МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2},\\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\quad$ $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{4}{5}$

$\cos 2\beta=\frac{2}{\sqrt{5}}$ $\quad$ $\sin 2\beta=\pm\sqrt{\frac{1}{5}}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta+\sin 2\beta\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{2}{\sqrt{5}}\sin 2\alpha\pm\frac{1}{\sqrt{5}}\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{5}}$

$2\sin 2\alpha+(1\pm\cos 2\alpha)=0$

$1+2\sin 2\alpha=\pm\cos 2\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ — т.к здесь $\pm$ новых решений при возведении в квадрат не добавляется

$5\sin^2 2\alpha+4\sin 2\alpha=0$

$\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}$ либо $\sin 2\alpha=0$

~~$2\cos^2\alpha-1=$~~

$\cos 2\alpha=\pm\frac{3}{5}$

$2\cos^2\alpha-1=\pm\frac{3}{5}$

$\cos^2\alpha=\frac{4}{5}$ либо $\cos^2\alpha=\frac{1}{5}$

$\operatorname{tg}\alpha=\pm\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}-1}$

$\operatorname{tg}\alpha=\pm\frac{1}{2}$ $\quad$ $\operatorname{tg}\alpha=\pm 2$

$\left[\begin{array}{l}\sin\alpha=0\\ \sin\alpha=1\end{array}\right.$

$\operatorname{tg}\alpha=0$

Ни при одном переходе новых решений добавиться не могло, поэтому проверки не требуется.

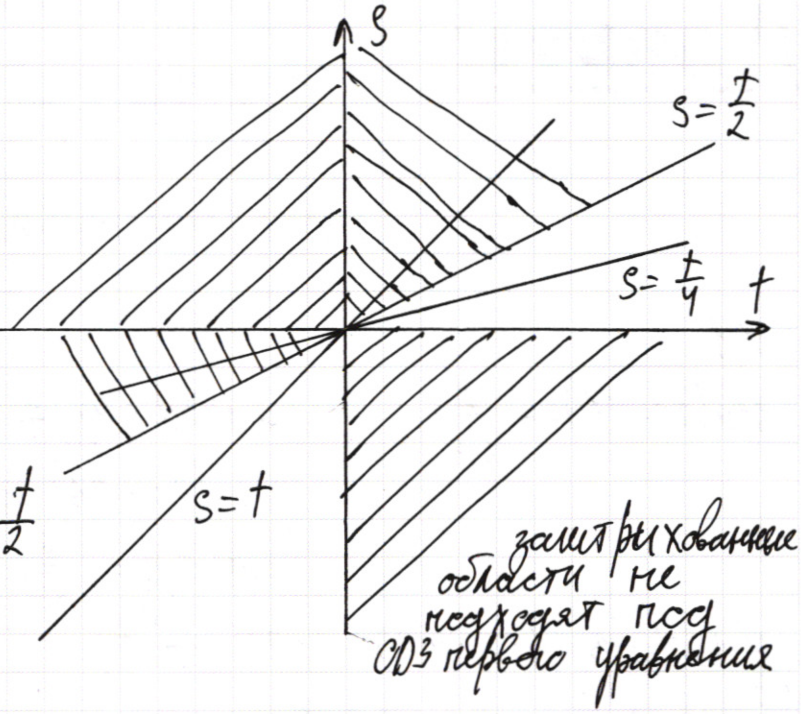
Ответ: $0, \pm\frac{1}{2}, \pm 2$

№2

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{(x-2)(y-1)} \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25 \end{cases}$$

$t=x-2 \quad s=y-1$



$$\begin{cases} t-2s=\sqrt{ts} \\ t^2+9s^2=25 \end{cases} \qquad s\le \frac{t}{2}$$

$t-2s=\sqrt{ts}$

$t^2-5ts+4s^2=0$

$$t=\frac{5s\pm\sqrt{25s^2-16s^2}}{2}$$

$t=s \qquad t=4s$

$\qquad s=\frac{t}{4}$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} s=t \\ s=\frac{t}{4} \end{array}\right. & \text{— две прямые проходящие через начало координат} \\ t^2+9s^2=25 & \text{— эллипс с центром в начале координат} \end{cases}$$

