МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13} - 18x$ $\qquad \log_{12}(x^2+18x) = t$

$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2+18x \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}$ $\qquad x^2+18x = 12^t$

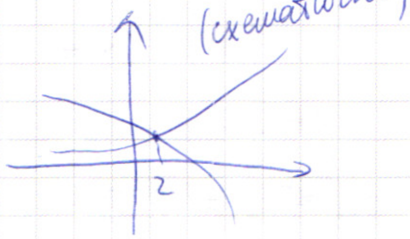
$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2+18x \geq (x^2+18x)^{\log_{12}13}$ $\qquad$ ОДЗ: $x^2+18x > 0$

$5^t + 12^t \geq 12^{t\log_{12}13} \quad \Big| : 12^t > 0$

$\left(\frac{5}{12}\right)^t + 1 \geq 12^{t\log_{12}\frac{13}{12}}$

Заметим, что при $t=2$ – равенство

$f(x) = \left(\frac{5}{12}\right)^t + 1 - \downarrow$ (убывает) $\qquad g(x) = \left(\frac{13}{12}\right)^t \uparrow$ (возрастает) $\Rightarrow$



$\Rightarrow$ При $t \leq 2$ $\left(\frac{5}{12}\right)^t + 1 \geq \left(\frac{13}{12}\right)^t$

$\log_{12}(x^2+18x) \leq 2$

$x^2+18x \leq 144$

$x^2+18x-144 \leq 0 \Rightarrow \frac{D}{4} = 81+144 = 225 = (15)^2 \Rightarrow x_1 = -9+15 = 6$

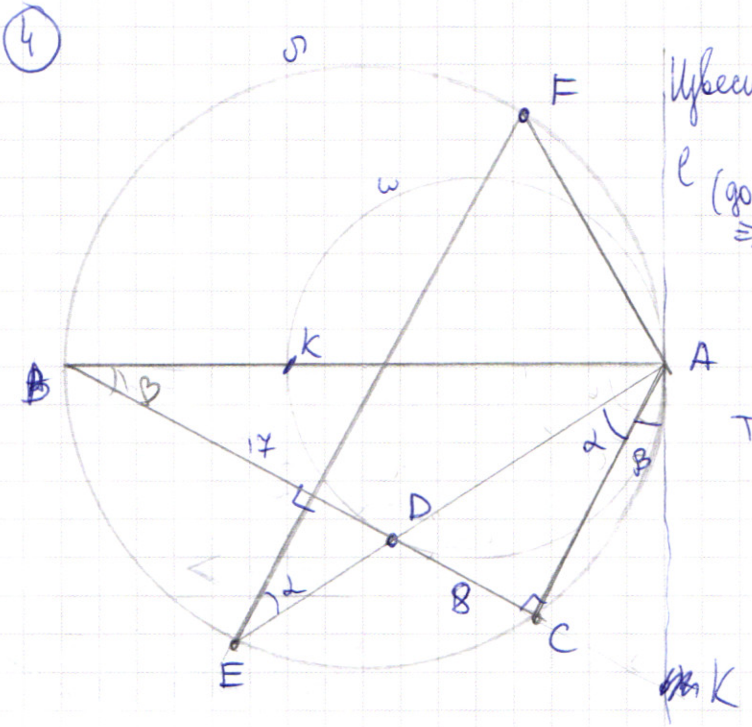
$x_2 = -9-15 = -24$

$\Rightarrow x \in [-24; 6]$, но еще учтем ОДЗ $(x^2+18x>0) \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in [-24; -18) \cup (0; 6]$

Ответ: $x \in [-24; -18) \cup (0; 6]$

4



Известно, что при таких условиях AD - бис-са $\angle BAC$
(док-во этого факта в конце реш-я)

$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD} = \frac{8x}{17x}$

$\triangle ACB$ - прямоуг (т.к. AB - диам)

Тогда $17^2x^2 - 8^2x^2 = 625$

$(289-64)x^2 = 625$

$(15)^2x^2 = (25)^2$

$x^2 = \left(\frac{25}{15}\right)^2$

$x = \frac{5}{3}$

$\Rightarrow AB = 17x = 17 \cdot \frac{5}{3}$

$AC = 8x = 8 \cdot \frac{5}{3}$

AB - диаметр Ω $\Rightarrow R_\Omega = \frac{17 \cdot 5}{2 \cdot 3} = \frac{85}{6}$

