МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}, \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

© МФТИ, 2022

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$$

$$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin\frac{4\alpha+4\beta}{2}\cos\frac{4\beta}{2} = -\frac{8}{17}$$

$$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{8}{17} \iff \left(-\frac{2}{\sqrt{17}}\right)\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$$

$$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \sqrt{1-\frac{16}{17}} = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{17}}\right)\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{17}}\right)\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}} \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \cdot\sqrt{17} \\ \cdot\sqrt{17} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1 \\ 4\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 8\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha - \cancel{\sin^2\alpha} + \cos^2\alpha \cancel{+\sin^2\alpha} = 0 \\ 8\sin\alpha\cos\alpha - \cancel{\cos^2\alpha} + \sin^2\alpha \cancel{+\cos^2\alpha} + \sin^2\alpha = 0 \end{array}\right.$$

$$\to \left[\begin{array}{l} \overset{4}{\cancel{8}}\sin\alpha\cos\alpha + \cancel{2}\cos^2\alpha = 0 \\ \overset{4}{\cancel{8}}\sin\alpha\cos\alpha + \cancel{2}\sin^2\alpha = 0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \cos\alpha \cancel{(\ldots)} = 0 \text{ - н.р.} \\ 4\sin\alpha + \cos\alpha = 0 \quad \Big| : \cos\alpha, \ \cos\alpha \neq 0 \\ \sin\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = \pm 1 \\ 4\cos\alpha + \sin\alpha = 0 \quad \Big| : \cos\alpha \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg}\alpha = -\frac{1}{4} \\ \operatorname{tg}\alpha = 0 \\ \operatorname{tg}\alpha = -4 \end{array}\right.$$

Ответ: $\operatorname{tg}\alpha \in \left\{-4; -\frac{1}{4}; 0\right\}$

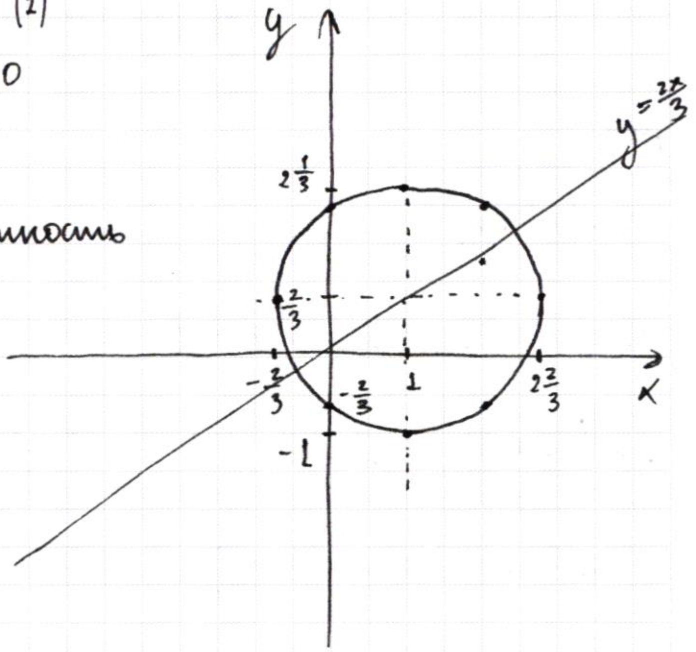
№2

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} & (1) \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \quad \Big| *3 & (2) \end{cases}$$

(2) $9y^2-12y+4+9x^2-18x+9-25=0$

$(3y-2)^2+(3x-3)^2=25$

— графиком является ~~[illegible]~~ окружность с центром в точке $\left(1;\ \frac{2}{3}\right)$