С учетом ОДЗ очевидно из чертежа, что решения два

$s=t \quad (t<0)$ $\qquad s=\frac{t}{4} \quad (t\ge 0)$

$t^2+9t^2=25$ $\qquad t^2+\frac{9}{16}t^2=25$

$t=s=-\sqrt{\frac{5}{2}}$ $\qquad t=4 \quad s=1$

$(x,y)=\left(2-\sqrt{\frac{5}{2}},\ 1-\sqrt{\frac{5}{2}}\right)$ $\qquad (x,y)=(6,2)$

Ответ: $\left(2-\sqrt{\frac{5}{2}},\ 1-\sqrt{\frac{5}{2}}\right),\ (6,2)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 3

$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13} - 18$

Из ОДЗ логарифма модуль раскрывается с плюсом

$t = x^2+18x > 0$

$5^{\log_{12} t} + t \geq t^{\log_{12}13}$

$t^{\log_{12}5} + t \geq t^{\log_{12}13}$

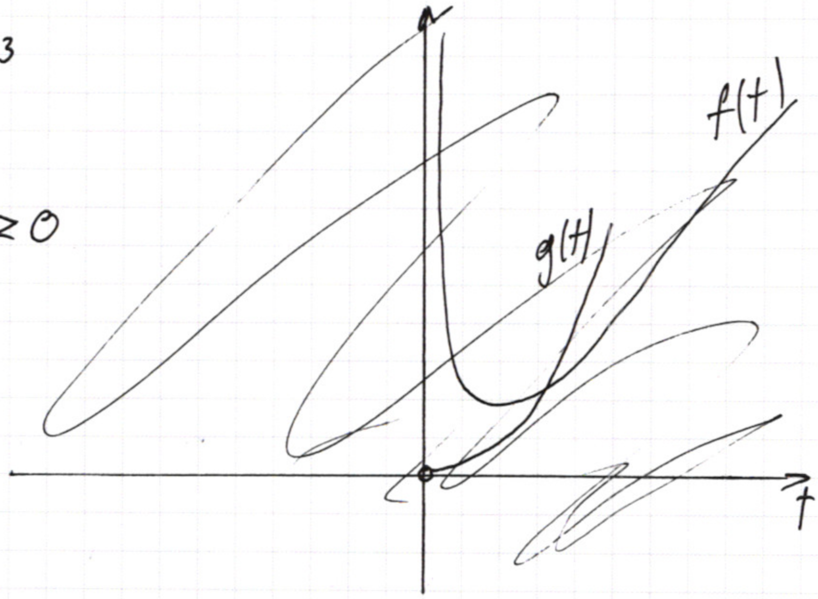
$f(t) = t^{\log_{12}5} + (-t^{\log_{12}13}) + t \geq 0$

~~1) Ф-ция непрерывна~~

~~2) Сумма~~

~~$f(t) = t^{\log_{12}5} + t$~~

~~$g(t) = t^{\log_{12}13}$~~



1) Ф-ция непрерывна

2) ~~$f(t) = \log$~~ $f(t)$ – выпукла вверх всюду

3) $\lim\limits_{t\to 0} f(t) = 0$, $\lim\limits_{t\to 0} f'(t) > 0$

Т.е. ~~в любой~~ $\exists$ окрестность нуля, в которой $f(t)$ положительна и

и сущ. окрестность нуля, в которой $f'(t)$ положительна, но

т.к. $f(t)$ – всюду выпукла вверх то $\exists t_0: f'(t) = 0 \Rightarrow \forall t > t_0, f'(t) < 0$

Т.е. там где $f'(t) > 0$, корней нет, а там где $f'(t) < 0$, корней не более одного

Подбором корень $t = 144$: $t \geq 144 \Rightarrow x^2+18x \geq 144 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \setminus (-24, 6)$

Ответ: $x \in \mathbb{R} \setminus (-24, 6)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$f(n) = f(1\cdot n) = f(1) + f(n) \Rightarrow f(1) = 0$