$\deg(B)_\omega = 289 = BK \cdot BA \Rightarrow BK = \frac{289}{\frac{85}{3}} = \frac{289 \cdot 3}{85} = \frac{17 \cdot 3}{5} = \frac{51}{5}$

$AK = AB - BK = \frac{85}{3} - \frac{51}{5} = \frac{425-153}{15} = \frac{272}{15}$

AK - диам ω $\Rightarrow r_\omega = \frac{\frac{272}{15}}{2} = \frac{136}{15}$

$AD^2 = AC^2 + DC^2 = 64 + \frac{1600}{9} = \frac{2176}{9} = \frac{2^6 \cdot 34}{9}$

$AD = \frac{8}{3}\sqrt{34}$

$AD \cdot ED = CD \cdot BD \Rightarrow ED = \frac{8 \cdot 17}{\frac{8}{3}\sqrt{34}} = \frac{3}{2}\sqrt{34}$
(т.к. хорды)

$EA = \frac{3}{2}\sqrt{34} + \frac{8}{3}\sqrt{34} =$

$= \frac{9+16}{6}\sqrt{34} = \frac{25}{6}\sqrt{34}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 продолж

$$\frac{EA}{\sin\angle AFE} = 2R$$

$$\sin\angle AFE = \frac{EA}{2R} = \frac{\frac{25}{6}\sqrt{34}}{\frac{17\cdot 5}{3}} = \frac{5\sqrt{34}}{34} = \frac{5}{\sqrt{34}}$$

$\angle CAD = \angle DAF = \alpha$

(т.к. $AC \perp BC$ $EF \perp BC \Rightarrow AC \parallel EF$)

$$\sin\alpha = \frac{CD}{AD} = \frac{8}{\frac{8}{3}\sqrt{34}} = \frac{3}{\sqrt{34}} = \sin\angle AEF \qquad \frac{AF}{\sin\alpha} = 2R$$

$$AF = \frac{3}{\sqrt{34}} \cdot \frac{17\cdot 5}{3} = \frac{85}{\sqrt{34}}$$

$$\cos\angle AEF = \sqrt{1 - \frac{9}{34}} = \frac{5}{\sqrt{34}} = \sin\angle AFE \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ $\triangle AFE$ – прямоуг причем $\angle EAF = 90°$

Тогда $$S_{\triangle FAE} = \frac{AF \cdot AE}{2} = \frac{\frac{85}{\sqrt{34}} \cdot \frac{25}{6}\sqrt{34}}{2} =$$

$$= \frac{85 \cdot 25}{12} = \frac{2125}{12}$$

(Док-во к тому, что AD – бис-са Проведем $l \perp AB$ – касательная

$\angle KAC = \angle ABC = \beta$ $AK = KD$ (отрезки касат) $\Rightarrow \angle ADK = \alpha + \beta = \angle KAD$
(т.к. $\angle$ между кас и хорд

$\angle ADB = 180 - (\alpha+\beta)$ $\angle DAB = 180 - (180 - (\alpha+\beta)) - \beta = \alpha \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \angle CAD$ чтд)