(1) $3y-2x\geq 0 \Rightarrow y\geq \frac{2}{3}x$

$3y-2x=\sqrt{(1-x)(2-3y)}$

$\exists\ \ 3y-2=a\ ,\ \ x-1=b$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-2b=\sqrt{(-b)(-a)}\ , \quad a\geq 2b \\ a^2+9b^2=25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-2b=\sqrt{ab}\ \uparrow^2 \\ a^2+9b^2=25 \end{cases} \Rightarrow \cancel{\begin{cases} a(a-b)-4b(1-b)=0 \\ a^2=25-9b^2 \end{cases}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2-5ab+4b^2=0 \\ a^2+9b^2=25 \end{cases} \quad \begin{cases} a=\left[\begin{array}{l} b \\ 4b \end{array}\right. \\ a\geq 2b \\ a^2+9b^2=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=[4b \\ b^2=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=4 \\ b=1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-4 \\ b=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=\frac{6}{3}=2 \\ x=2 \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{-2}{3} \text{ — п.к. по проверке} \\ x=0 \end{cases} \\ \begin{cases} y=1 \text{ — п.к. по проверке} \\ x=2 \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{1}{3} \text{ — п.к. по проверке.} \\ x=0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $x=2;\ y=2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$$

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + x^2 + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}$$

Пусть $t = x^2+6x,\ t>0$

$$\Rightarrow \underbrace{3^{\log_4 t}}_{>0} + \underbrace{t}_{>0} \geq \underbrace{t^{\log_4 5}}_{>0}$$

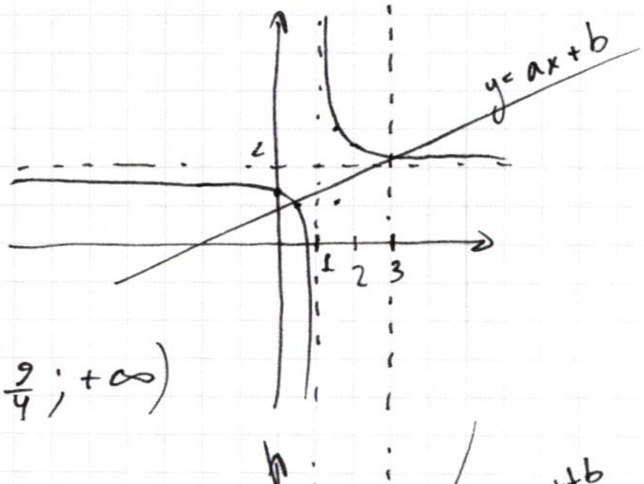
$$3^{\log_4 t} + 3^{\log_3 t} \geq t^{\log_4 5} \quad \Big| : 3^{\log_4 t} > 0$$

$$1 + 3^{\log_3 t - \log_4 t} \geq \frac{t^{\log_4 5}}{3^{\log_4 t}}$$

№ 6

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30, \quad x\in(1;3]$$

$$\frac{4x-3}{2x-2} = \frac{4x-4+1}{2x-2} = 2+\frac{1}{2x-2}$$



$$y = 2+\frac{1}{2x-2}$$

Как видно по графику при $x\in(1;3]$ ф-я убывает; $y\in\left(\frac{9}{4};+\infty\right)$

$$8x^2-34x+30 = 2(4x^2-17x+15)$$

$$y = 2(4x^2-17x+15)$$

$$x_в = \frac{17}{8} = 2\frac{1}{8}$$

На промежутке от $(1; 2\frac{1}{8}]$ – функция убывает
От $[2\frac{1}{8}; 3]$ – возрастает

По графикам видно, что: 1) $y = ax + b \leq \frac{9}{4}$, при $x = 3$
2) $y = ax + b > 4$, при $x = 1$

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{4} \geq 3a + b \\ 4 < a + b \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{9}{4} \geq \cancel{3}^{2}a + 4 - \cancel{a} \\ b \geq 4 - a \end{cases}$ $\begin{cases} a \leq -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} & a \leq -\frac{3}{4} \\ b > 4\frac{3}{4} \end{cases}$