$0 = f(1) = f(n\cdot\frac{1}{n}) = f(n) + f(\frac{1}{n})$

$f(\frac{1}{n}) = -f(n)$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
f(x)	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	3	1	1	0

x	17	18	19	20	21	22	23	24
f(x)	4	0	4	1	1	2	5	0

$n_0 = 11 \quad n_1 = 7 \quad n_2 = 2 \quad n_3 = 1 \quad n_4 = 2 \quad n_5 = 1$

$f(\frac{x}{y}) < 0 \Leftrightarrow f(x) < f(y)$

Будем обозначать N_k кол-во пар (x, y): $f(x) = k, < f(y)$

$N_0 = n_0(n_1+n_2+n_3+n_4+n_5) = 11(7+2+1+2+1) = 13\cdot 11 = 143$

$N_1 = n_1(n_2+n_3+n_4+n_5) = 7(2+1+2+1) = 42$

$N_2 = n_2(n_3+n_4+n_5) = 2(1+2+1) = 8$

$N_3 = n_3(n_4+n_5) = 1(2+1) = 3$

$N_4 = n_4(n_5) = 2\cdot 1 = 2$

$N = \sum N_i = 143+42+8+3+2 = 198$

Ответ: 198

№6

Задача нахождения (a, b) эквивалента задаче нахождения величин $y_1 = a\left(-\frac{11}{4}\right)+b$, $y_2 = a\left(-\frac{3}{4}\right)+b$

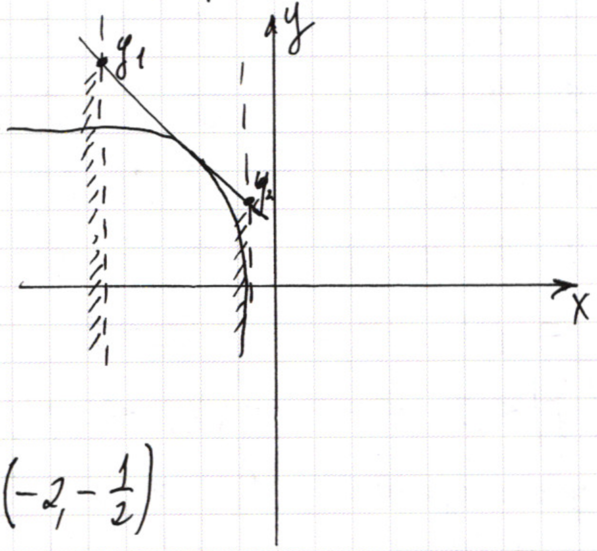
Очевидно $y_1 \leq -8\left(-\frac{11}{4}\right)^2 - 30\left(-\frac{11}{4}\right) - 17 = 5$

$y_2 \leq -8\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 30\left(-\frac{3}{4}\right) - 17 = 1$

$(y_1, y_2) = (5, 1) \Rightarrow (a, b) = (-2, -0{,}5)$

Решим неравенство $\frac{12x+11}{4x+3} \leq -2x - 0{,}5$

~~4x+~~ Получаем $(4x+5)^2 \geq 0$, то есть прямая касается гиперболы



Из геометрических соображений ясно, что если $y_1 < 5$, или $y_2 < 1$, то прямая и гипербола будут пересекаться и неравенство из условия не будет выполняться.

Т.е. единственная пара $(a, b) = \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

Ответ: $(a, b) = \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

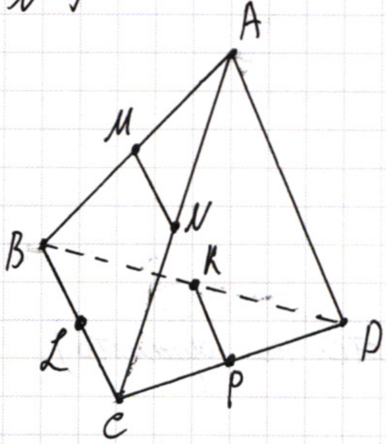
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7