Ответ: $R_\Omega = \frac{85}{6}$ $R_\omega = \frac{136}{15}$

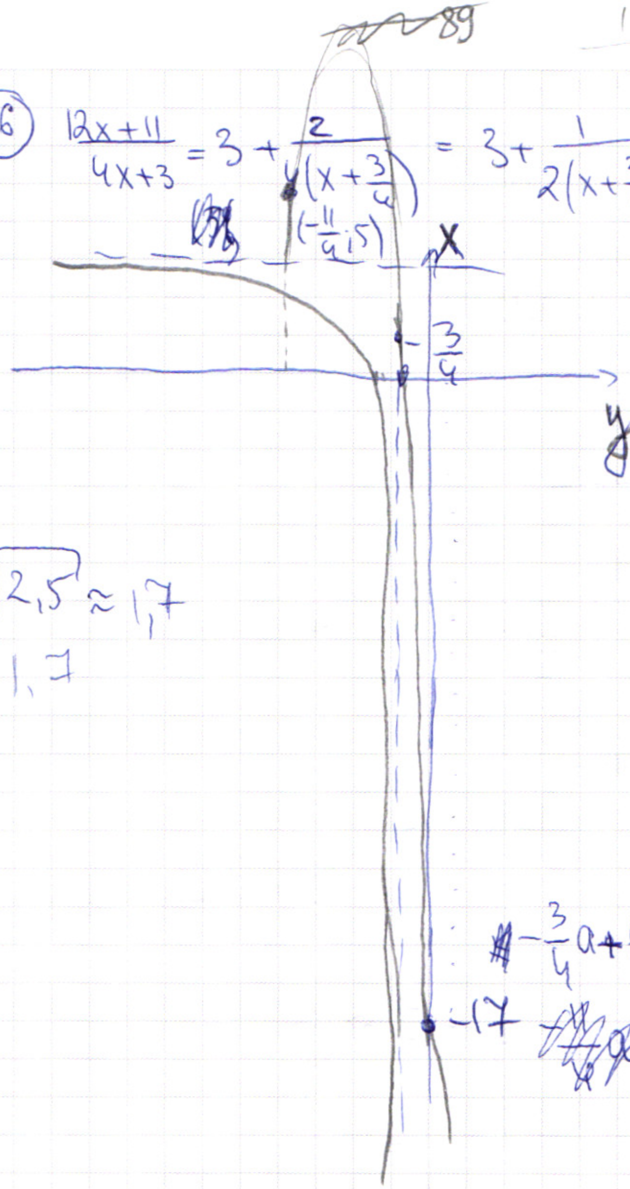
$\angle AFE = \arcsin\frac{5}{\sqrt{34}}$

$S_{AFE} = \frac{2125}{12}$

~~89~~ 89

⑥ $\frac{12x+11}{4x+3} = 3 + \frac{2}{4\left(x+\frac{3}{4}\right)} = 3 + \frac{1}{2\left(x+\frac{3}{4}\right)}$ – гиперб с вертик асимпт $x = -\frac{3}{4}$

с гориз асим $y = 3$



$y = -8x^2 - 30x - 17$

$x_в = \frac{30}{-16} = -\frac{15}{8}$

$y_в = -\frac{8 \cdot 225}{8 \cdot 8} + \frac{15 \cdot 15}{4} - 17 =$

$= \frac{450}{8} - \frac{225}{8} - 17 = \frac{225}{8} - 17 =$

$= \frac{225 - 136}{8} = 89$

$\sqrt{2,5} \approx 1,7$

1,7

$-\frac{3}{4}a + b \leq 1$

$\frac{11}{4} \leq -\frac{11}{4}a + b \leq 5$

$2 - \frac{2}{3}$

$\frac{24 \cdot 24}{96}$ $\frac{48}{576}$

$\frac{24}{25}$

$9(y-1)^2 = \frac{24^2}{25}$

$(y-1)^2 = \left(\frac{24}{3 \cdot 5}\right)^2$

$y - 1 = \frac{24}{15}$

$y - 1 = -\frac{24}{15}$

$y = 1 - \frac{24}{15} =$

$y = x - 1$

$y = \frac{3}{5} - 1 = \frac{2}{5}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2) $\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2 \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25 \end{cases}$