3) $y = ax + b \geq 0$, при $x = 3$

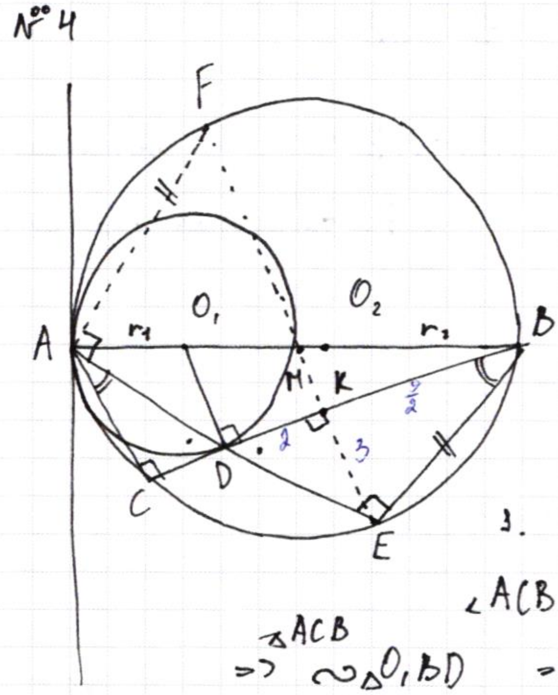
$\frac{9}{4} \geq 3a + b \geq 0$

$\frac{9}{4} \geq 2a + 4 \geq 0$ $\Rightarrow$ $6 > b > 4\frac{3}{4}$

$-\frac{3}{4} \geq a \geq -2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



Дано: $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$

Найти:

1. r_1 и r_2 - радиусы ω и Ω
2. $\angle AFE$
3. $S_{\triangle AEF}$

Решение:

1. CB - касательная к $\omega \Rightarrow O_1D \perp CB$

$\angle ACB$ опирается на диаметр $\Omega \Rightarrow \angle ACB = 90°$

$\Rightarrow \triangle ACB \sim \triangle O_1BD \Rightarrow \frac{O_1B}{AO_1} = \frac{BD}{CD} = \frac{13}{5}$, $\frac{BD}{CB} = \frac{BO_1}{AB} = \frac{13}{18}$

Пусть $r_1 = 5x \Rightarrow O_1B = 13x$, $AB = 18x$

По т. Пифагора: $O_1B^2 = O_1D^2 + DB^2 \Rightarrow \frac{169}{4} = 169x^2 - 25x^2 = 144x^2$

$\Rightarrow x^2 = \frac{169}{4 \cdot 144} \Rightarrow x = \frac{13}{24} \Rightarrow AB = \frac{18 \cdot 13}{24} = \frac{39}{4}$, $r_1 = \frac{65}{24} = 2\frac{17}{24}$

$r_2 = \frac{AB}{2} = \frac{39}{8}$

2. $\angle AEB$ опирается на диаметр $\Rightarrow \angle AEB = 90°$
$\angle ADC = \angle BDE$ (вертикальные)
$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle DEB$

$\Rightarrow \frac{CD}{DE} = \frac{AC}{BE}$, $AC = \sqrt{AB^2 - CB^2} = \sqrt{\frac{225}{16}} = \frac{15}{4}$

$\Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{DE}{BE} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow$ Пусть $DE = 2y$, $BE = 3y \Rightarrow \frac{169}{4} = 4y^2 + 9y^2$

$\Rightarrow y^2 = \frac{169}{13 \cdot 4} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow DE = \sqrt{13}$, $BE = \frac{3\sqrt{13}}{2}$

$BC \perp EF \Rightarrow \angle EKB = \angle BED = 90° \Rightarrow \triangle BEK \sim \triangle BED$ (по 2-м углам)

$\Rightarrow \frac{BK}{BE} = \frac{BE}{BD} \Rightarrow BK = \frac{BE^2}{BD} = \frac{9 \cdot \cancel{13} \cdot \cancel{2}}{\cancel{4}_2 \cdot \cancel{13}} = \frac{9}{2}$; $\frac{KE}{DE} = \frac{BE}{BD} \Rightarrow KE = \frac{BE \cdot DE}{BD} =$

$= \frac{3 \cdot \cancel{13} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{13}} = 3$; $DK = BD - BK = \frac{13-9}{2} = 2$

$\triangle AFB \sim \triangle DEB$ $(\angle AFB = \angle CEB = 90°, \angle FAB = \angle FEB = \angle EDB)$