~~AM = AN~~, AM = BM, AN = CN, BK = KD, CP = DP

~~A, M~~ BL = CL

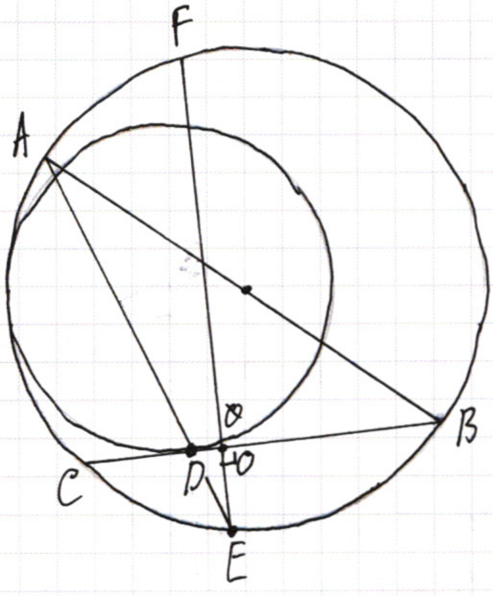
A, M, N, K, P, L — лежат на одной сфере

AB = 1, BD = 2, CD = 3

1) $KP \parallel BC \parallel MN$, $KP = \frac{1}{2} BC = MN \Rightarrow MNKP$ — парал-грамм

MNKP — вписанный => MNKP — прямоугольник

№4



$CD = 8$, $BD = 17$

1) $\triangle COE \sim \triangle BOF \sim \triangle ABE$ ($\angle AEB = 90°$, опирается на диаметр)

$\triangle COF \sim \triangle BOE$

~~$\angle ACB = 90°$~~ $\triangle ACD \sim \triangle BED$ ($\angle ACB = \angle AEB = 90°$, опир на диаметр)

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

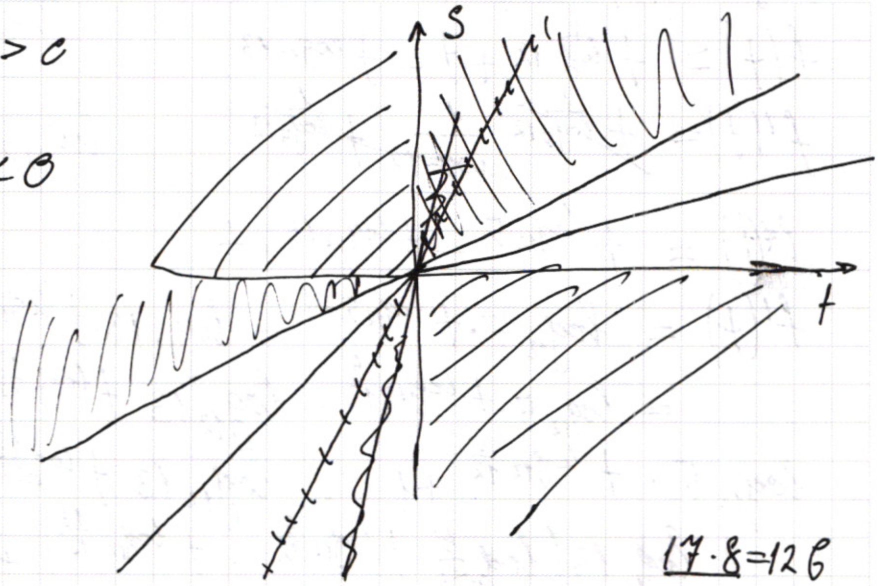
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t^2 + \frac{9}{16} t^2 = 25 \quad t > 0$

$t^2 + 9t^2 = 25 \quad t < 0$

$t^2 = 16 \quad t = 4$

$t^2 = \frac{5}{2} \quad t = -\sqrt{\frac{5}{2}}$



$f(p) = f(\otimes 1) + f(p)$

$f(1) = 0$

$17 \cdot 8 = 126$

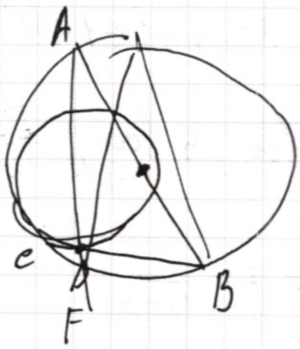
$x_0 = -\frac{30}{16} = -\frac{15}{8}$

$f(-a) + f(b) = f(a) + f(-b) \qquad 8x^2 + 30x + 17$

$\cancel{f(-1) = f(1) + f(-1)} \qquad x = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 8 \cdot 17}}{8} =$