$4y^2-5xy+2y+x^2+x-2=0$

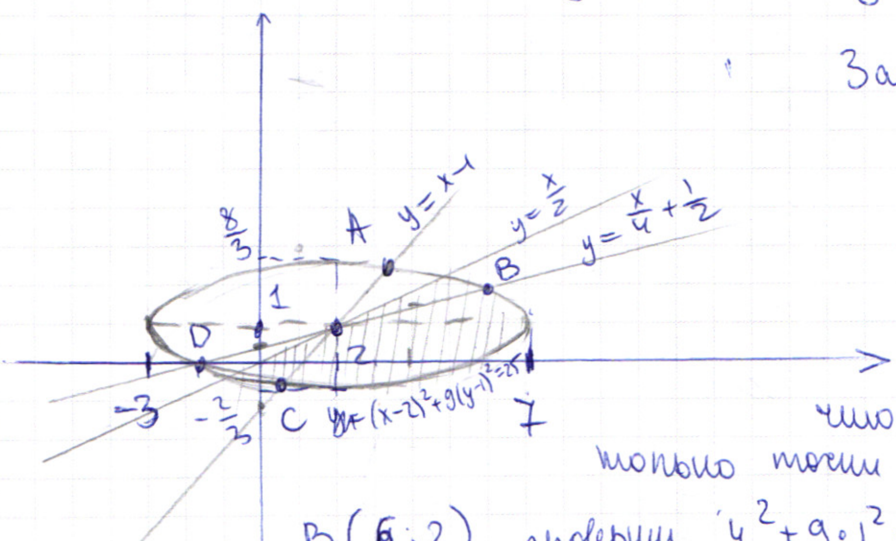
$4y^2-y(5x-2)+x^2+x-2=0$

$D=25x^2-20x+4-16x^2-16x+32=$

$=9x^2-36x+36=(3x-6)^2$

$y=\dfrac{5x-2+3x-6}{8}=x-1$

$y=\dfrac{5x-2-3x+6}{8}=\dfrac{2x+4}{8}=\dfrac{x}{4}+\dfrac{1}{2}$



Заметим, что $x-2y\geq 0$

Т.к $x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}$

$y\leq\dfrac{x}{2}$

Тогда заметим, что нам подходят только точки B и C

B(6;2) проверим $4^2+9\cdot1^2=25$ подх

$\dfrac{6}{4}+\dfrac{1}{2}=2$

$\Downarrow$

$\boxed{x=6\ \ y=2}$

$xy-x-2y+2>0$ $(x-2)(y-1)>0$ $\Rightarrow$ при $x<2$ $y<1$

$\cancel{x = \frac{7}{5}}$

$$\cancel{\frac{49}{25} + 9(y-1)^2 = 25}$$

$$\cancel{9(y-1)^2 = \frac{625-49}{25} = \frac{576}{25}}$$

$$\cancel{(y-1)^2 = \left(\frac{24}{5^2 \cdot 3^2}\right)^2}$$

$$\cancel{y = 1 + \frac{24}{15}}$$

$$\cancel{y = 1 - \frac{24}{15} = \frac{15-24}{15} = -\frac{9}{15} = -\frac{3}{5}}$$

Для точки C

$$\boxed{y = x-1}$$

$$(x-2)^2 + 9(x-1-1)^2 = 25$$

$$10(x-2)^2 = 25$$

$$(x-2)^2 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$\cancel{(x-2)^2}$ $x-2 = \sqrt{\frac{5}{2}}$ т.к. ~~корень~~ x_c (из графика) явно < 1 ~~подх~~

то $x-2 = \sqrt{\frac{5}{2}}$ не подх

$$x-2 = -\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = 2 - \sqrt{\frac{5}{2}} \quad y = x-1 = 2-\sqrt{\frac{5}{2}} - 1 = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$\cancel{y = x-1 = 2-\sqrt{\frac{5}{2}} - 1 = 1-\sqrt{\frac{5}{2}}}$

Ответ: $(6;2)$, $\left(2-\sqrt{\frac{5}{2}};\ 1-\sqrt{\frac{5}{2}}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} = \sin2\alpha\cos2\beta + \sin2\beta\cos2\alpha$ (1)

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha = -\frac{4}{5}$ ⊜

$= \sin2\alpha\cos4\beta + \cos2\alpha\sin4\beta + \sin2\alpha = \sin2\alpha(\cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta + 1) + \cos2\alpha\sin4\beta =$

$\cos^2 2\beta$

$= 2\sin2\alpha\cdot\cos^2 2\beta + 2\cos2\alpha\sin2\beta\cdot\cos2\beta =$

$= 2\cos2\beta(\underbrace{\sin2\alpha\cos2\beta + \sin2\beta\cos2\alpha}_{= -\frac{1}{\sqrt5} \text{ из (1)}}) \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\cos2\beta\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) = -\frac{4}{5}$ $\quad 2\cos2\beta = \frac{4}{\sqrt5}$

$\cos2\beta = \frac{2}{\sqrt5}$

$|\sin2\beta| = \frac{1}{\sqrt5}$

Подставим в 1 $\quad$ 1) пусть $\sin2\beta > 0$

$\sin2\alpha\cdot\frac{2}{\sqrt5} + \frac{1}{\sqrt5}\cdot\cos2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$2\sin2\alpha + \cos2\alpha = -1$

$4\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha - 1 = -1$

$4\sin\alpha\cos\alpha = -2\cos^2\alpha$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{1}{2} = \mathrm{tg}\,\alpha$

