2{,}5$

$\left[\begin{array}{l} x = 2+\sqrt{2{,}5} \\ x = 2-\sqrt{2{,}5} \end{array}\right.$

Из графика видно, что $x = 2+\sqrt{2{,}5}$ - не подх.

Пусть $y = \frac{x+2}{4}$, тогда

$(x-2)^2 + 9\left(\frac{x+2}{4} - 1\right)^2 = 25$

$\frac{25}{16}(x-2)^2 = 25$

$\left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Из графика видно, что $x = -2$ не подх.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

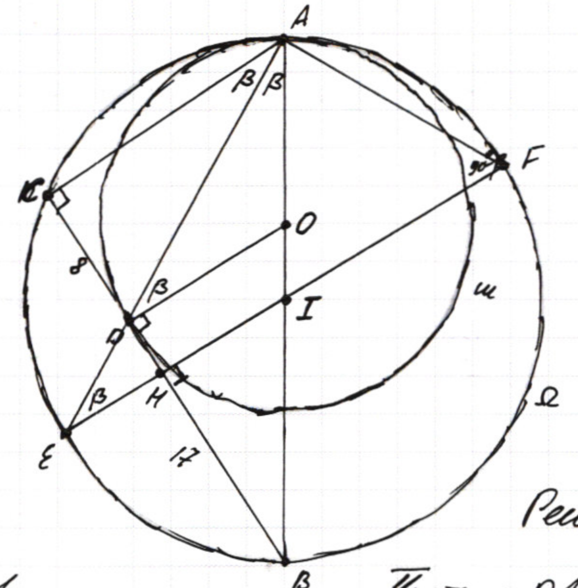
№2 - прод.

При $x=6$; $y=\frac{6+2}{4}=2$

При $x=2-\sqrt{2,5}$; $y=2-\sqrt{2,5}-1=1-\sqrt{2,5}$

Ответ. $x=6$; $y=2$; $x=2-\sqrt{2,5}$; $y=1-\sqrt{2,5}$

№4



Дано: $CD=8$; $BD=17$

Пусть R - рад. Ω; r - рад. ω

Найти: R-?, r-?

$\angle AFE$-?; S_{AEF}-?

Решение

1. Пусть $\angle DAO=\beta$; BD - кас. к ω => $\angle CDO=90°$

$\angle ADO=\angle OAD=\beta$ (т.к. $AO=OD=r$)

$\angle CDA=90°-\beta$

AB - диаметр => $\angle ACD=90°$ => $\angle CAD=90°-90°+\beta=\beta$ =>

AE - бисс. для угла $\angle CAB$. => $\breve{CE}=\breve{EB}$

$IB=IC=R$; По условию $EF\perp CB$

Если провести ~~перп.~~ опуст. из I к CB, то точка пересеч. uCB и CH будет лежать на сер. CB. т.к. $\Delta CIH=\Delta BIH$, но из-за того что $\breve{CE}=\breve{EB}$, ~~I~~ $E\in IH$ или же $I\in EF$.

2. Т.к. $D\in AE$; AE-бисс., то AD - бисс. для $\angle CAB$

По св-ву бисс.: $\frac{AC}{AB}=\frac{8}{17}$; Пусть $AC=8x$ => $AB=17x$.

По теор. Пиф.: $AC^2+CB^2=AB^2$

~~$64x^2+625=289x^2$~~

~~$x=\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2$~~

~~$AB=2R$; $R=\frac{AB}{2}=\frac{17\cdot\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2}{2}$ $\frac{85}{6}$; $AC=8\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2=\frac{40}{3}$~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4-прод.