$\frac{12x+11}{4x+3} \le ax + b \le -8x^2 - 30x - 17$

$3 + \frac{2}{4x+3} = 3 + \frac{1/2}{x + 3/4} \le ax + b \le$



$y = -\frac{y_1 + y_2}{2} x + \frac{5y_2 - y_1}{8}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \ge |x^2+18x|^{\log_{12}13} - 18x$

$t = x^2 + 18x > 0$ $\qquad t = 144$

$5^{\log_{12} t} + t \ge t^{\log_{12}13}$ $\qquad \cancel{12}\ 5^2 + 144 \ge 13^2$

$t^{\frac{1}{\log_5 12}} + t \ge t^{\log_{12}13}$ $\qquad \frac{1}{\log_5 12} = \frac{\log_5 5}{\log_5 12} = \log_{12}\frac{5}{\cancel{12}}$

$f(t) = t^{\frac{1}{\log_5 12}} + t - t^{\log_{12}13}$

$f'(t) = \cancel{t^{\frac{1}{\log_5 12}}\cdot \frac{1}{\log_5 12}\, t^{\frac{1}{\log_5 12}}}$ $\qquad \log_{12}5 - 1 = \log_{12}5 - \log_{12}12 = \log_{12}\frac{5}{12}$

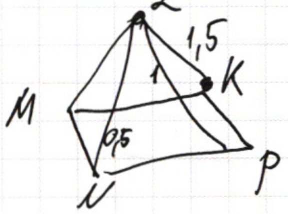
$f(t) = t^{\log_{12}5} - t^{\log_{12}13} + t$

$f'(t) = \log_{12}5\cdot t^{\log_{12}5-1} - \log_{12}13\cdot t^{\log_{12}13-1} + 1 =$

$= \log_{12}5\cdot t^{\log_{12}\frac{5}{12}} - \log_{12}13\, t^{\log\frac{13}{12}} + 1 \vee 0$

$\log_{12}5\cdot t^{\log_{12}\frac{5}{12}} + 1 \vee \log_{12}13\, t^{\log_{12}\frac{13}{12}}$

$\log_{12}13\left(\log_{13}5\, t^{\log_{12}\frac{5}{12}} - t^{\log_{12}\frac{13}{12}}\right) + 1 \vee 0$



$x^2 + 18x = 144$

$x^2 + 18x - 144 = 0$

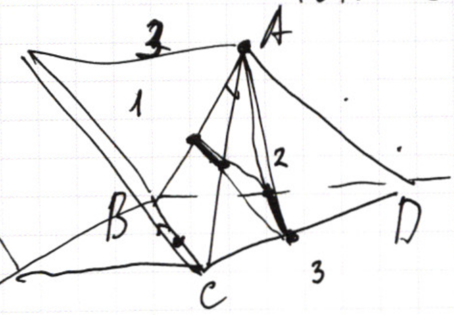
$x = -9 \pm \sqrt{81+144} = -9 \pm \sqrt{225} = -9 \pm 15$ $\qquad +\overset{6}{\cancel{24}} \qquad \cancel{+}24$

$f'' = \log_{12}5\log_{12}\frac{5}{12}\cdot t^{\log_{12}\frac{5}{12^2}} - \log_{12}13\log_{12}\frac{13}{12}\, t^{\log\frac{13}{12^2}}$

$\frac{12x+11}{4x+3} = 3 + \frac{2}{4x+3}$ $\qquad = \qquad -8x^2 - 30x - 17$ $\qquad 17\cdot 8 = 136$