2)] $\sin2\beta < 0$

$\sin2\alpha\frac{2}{\sqrt5} - \frac{1}{\sqrt5}\cos2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5} \quad \Big|\cdot\sqrt5$

$2\sin2\alpha - \cos2\alpha = -1$

$4\sin\alpha\cos\alpha - (1-2\sin^2\alpha) = -1$

$4\sin\alpha\cos\alpha = 2\sin^2\alpha$

1) $\sin\alpha = 0$ 2) $\sin\alpha \neq 0$

$tg\alpha = 0$

$4\cos\alpha = 2\sin\alpha$

$tg\alpha = 2$

Ответ: $tg\alpha = 0$, $tg\alpha = -\frac{1}{2}$, $tg\alpha = 2$

5 Заметим, что $f(p)>0$ т.к. $p>0$ $[p/4]>0$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

можно разложить так, что a и b простые

$\Rightarrow f > 0$

Ответ: таких нет

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\sin2\alpha\cos2\alpha + \cos2\alpha\sin2\beta$ $\quad \sin2\alpha\cos4\beta + \cos2\alpha\sin4\beta + \sin2\alpha = -\frac45$

$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) =$ $\quad \sin2\alpha(\cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta + 1)$

$= 2\sin\alpha\cos\beta(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta)$ $\quad \cos^2 2\beta \;\; 1-\sin^2\alpha = \cos^2\beta$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha = \sin2\alpha\cos4\beta + \cos2\alpha\sin4\beta + \sin2\alpha =$

$= \sin2\alpha(\cos4\beta+1) + \cos2\alpha\sin4\beta = \sin2\alpha(\cos^2 2\beta - \underbrace{(\sin^2 2\beta + 1)}_{=\cos^2 2\beta}) + \cos2\alpha\sin4\beta =$

$= 2\sin2\alpha\cos^2 2\alpha + 2\sin2\alpha\cos^2 2\alpha = 4\sin2\alpha\cos^2 2\alpha$

$$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy-x-2y+2} = \sqrt{x(y-1)-2(y-1)} = \sqrt{(x-2)(y-1)} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$(x^2-4x+4) + (3y)^2 - 2\cdot3y\cdot3 + 9 = 25$

$(x-2)^2 + (3y-3)^2 = 25$

$(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25$

$2-\frac35 =$

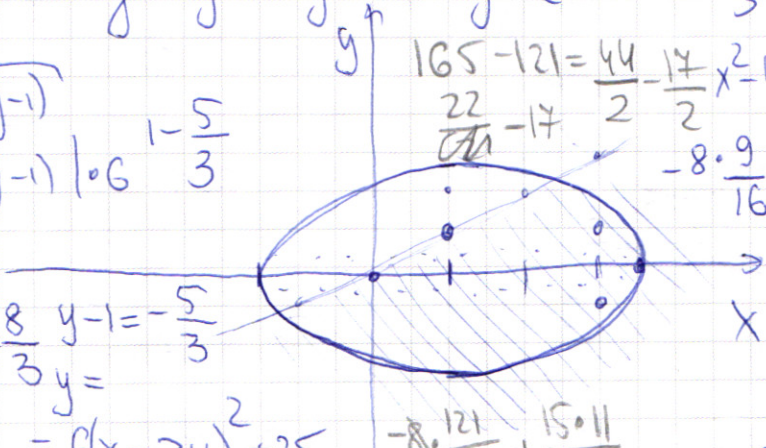
$x-2y = \sqrt{(x-2)(y-1)}$

$(y-1)^2 = \frac{25}{9}$ $\quad x-2y \ge 0$

$y-1 = \frac53$ $\quad y \le \frac{x}{2}$

$\frac83$

$x^2-4xy+4y^2 = xy-x-2y+2$



$165-121 = \frac{44}{2} - \frac{17}{2}$ $\quad x^2-4xy+4y^2 = xy-x-2y+2$

$\frac{22}{\cancel{121}} - 17$

$-8\cdot\frac{9}{16} + \frac{45}{2} - 17 =$

$= 18-17 = 1$

$x-2y = \sqrt{(x-2)(y-1)}$

$(x-2y)^2 = (x-2)(y-1) \;|\cdot 6$ $\quad 1-\frac53$

$(y-1)^2 = \frac{25}{9}$

$y-1 = \frac53$ $\quad y = \frac83$ $\quad y-1 = -\frac53$

$y =$

$(x-2+3y-1)^2 = 6(x-2y)^2 + 25$

$-8\cdot\frac{121}{16} + \frac{15\cdot11}{2}$

$\sin2\alpha\cos2\beta + \cos2\alpha\sin2\beta$

$(x-2)^2 + 3(y-1)^2 = 5^2$ $\quad x-2y = \sqrt{(x-2)(y-1)}$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq (x^2+18x)^{\log_{12}13} - 18x$