$64x^2 + 625 = 289x^2$

$625 = 15^2 x^2$

$x = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$

$AB = 17 \cdot \frac{5}{3} = \frac{85}{3}$; $AC = 8 \cdot \frac{5}{3} = \frac{40}{3}$

$AB = 2R \Rightarrow R = \frac{85}{6}$

$\angle OBC$ - общ. для $\triangle ABC$ и $\triangle OBD$; $\angle ODB = \angle ACB = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle OBD \sim \triangle ABC$

$\frac{r}{AC} = \frac{17}{25}$

$r = \frac{17}{25} \cdot \frac{40}{3} = \frac{136}{15}$

3. $AI = EI \Rightarrow AI = IE = \beta$

$I \in EF \Rightarrow \angle EAF = 90° \Rightarrow \angle AFE = 90° - \beta = \angle ADC$

$tg\angle ADC = \frac{AC}{CD} = \frac{40}{3 \cdot 8} = \frac{5}{3}$

$\angle ADC = \angle AFE = arctg\left(\frac{5}{3}\right)$

4. $EF = AB = 2R$; $\angle AFE = arctg\left(\frac{5}{3}\right)$

$\angle CAD = \angle AEF = \beta$; $\angle ACD = \angle FAE \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ACD}} = \left(\frac{EF}{AD}\right)^2$

$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{64 + \frac{1600}{9}} = \frac{8\sqrt{34}}{3}$

$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{40}{3} = \frac{160}{3}$

$S_{AEF} = \frac{160}{3} \cdot \left(\frac{85}{3} \cdot \frac{3}{8\sqrt{34}}\right)^2 = \frac{2125}{12}$

Ответ: $R = \frac{85}{6}$; $r = \frac{136}{15}$; $\angle AFE = arctg\left(\frac{5}{3}\right)$;

$S_{AEF} = \frac{2125}{12}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№3

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2+18x \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}$$

Для того, чтобы ~~уравн~~ неравенство имело корни нужно, чтобы $x^2+18x>0$, значит $|x^2+18x| \Leftrightarrow x^2+18x$

Найдём эти знач.!

$x^2+18x>0$

$x(x+18)>0$

$+ \quad -18 \quad - \quad 0 \quad + \quad x$

$x \in (-\infty; -18) \cup (0; +\infty)$

Пусть $x^2+18x=t$, $t>0$

$$5^{\log_{12}t}+t \geq t^{\log_{12}13}$$

Если $t>0$, то $5^{\log_{12}t}+t>0$; $t^{\log_{12}13}>0$

$$\log_5 5^{\log_{12}t} \geq \log_5 t+\log_5\left(t^{\log_{12}13-1}-1\right)$$

$$\frac{\log_5 t}{\log_5 12} \geq \log_5 t+\log_5\left(t^{\log_{12}13}-1\right)$$

$$\log_5 t\cdot(\underset{\text{убыв.}}{\log_{12}5}-1) \geq \log_5\left(\underset{\text{возр.}}{t^{\log_{12}13}}-1\right)$$

т.к. $\log_{12}5-1<0$, $\log_5 t$ - возр.

$$5^{\log_{12}t}+t \geq 13^{\log_{12}t}$$

$$t \geq 13^{\log_{12}t}-5^{\log_{12}t}$$

$$13^2=12^2+5^{-2}$$

$$t \geq (12^2+5^{-2})^{\frac{1}{2}\log_{12}t}-5^{\log_{12}t}$$

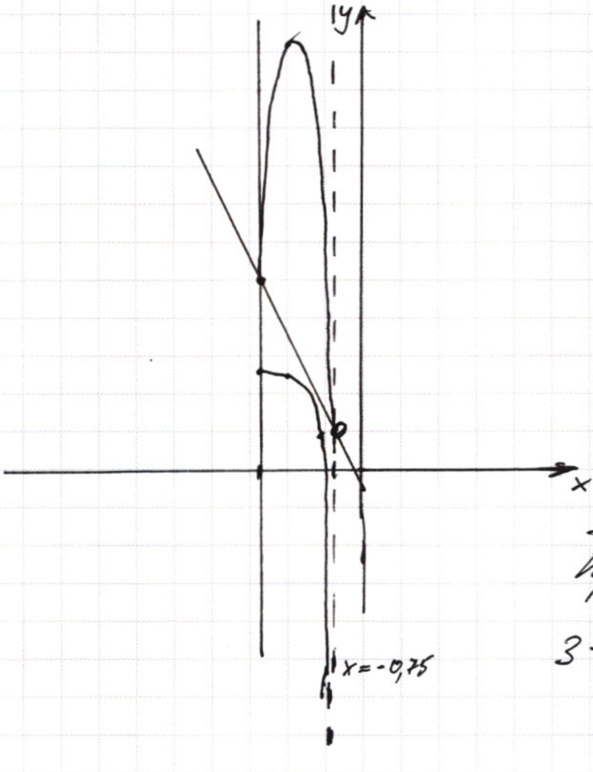
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 8