$-16x - 30$

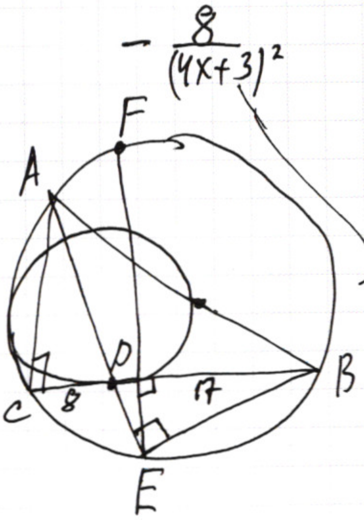
$-\frac{8}{(4x+3)^2}$



$-\frac{225}{8} + \frac{2\cdot 225}{8} - 17$

$\frac{225}{8} - 17 =$

$225 - 136 = 89$



$\frac{CD}{DE} = \frac{AD}{BD}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\quad \cos 4\beta = 2\cos^2 2\beta - 1$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \cos 2\alpha \sin 4\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\sin 2\alpha(\cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta) + 2\cos^2 2\alpha \sin 2\beta \cos 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\cancel{\sin 2\alpha}$ $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\alpha + \sin\beta = \sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} + \cancel{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}} + \sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} - \cancel{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}}$

$= 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$-\frac{2}{\sqrt{5}}\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\quad \sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\frac{4}{5}} = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha \frac{2}{\sqrt{5}} \pm \frac{1}{\sqrt{5}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\quad \sin\alpha = 0 \quad \sin\alpha = 1$

$2\sin 2\alpha \pm \cos 2\alpha = -1$ $\quad \operatorname{tg}\alpha = 0$

$2\sin 2\alpha \pm \sqrt{1-\sin^2 2\alpha} = -1$

$1 + 2\sin 2\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2 2\alpha}$

$\cancel{1} + 4\sin 2\alpha + 4\sin^2 2\alpha = \cancel{1} - \sin^2 2\alpha$ $\quad \sin 2\alpha_1 = 0$

$5\sin 2\alpha + 4 = 0$

$2\cos^2\alpha - 1 = \pm\frac{3}{5}$

$\sin 2\alpha_2 = -\frac{4}{5}$

$\cos^2\alpha = \frac{4}{5}$ $\quad \cos^2\alpha = \frac{1}{5}$

$\cos 2\alpha_2 = \pm\frac{3}{5}$

$\operatorname{tg}\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1}$

$\cancel{\sin}$ $1 - 2\sin^2\alpha = \pm\frac{3}{5}$

$\operatorname{tg}\alpha = \pm\frac{1}{2}$ $\quad \operatorname{tg}\alpha = \pm 2$

$\sin^2\alpha = \frac{4}{5}$ $\quad \sin^2\alpha = \frac{1}{5}$

$\sin\alpha = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$ $\quad \sin\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases} \qquad xy-x-2y+2=(x-2)(y-1)$$