$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2+18x \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}$

$5^t + 12^t \geq 12^{t\cdot\log_{12}13} \quad |:12^t$

$\left(\frac{5}{12}\right)^t + 1 \geq 12^{t\log_{12}\frac{13}{12}}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 1 пересечение

$\boxed{t=2 \text{ решение}}$

$\Rightarrow \boxed{t \leq 2}$

$\log_{12}(x^2+18x) = t$

$12^{\log_{12}(x^2+18x)} = 12^t$

$t(\log_{12}13) - t = $

$= t(\log_{12}13 - 1) =$

$= t\left(\log\frac{13}{12}\right)$

$x^2+18x>0$

$x(x+18)>0$

$x \in (-\infty;-18) \cup (0;+\infty)$

$\log_{12}(x^2+18x) \leq 2$

$x^2+18x \leq 144$

$x^2+2\cdot 9x-144 \leq 0$

$D = 81+144 = 225 = (15)^2$

$x_1 = -9+15 = 6$

$x_2 = -9-15 = -24$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (-24;-18) \cup (0;6)$

$x+\frac{3}{4} = -\frac{2}{3}$

$x = -\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = -\frac{8-9}{12} = -\frac{17}{12}$

$\frac{8}{\frac{8}{9}\sqrt{34}} = \frac{9\sqrt{34}}{\sqrt{34}}$

$64 \times 9 = 576$

$\frac{AC}{AK} = AB$

$5^{-7}+12^{-7}$ $\quad 12^{-7\log_{12}13}$

$85^2 = 13$

$2176 | 2$, $1088 | 2$, $544 | 2$, $272 | 2$, $136 | 2$, $68 | 2$, $34 | 2$, 17

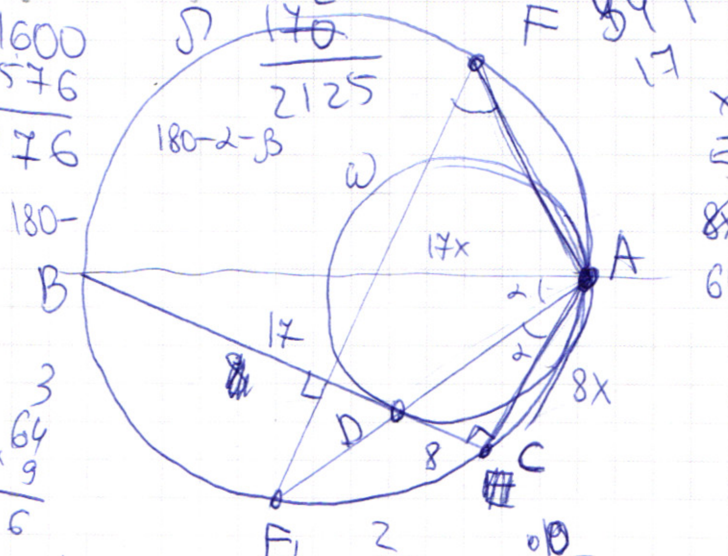
$90-\alpha-\beta$

$180-90+\alpha+\beta-\alpha$

$85 \times 25 = 425$

$\frac{170}{2125}$

$1600 + 576 = 2176$



$\frac{CK}{AK} = \frac{AK}{BK}$

$64 \times 9 = 576$

$289 + 64 = 353$

$64x^2+289x^2=625$

$289 - 64 = 225$

$225x^2=625$

$x^2 = \frac{25\cdot25}{15\cdot15} = \frac{25}{9}$

$x = \frac{5}{3} \Rightarrow AC =$

$64 \times 9 = 576$

$2176 | 2$, $1088 | 2$, $544 | 2$, 2

$64 \times 34 = 256 + 192 = 2176$

$85 \times 25 = 125 + 200$

$425 - 153 = 272$ $\quad 180-$

$85 \times 5 = 425$

17×5

$51\cdot3 = 153$

$x^2+y^2+y+x=y+x^2+xy$

$5y^2+5xy=y+xy+5x+9$

$5y^2+4xy=5x+20y+10$

x^2+18x

$x_0 = -\frac{9}{2}$

$\frac{81}{4}$

$x^2-4xy+4y^2 = x^2+9y^2$

$xy-x-2y+4x+18y+12$

$2-6-4+2 = 6-4-1-6$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^2 - \cancel{2xy} + 4y^2 = 5xy - x - 2y + 2 \mid \cdot 6$