$\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17$

$x \in \left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right)$

Построим график $y = \frac{12x+11}{4x+3}$; $y = -8x^2-30x-17$



$y = \frac{12x+11}{4x+3} = 3 + \frac{2}{4x+3}$

Пусть $x = -0,75$; $y = 1$

$x = -2,75$; $y = 5$

$\begin{cases} -0,75a + b = 1 \\ -2,75a + b = 5 \end{cases}$

$a = -2$

$b = -0,5$

При $a = -2$:

$3 + \frac{2}{4x+3} =$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin2\alpha\cos2\beta + \sin2\beta\cos2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

I $\frac{2}{\sqrt5}\sin2\alpha + \frac{1}{\sqrt5}\cos2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$2\sin2\alpha + \cos2\alpha = -1$

$\cancel{2\sin2\alpha + 1 - 2\cos^2\alpha = -1}$

$-2\sin2\alpha = 1+\cos2\alpha$

$\sin2\alpha = \frac{2\sin^2\alpha}{-2}$

$2\sin\alpha\cos\alpha = -\sin^2\alpha$

$\sin\alpha(2\cos\alpha + \sin\alpha) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sin\alpha = 0\\ 2\cos\alpha + \sin\alpha = 0\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}tg\alpha = 0\\ \sin\alpha = -2\cos\alpha\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}tg\alpha = 0\\ tg\alpha = -2\end{array}\right.$

$\sin x + \sin y = 2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$

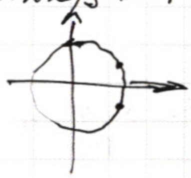
$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin2\alpha =$

$= 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\beta) = -\frac{4}{5}$

$2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right)\cos2\beta = -\frac{4}{5}$

$\cos2\beta = \frac{2}{\sqrt5}$

$\sin2\beta = \pm\sqrt{1-\frac{4}{5}} = \pm\frac{1}{\sqrt5}$



$1+\cos2\alpha =$

$=$

II $\frac{2}{\sqrt5}\sin2\alpha - \frac{1}{\sqrt5}\cos2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$2\sin2\alpha = \cos2\alpha - 1$

$\sin2\alpha = \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha - 1}{2}$

$2\sin\alpha\cos\alpha = -\sin^2\alpha$

$\sin\alpha = 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№2

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$x^2+\cancel{9y^2}-4x+4+9(y^2-2y+1)-13=12$

$(x-2)^2+9(y-1)^2=25$

$x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}$

$$\begin{cases} x-2y\geq 0 \\ xy-x-2y+2\geq 0 \end{cases} \qquad y\leq\frac{x}{2}$$

$y(x-2)-x+2\geq 0$

$$\begin{cases} (y-1)(x-2)\geq 0 \\ y\leq\frac{x}{2} \end{cases} \qquad y=1$$

$x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2$

$x^2-5xy+4y^2+x+2y-2=0 \iff ($

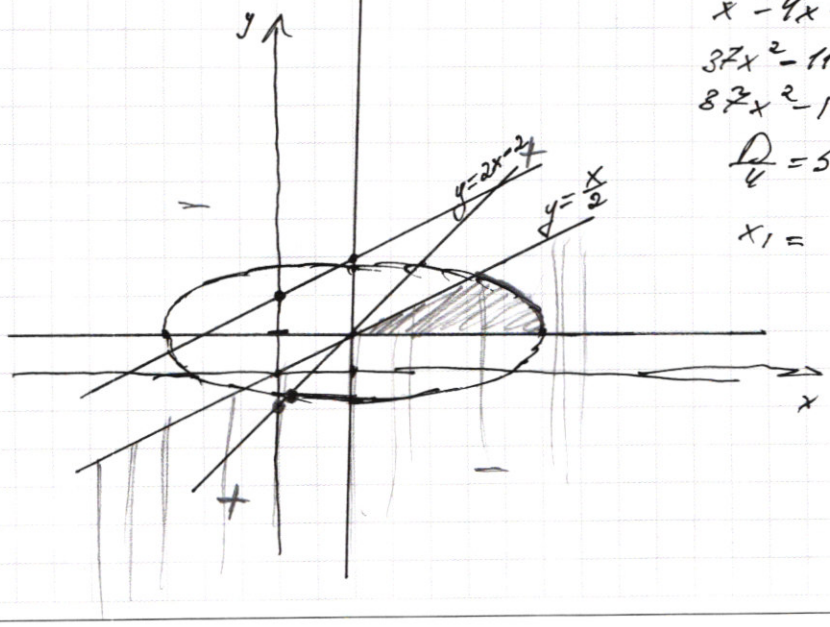
$4y^2+y(2-5x)+x^2+x-2=0 \iff 4(y-2x+2)(y-\frac{x}{2}-1)$