$$(x^2-4x+4)+(9y^2-18y+\cancel{36}\,9)=12+13$$

$$(x-2)^2+9(y-1)^2=25$$

$$x-2y=\sqrt{(x-2)(y-1)}$$

$$(x-2)^2+6(x-2)(y-1)+9(y-1)^2=25+6(x-2y)^2$$

$$(x-2+3(y-1))^2=25+6(x-2y)^2$$

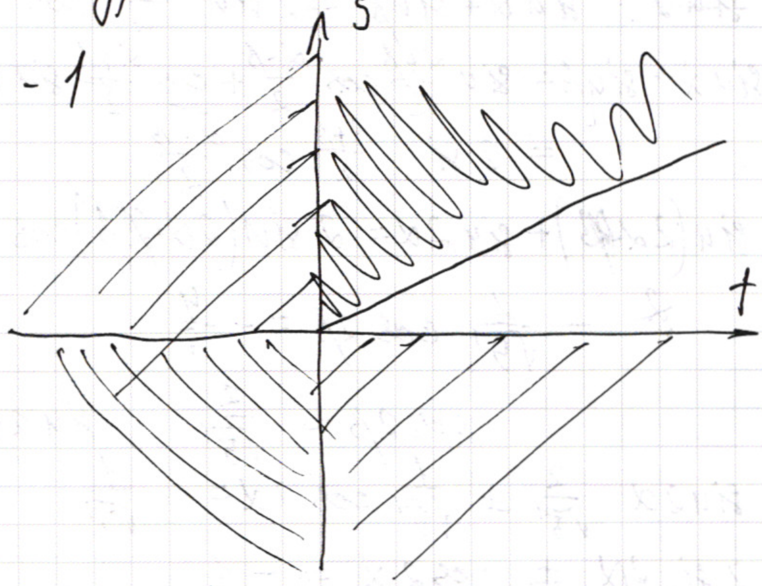
$$(x+3y-5)^2=25+6(x-2y)^2$$

$$t=x-2 \qquad s=y-1$$

$$t-2s=\sqrt{ts}$$

$$t^2+9s^2=25$$

$$s=1 \qquad t^2=16$$



$$t-2s>0$$

$$s<\frac{t}{2}$$

$$w=3s \qquad s=-1 \qquad t=-4$$

$$\begin{cases} t^2+w^2=25 \\ t-\frac{2}{3}w=\sqrt{\frac{1}{3}tw} \end{cases} \qquad t^2=9 \qquad s^2=\frac{16}{9} \qquad t=2s$$

$$t=-3 \qquad s=-\frac{4}{3}$$

$$t^2+4s^2-4ts=ts$$

$$t^2-5ts+4s^2=0 \qquad D=(5s)^2-4\cdot\cancel{5s}\cdot 4s^2\geq 0$$

$$t=\frac{5s\pm\sqrt{25s^2-16s^2}}{2}=\frac{5s\pm 3s}{2} \qquad -\frac{3}{2}<-\frac{4}{3}$$

$$\cancel{t=2s} \qquad \cancel{t=-s} \qquad \cancel{ts=0}$$

$$t=s \qquad t=4s \qquad s=\frac{t}{4}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

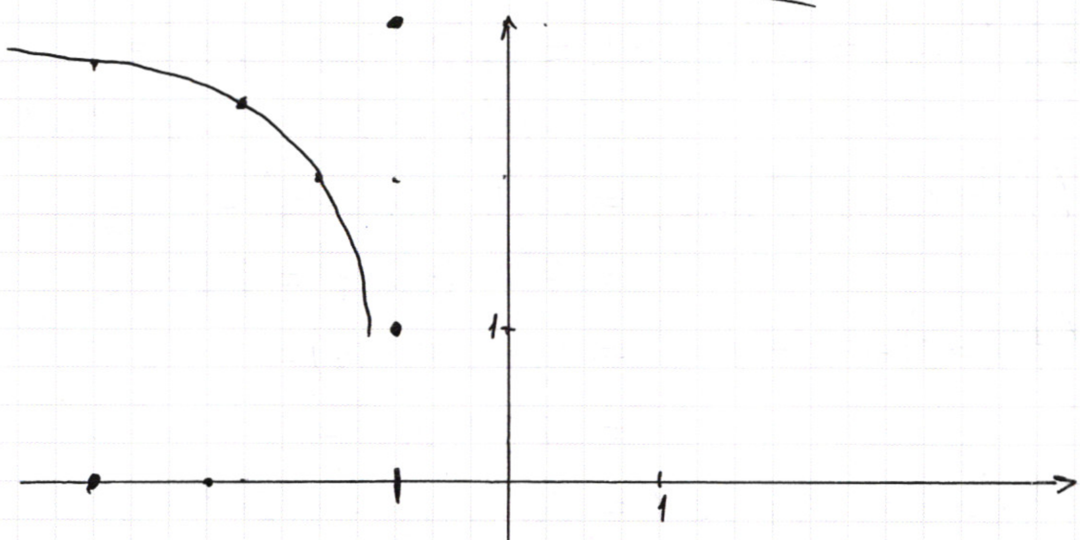
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3+\frac{2}{4x+3}=3+\frac{0,5}{x+\frac{3}{4}}$