$\Rightarrow \frac{ED}{AF} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow AF = \frac{3ED}{2} = \frac{3\sqrt{13}}{2} \Rightarrow AF = EB$

$\left.\begin{array}{l} \angle AFE = \angle ABE \\ \angle FAB = \angle FEB \\ AF = EB \end{array}\right| \Rightarrow \triangle AFM = \triangle MBE \Rightarrow AM = MB = r_2 \Rightarrow$ M совпадает с O_2 и FE является диаметром

$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \angle FAE = 90° \\ \angle AEF = \operatorname{arctg}\frac{2}{3} \end{array}\right| \Rightarrow \angle AFE = 90° - \operatorname{arctg}\frac{2}{3}$

3. $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{\frac{225}{16} + \frac{25}{4}} = \frac{5\sqrt{13}}{4}$

$AE = AD + DE = \frac{5\sqrt{13}}{4} + \sqrt{13} = \frac{9\sqrt{13}}{4}$

$\Rightarrow S_{\triangle AFE} = \frac{1}{2} AE \cdot AF = \frac{1}{2} \cdot \frac{9\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{3\sqrt{13}}{2} = \frac{27 \cdot 13}{16} = \frac{351}{16} = 21\frac{15}{16}$

Ответ: $r_1 = 2\frac{17}{24}$, $r_2 = 4\frac{7}{8}$; $\angle AFE = 90° - \operatorname{arctg}\frac{2}{3}$; $S_{\triangle AFE} = 21\frac{15}{16}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

$\sin 2\alpha = 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha$ $\quad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1-2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 3$

$\sin^2\alpha =$ $\quad \sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} =$

$= 2\sin\frac{4\alpha+4\beta}{2}\cos\frac{4\beta}{2} = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta$

X 1) $\begin{cases} \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{8}{17} \\ \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \end{cases}$

$\Rightarrow \cos 2\beta\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) = -\frac{8}{17} \Rightarrow \cos 2\beta = \frac{8\cdot\sqrt{17}}{\sqrt{17}\cdot 2} = \frac{8}{\sqrt{17}}$ — не сущ-ет.

2) $\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha$

$\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta) = \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos(2\alpha+2\beta)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sin 2\alpha\cdot\cos^2 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\beta\cdot\cos 2\alpha + \sin 2\beta\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin^2 2\beta\cos 2\alpha = c$

s $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

2. $\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-9x-3y+2} & (1) \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 & (2) \end{cases}$ $(1) \to \boxed{3y-2x \geq 0}$ $y \geq \frac{2x}{3}$

(1) $\uparrow^2$ $9y^2-6xy+4x^2-3xy+2x+3y-2=0$

$9y^2-9xy+3y+4x^2+2x-2=0 \Rightarrow$

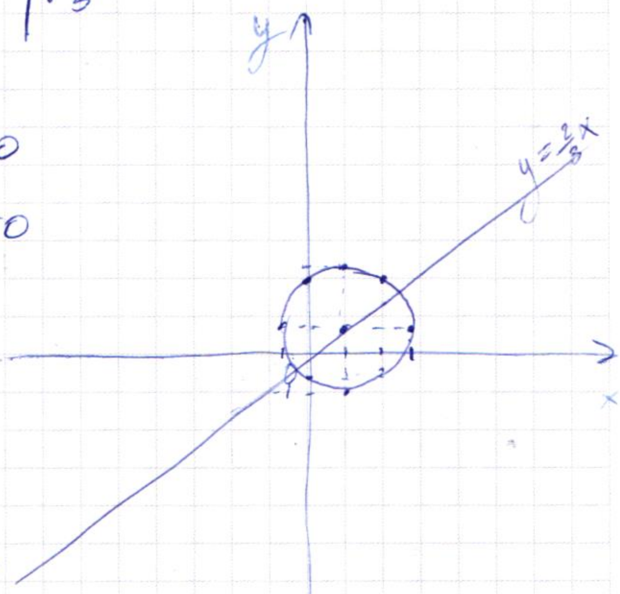
(2) $3y^2-4y+3x^2-6x-4=0 \quad |\cdot 3$