$D=25x^2-20x+4-16x^2-16x+32=$

$=9x^2-36x+36=9(x^2-4x+4)=9(x-2)^2$

$y_1=\frac{5x-2+3(x-2)}{4}=2x-2$

$y_2=\frac{5x-2-3x+6}{4}=\frac{x}{2}+1$



$y-1=-\frac{5}{3}$

$y=\frac{-2}{3}$

$y-1=\frac{5}{3}$

$y=\frac{8}{3}$

$y-1=-\frac{5}{3}$

$x-2y\geq 0$

$\frac{x}{2}\geq y$

$60\cdot 37$: $420+180=2220$

$916 : 4 = 229$

$56\cdot 56$: $336+280=3136$

$3136-2220=916$

$x^2-4x+4+9(2x-3)^2=25$

$x^2-4x+4+9(4x^2-12x+9)=25$

$37x^2-112x+85-25=0$

$37x^2-112x+60=0$

$\frac{D}{4}=56^2-60\cdot 37=(2\sqrt{229})^2$

$x_1=\frac{56-2\sqrt{229}}{37}$

$\frac{2x+4}{8}=$

$=\frac{x+2}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

I $2\sin 2\alpha = -1-\cos 2\alpha$

$\sin 2\alpha = -\frac{1}{2}(2\cos^2\alpha)$

$2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = 0$

$\left[\begin{array}{l}\cos\alpha = 0 \Rightarrow tg = \varnothing \\ 2\sin\alpha + \cos\alpha = 0 \Rightarrow\end{array}\right.$

$\sin\alpha = -\cos\alpha \cdot \frac{1}{2}$

$tg\alpha = -\frac{1}{2}$

Ответ: $-2; -\frac{1}{2}; 0$

II $2\sin 2\alpha = \cos 2\alpha - 1$

$\sin 2\alpha = -\sin^2\alpha$

$2\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sin\alpha = 0 \\ 2\cos\alpha = -\sin\alpha\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}tg\alpha = 0 \\ tg\alpha = -2\end{array}\right.$