$-8x^2-30x-17$

$x_0=-\frac{15}{8}$ $y_0=\frac{89}{8}=11+\frac{1}{8}$



$\frac{12\left(-\frac{11}{4}\right)+11}{4\left(-\frac{11}{4}\right)+3}=\frac{-22}{-8}=\frac{11}{4}\le b-\frac{11}{4}a\le -8\left(\frac{11}{4}\right)^2+30\frac{11}{4}-17=-\frac{121}{2}+\frac{165}{2}-17$

$=\cancel{143-17}$

$=22-17=5$

$\frac{12\left(-\frac{3}{4}\right)+11}{4\left(-\frac{3}{4}+3\right)}$

$-\infty\le b-\frac{3}{4}a\le$

$-8\left(\frac{3}{4}\right)^2+30\cdot\frac{3}{4}-17=$

$=-\frac{9}{2}+\frac{45}{2}-17=1$

$f\left(\frac{1}{u}\right)=-f(u)$

$ax+b$ $f(2)=0$

$f(3)=0$

$\cancel{f(4)=1}$

$f(24)=f(12)=f(6)=f(2)=f(1)=0$

$=\cancel{f(6)+1}$

$f(20)=f(5)=1$

$f(23)=5$ $f(22)=f(11)=2$ $f(21)=f(7)=1$

$f(19)=4$ $f(18)=0=f(6)$ $f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$

$$\begin{array}{cccccccccccccccccc} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 3 & 1 & 1 & 0 & 4 \\ \cancel{x} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 4 & 1 & 1 & 2 & 5 & 0 \\ 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \end{array}$$

$f(y)=1 \Rightarrow f(x)=0$ $\quad \cancel{n_1 = 7\cdot 11 = 77}$

$f(y)=2 \Rightarrow f(x)\leq 1$ $\quad \cancel{n_2 = 2}$

$n_0 = 11 \quad n_1 = 7 \quad n_2 = 2 \quad n_3 = 1 \quad n_4 = 2 \quad n_5 = 1$

$N_0 = \cancel{N(y=0)}$

$= N(f(x)=0) = N(f(y)\geq 1) = n_0(n_1+n_2+n_3+n_4+n_5) =$

$= 11(7+2+1+2+1) = 13\cdot 11 = 143$

$N_1 = N(f(x)=1) = N(f(y)\geq 2) = n_1(n_2+n_3+n_4+n_5) =$

$= 7(2+1+2+1) = 7\cdot 6 = 42$

$N_2 = N(f(x)=2) = N(f(y)\geq 3) = n_2(n_3+n_4+n_5) =$

$= 2(1+2+1) = 8$

$N_3 = N(f(x)=3) = N(f(y)\geq 4) = n_3(n_4+n_5) = 1(2+1) = 3$

$N_4 =$

$185 + 13 = 198$

$a(-2) = y_1 + y_2 \quad a = -\frac{y_1+y_2}{2}$

$b = y_2 - \frac{3}{4}\frac{y_1+y_2}{2} = \frac{5y_2-3y_1}{8}$

$24^2 = 144\cdot 4 = 576$

$576 - n_0^2 - n_1^2 - n_2^2 - n_3^2 - n_4^2 - n_5^2 =$

$576 - 121 - 49 - 4 - 1 - 4 - 1 = 455 - 450 - 4 - 5 =$

$= 400 - 4 = 396$

198

$\left(-\frac{11}{4}, 5\right) \quad \left(-\frac{3}{4}, 1\right) \qquad a = \frac{1-5}{-\frac{3}{4}-\left(-\frac{11}{4}\right)} = \frac{-4}{2} = -2$

$\cancel{-2x+b} \quad -2\left(-\frac{3}{4}\right)+b = 1 \qquad b = 1 - \frac{3}{2} = -0{,}5$

$-2x - 0{,}5 \qquad \frac{12x+11}{4x+3} \leq -2x - 0{,}5$

$\cancel{24}\,24x + 22 + (4x+1)(4x+3) = 0$

$24x + 22 + 16x^2 + 16x + 3$

$12x + 11 = (-2x-0{,}5)(4x+3)$

$16x^2 + 40x + \overset{25}{\cancel{31}} = 0$

$\cancel{16x} \quad (4x+5)^2 = 0$

$x = \frac{5}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)