$9y^2-12y+9x^2-18x-12=0$

$9y^2-12y+9x^2-18x+9-21=0$

$9y^2-12y+4+9x^2-18x+9-25=0$

$(3y-2)^2+(3x-3)^2=25$



— ~~сфера~~ окружность, смещая по оси OY

(1) $9y^2-9xy+3y+4x^2+2x-2=0$

$9y^2-12xy+4x^2+3xy+3y+2x-2=0$

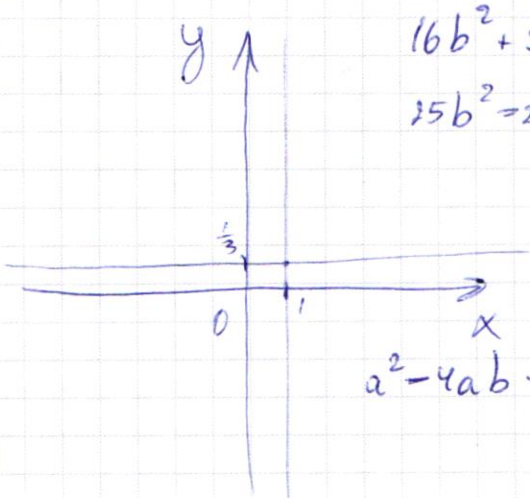
$(3y-2x)^2-3y(x-1)+2(x-1)=0$

$(x-1)(2-3y)+(3y-2x)^2=0$

$(3y-2x)^2=(1-x)(2-3y)$

$16b^2+9b^2=25$

$25b^2=25$



$\log_4 5-\log_4 4=\log_4 \frac{5}{4}$

$t^{\log_4 \frac{5}{4}}=1$

$\Rightarrow \log_4 \frac{5}{4}=0$ $\quad t^{\log_4 \frac{5}{4}}<1$

$t\in 0;1$

$a^2-4ab+4b^2-ab=$

$a^2-4b+4b^2=ab \quad \Rightarrow \quad 25-9b^2-4b+4b^2=ab$

$a^2=25-9b^2 \quad\quad -5b^2-4b+25=\cancel{ab}\ 25b-9b^3$

$a^2-ab-4b+4b^2=0 \quad\quad 9b^3-5b^2-29b+25=0$

$9b(b^2-1)+5(1-b^2)-20(b-1)=0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$3^{\log_4(x^2+6x)} + x^2 + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}$

$\exists \; x^2+6x = t \Rightarrow 3^{\log_4 t} + t \geq |t|^{\log_4 5}$

$3^{\log_4 t} \geq |t|^{\log_4 5} - t$, $t > 0$ (условие для $\log_4 t$)

$\Rightarrow 3^{\log_4 t} \geq t^{\log_4 5} - t$ $\quad \log_3 t$

$3^{\log_4 t} > t\left(t^{\log_4 5 - 1} - 1\right) \Rightarrow \underset{>0}{3^{\log_4 t}} \geq \underset{>0}{t}\left(t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1\right)$

Пусть: $a = b \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases}$

$b = 4 - a \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{3} \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -\frac{2}{3} \\ x = 0 \end{cases}$

Проверка: $\quad 3-4 = \sqrt{\quad}$ $\quad 4 \cdot 4 - 34 + 15 = \quad \begin{array}{r} \times\, 17 \\ 3 \\ \hline 51 \end{array}$

$-1 = \sqrt{\quad}$ $\quad = 15 - 34 = -3$

$2 = \sqrt{12 - 4 - 6 + 2}$ $\quad 1 - 0 = \sqrt{\ldots}$ $\quad \begin{array}{r} +\,16 \\ 15 \\ \hline 31 \end{array}$