$x^2-4x+4+9\left(\frac{x+2}{4}\right)$

$(x-2)^2+9(y-1)^2 = 25$

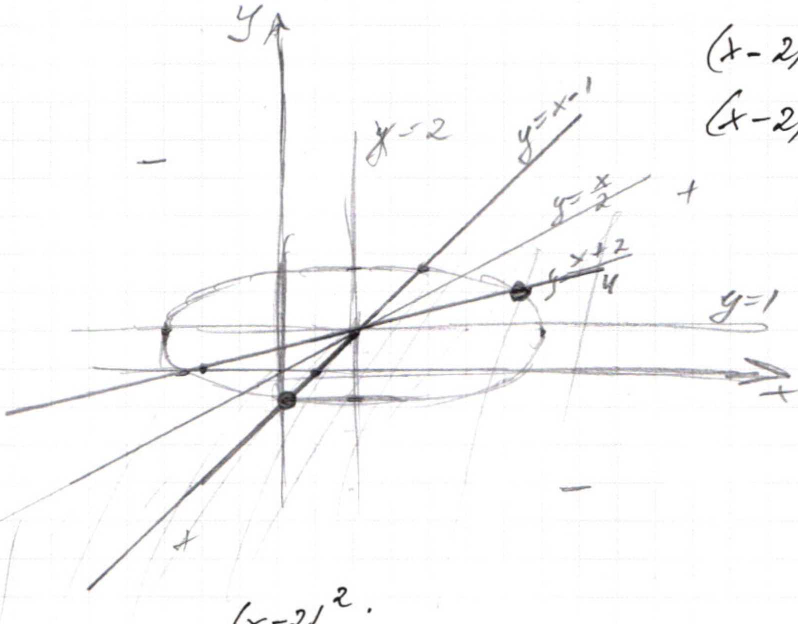
$(x-2)^2+9(x-2)^2 = 25$

$(x-2)^2 = 2,5$

$|x-2| = \sqrt{2,5} =$

$x_1 = 2+\sqrt{2,5}$

$x_2 = 2-\sqrt{2,5}$



$(x-2)^2$.

$x^2-4x+4+9(x^2-2x+1) = 25$

$10x^2-22x = 12$

$5x^2-11x-6=0$

$x=-1$

$x = \frac{6}{5}$

$D = 121+60 =$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№3

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$$

ОДЗ: $x^2+18x \geq 0$

$x(x-18) \geq 0$

$+ \quad - \quad +$

$0 \quad 18 \quad x$

$(-\infty;0] \cup [18;+\infty)$

$t=12$

$5+12 \geq$

Пусть $x^2+18x=t$

$$\cancel{5}^{\log_{12}t}+t \geq |t|^{\log_{12}13}$$

$$5^{\log_{12}t}+t \geq t^{\log_{12}13}$$

$$f(t)=5^{\log_{12}t}+t-t^{\log_{12}13}=$$

$$f'(t)=5^{\log_{12}t}\cdot \ln(5)+1-$$

$\frac{3(\cancel{4x+3})+2}{4x+3}$

$x \neq -\frac{3}{4}$

$x \neq -\frac{11}{12}$

$3+\frac{2}{4x+3} \leq ax+b \leq -8x^2-30x-17$

$8x^2+30x+17$

$\frac{D}{4}=225-136=89$

$17 \times 8 = 136$

$225 - 136 = 89$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4^3 \cdot 34 = 8\sqrt{34}$

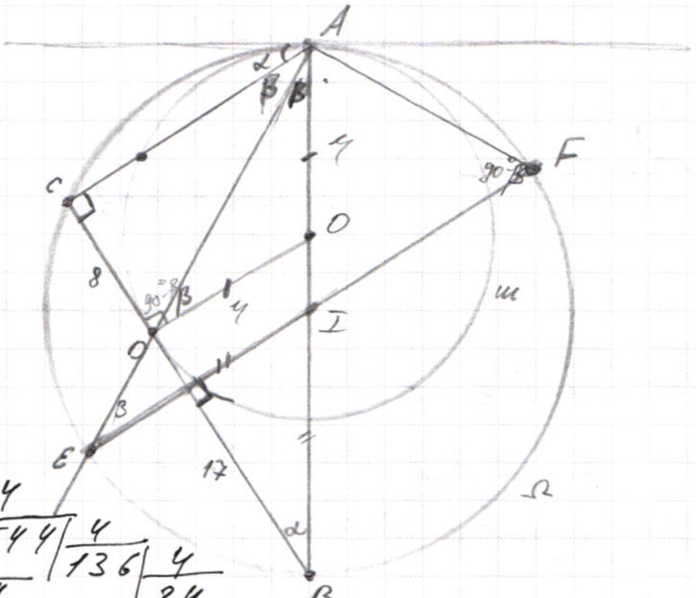
$CD = 8;\ BD = 17$

$R - ?$

$r - ?$

$\angle AFE - ?$

$S_{AEF} - ?$



$\frac{AC}{AB} = \frac{8x}{17x}$

$CB^2 = AB^2 - AC^2$

$CB^2 = 289x^2 - 64x^2 = 225x^2$

$CB = 15x$

$625 = 225x^2$

$\frac{25}{15} = x^2$

$\frac{5}{3} = x$

$2176 : 4 = 544$; $544 : 4 = 136$; $136 : 4 = 34$

$625 = 225x^2$

$\frac{25 \cdot 25}{15 \cdot 15} = x^2$

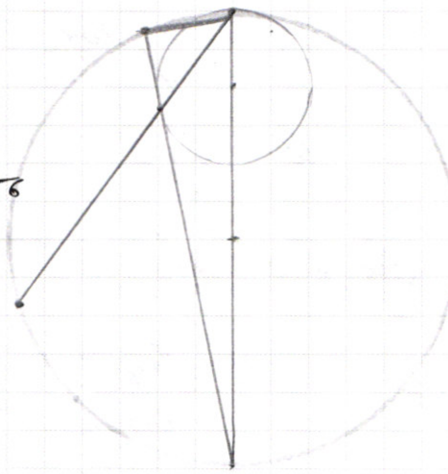
$x = \frac{5}{3}$

$64 \cdot 9 = 576$

$1600 + 576 = 2176$

$80 + 56$

$\frac{17}{25} \cdot \frac{40}{3} = \frac{136}{15}$



$425 \cdot 5 = 2125$

$AD = 64 +$

$\cos\angle AFE = \sqrt{\frac{1}{1+tg^2\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{25}{9}}} = \sqrt{\frac{9}{34}} = \frac{3}{\sqrt{34}}$

$AD^2 = \frac{1600}{9} + 64$

$\left(\frac{85}{3} \cdot \frac{3}{8\sqrt{34}}\right)^2 = \frac{17^2 \cdot 5^2}{8^2 \cdot 17 \cdot 2} = \frac{25 \cdot 17}{64 \cdot 2}$

$\left(\frac{85}{3 \cdot 8\sqrt{34}}\right)^2 \cdot 8 \cdot \frac{40}{3}$

$\frac{85^2}{27 \cdot 34}$

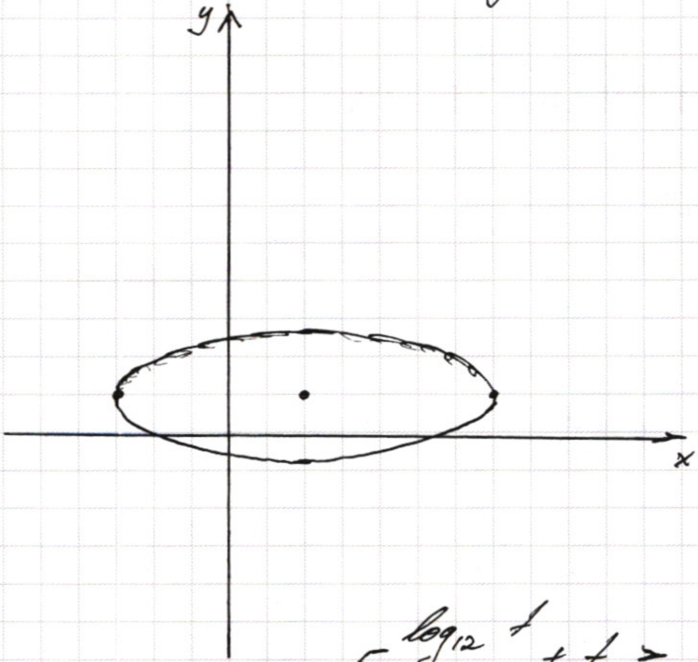
$25 \cdot 17 = 175 + 25 \cdot \ldots = 425$; 128

$\frac{17^2 \cdot 5^2}{8^2 \cdot 17 \cdot 2} = \frac{425}{128} \cdot \frac{160}{3} =$

$=$

№2 - прод.

Построим графики уравн., входящих в систему:



$(x-2)^2+9\left(\frac{x+2}{4}-1\right)^2=25$

$(x-2)^2+9\left(\frac{(x-2)^2}{16}\right)=25$

$\frac{25}{16}(x-2)^2=25$

$(x-2)^2=16$

$x=6$

$x=-2$

$6\cdot 2-6-4+2$

$6-4+2$

$\log_x a\cdot b=$

$5^{\log_{12} t}+t \geq t^{\log_{12} 13}$

$5^{\log_{12} t} \geq t\left(t^{\log_{12} 13-1}-1\right)$

$5^{\log_{12} t} \geq t\left(t^{\log_{12} 13}-1\right)$

$13 \quad t^{\log_{12} 13} =$

$lo \quad \log_{13} t$

$\log \quad \log_{12} t \geq \log_5\left(t^{\log_{12} 13}-t\right)$

$\log_5 \qquad \frac{\log_5 t}{\log_5 12} \geq \log_5 t+\log_5\left(t^{\log_{12} 13-1}-1\right)$