$2 = 2$

$\sqrt{-1+2}$

$-2 = \sqrt{\ldots}$

$36 - 51 + 15 =$

$1 = 1$

51

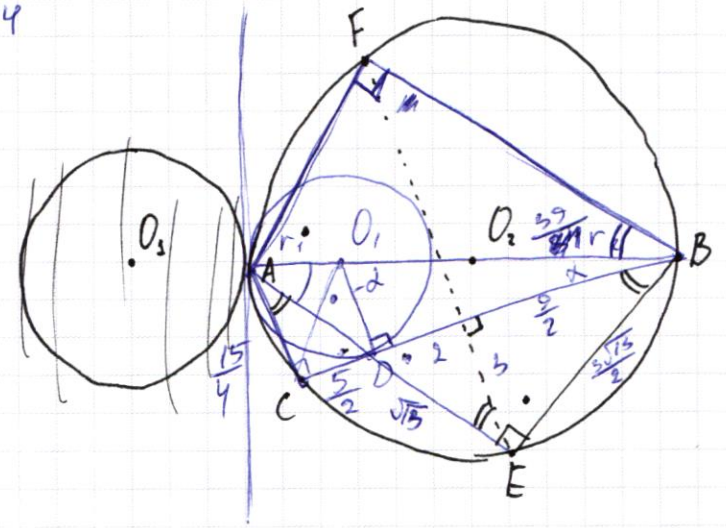
$(3y-2)^2 + (3x-3)^2 = 1 + 9 = 10 \neq 25$

$= 16 + 9 = 25$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№ 4



r_1, r_2 - ?

$\angle AFE$ - ?

S_{AEF} - ?

1) $\triangle ACB \sim \triangle O_1DB$

$CD = \frac{5}{2}$ $BD = \frac{13}{2}$

$AC = \sqrt{\frac{1521}{16} - \frac{324}{4}}$

$= \sqrt{\frac{225}{16}}$

$BD = \frac{13}{2}$

$\frac{BK}{BE} = \frac{BE}{BD}$

$\frac{KE}{DE} = \frac{BE}{BD}$

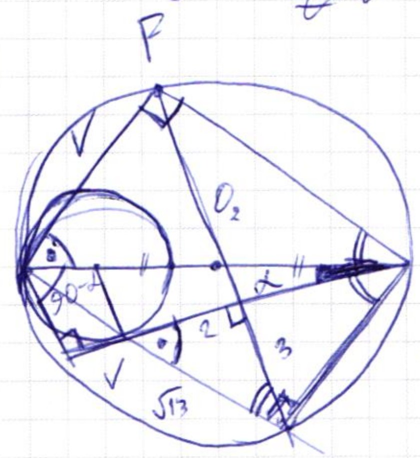
$39 \cdot 39 = 1521$, $18 \cdot 18 = 324$, $324 \cdot 4 = 1296$

$1521 - 1296 = 225$

$27 \cdot 13 = 351$

$BE = \frac{3\sqrt{13}}{2}$ $DE = \sqrt{13}$

$\frac{225+100}{16} = \frac{325}{16}$



$\triangle AFB \sim \triangle DEB$

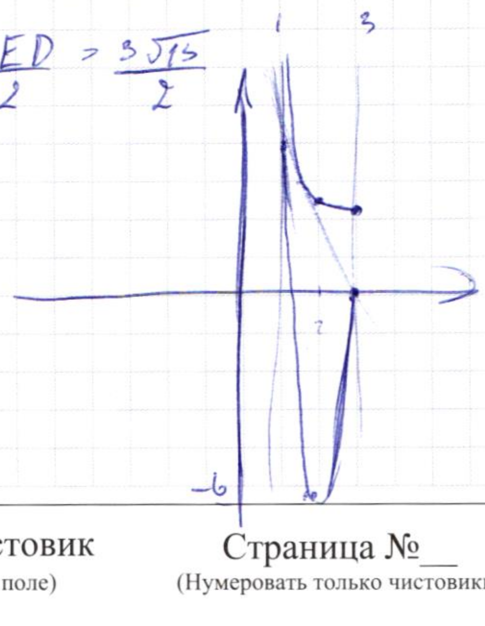
$\Rightarrow \frac{ED}{AF} = \frac{BD}{AB} = \frac{13}{2} \cdot \frac{4}{39} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow AF = \frac{3ED}{2} = \frac{3\sqrt{13}}{2}$

$25 \cdot 13$

$65 - 48 = 17$

$48 + 17 = 65$



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)