$\log_5 t\cdot\left(\frac{1}{\log_5 12}-1\right) \geq$

$\log_5 t\cdot\left(\log_{12} 5-1\right) \geq \log_5 ($

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\angle OBC$ - общ. для $\triangle ABC$ и $\triangle OBD$; $\angle ODB = \angle ACB = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle OBD \sim \triangle ABC$

$\frac{r}{AC} = \frac{17}{25}$

$r = \frac{17}{25} AC = \frac{17}{25} \cdot 8\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2 = \frac{136}{15}$

$R = \frac{85}{6}$; $r = \frac{136}{15}$

$5^{\log_{12} t} + t = t^{\log_{12} 13}$

$\log_{12} 13 = \frac{\log_t 13}{\log_t 12}$

t

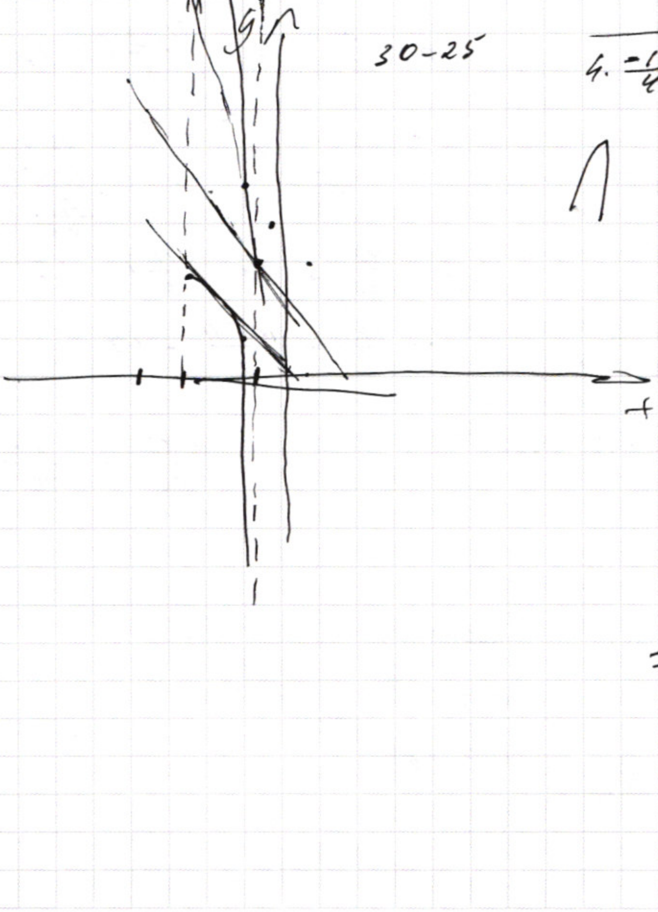
$13^2 - 12^2$

$t^{\log_{12} 13} = 13^{\log_{12} t}$

$\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2 - 30x - 17$

$\log_{12} 13 \log_{13} t = \log_{12} t$

$3 + \frac{2}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2 - 30x - 17$



$30-25$

$\frac{2}{4 \cdot \frac{-11}{4} + 3}$

$-2,75$

$3 - 0,25$

$\frac{-(-30)}{-16} = \frac{30}{-16} =$

$= \frac{15}{-8}$

$\frac{30}{-16} = -\frac{15}{8}$

$-\frac{22}{8}$

$-8 \cdot \frac{15^2}{64_8} + \frac{15}{8} \cdot 30 - 17 =$

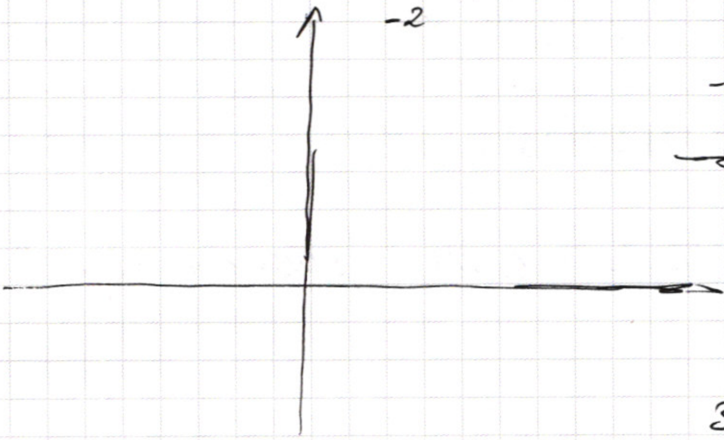
$= -\frac{225}{8} + \frac{450}{8} - 17$ 136

89

$\frac{225}{8} - 17 = \frac{225 - 136}{8}$

$11\frac{1}{8}$

$5^{\log_{12} t} + t = t^{\log_{12} 13}$ $\quad t\left(t^{\log_{12} 13 - 1} - 1\right)$



-2

$-2x + b = 3 + \frac{2}{4x+3}$

~~$-8x-6$~~

$-2x + b = 3$

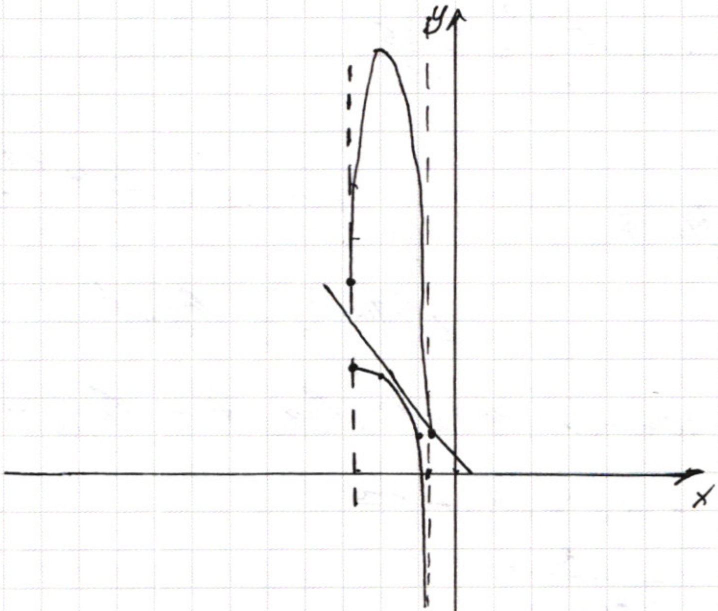
$3 + \frac{2}{4x+3}$ $\quad x = -0,75$

$3 + \frac{2}{-1} =$

$3 + \frac{2}{-8+3} =$
$= 3 - 0,4$

$3 + \frac{2}{-\frac{11}{4}\cdot 4+3} =$
$= 3 + \frac{2}{-8} = 2,75$

$3 + \frac{2}{-3,2+3} =$
$= 3 + \frac{2}{-0,2} =$



$-8\cdot\frac{9}{16} - 30\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) - 17 =$
$= -4,5 + \frac{45}{2} - 17$ $\quad 150$

$\frac{45-9}{2}$ $\quad 1$ $\quad -\frac{165}{121}$ $\quad 44$

$-8\cdot\frac{121}{16_2} + 30\cdot\left(\frac{11}{4}\right) - 17 =$
$= -\frac{121}{2} + \frac{15\cdot 11}{2} - 17$

$\frac{30}{-86} = \frac{15}{-8}$

$3 + \frac{2}{4x+3} = \cancel{kx} + b$

$3(4x+3) + 2 = (ax+b)(4x+3)$

$12x + 9 + 2 = 4ax^2 + 4bx + 3b + 3ax$

$4ax^2 + (4b + 3a - 12)x - 11 + 3b = 0$

$x = -0,75$
$y = 1$

$$\begin{cases} -0,75a + b = 1 \\ -2,75a + b = 5 \end{cases}$$

$-2a = 4$
$a = -2$
$b = -0,5$

$-2x + 2,5 = 3 + \frac{2}{4x+3}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)