$x^2 + 9y^2 = 4x + 18y + 12$

$\cancel{5y^2 = 5x + 20y - 5xy + 10}$

$\cancel{y^2 = x + 4y - xy + 2}$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$ для $\forall$ простого

$1 \le x \le 24$

$1 \le y \le 24$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

$f(7) = 2$

$f(7) = f(1) + f(7)$ $f(7) =$

$= f(1) = 0$

$f(15) = f(1) + f(5)$

$5x^2 + 15y^2 = 30xy - 10x - 30y \mid : 5$

$x^2 + 3y^2 = 6xy - 2x - 6y$

$(x + 3y)(y + x) = xy + 3y^2 + x^2 + 3xy = x^2 + 3y^2 + 4xy$

$y = \frac{8}{3}$

$3y - 3 = 5$

$3y - 3 = -5$

$y = \frac{-2}{3}$

$\cancel{14xy - 2x - 6y}$

$\cancel{2(7xy - x - 3y)}$

$10xy - 2x - 6y$

$2(5xy - x - 3y)$

$5y^2 = 5x + 20y - 5xy + 10$

$2(x + 3y)$ $10xy - 2x - 6y$

$(2x + 6)($

$(5y - x)(5y - x)$ $(ax - b)(cy - d)$

$\cancel{acxy - bcy - adx} + bd?$

$x = 2$ $9(y-1)^2 = 25$

$(y-1) = \frac{+5}{-3}$

$y = \frac{8}{3}$

$y =$ $y = 1$ $x =$

$x^2 - 2xy + 4y^2 = xy - x - 2y + 2$

$x^2 - x(5y + 1)$

$\frac{5}{3}$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$\frac{25}{9}$

$\frac{25 \cdot 9 - 25}{9}$

$\frac{16}{9}$

$\frac{25 \cdot 9 - 16}{9}$

$y \ne \frac{1}{3}$

$x = \frac{9}{2}$

$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

$x^2 + 9y^2 = 4x + 18y + 12$

$2(2x + 9y + 6)$

$(2x + 3)(3y +$

$8x - 30x - 30$

$\frac{D}{4} = 225 + 160 = 385$

черновик ☐ чистовик

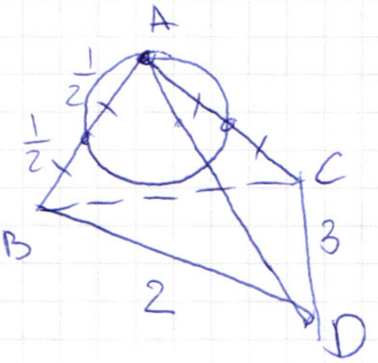
(Поставьте галочку в нужном поле)

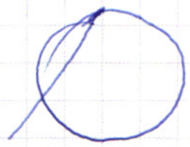
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$y=\frac{1}{2}-\frac{y}{2}=-\frac{1}{2}$ $\left(\frac{1}{2}-2\right)=4\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

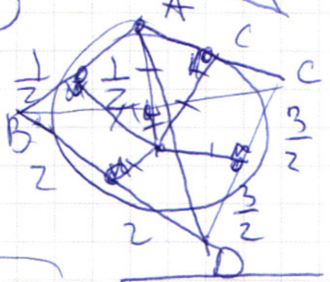
$9(y-1)^2=$

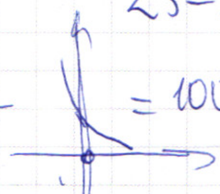




$\frac{12\left(-\frac{11}{4}\right)+11}{4\left(-\frac{11}{4}\right)+3}=\frac{-33+11}{-11+3}=\frac{-22}{-8}=\frac{11}{4}$

$25-\frac{9}{4}=$



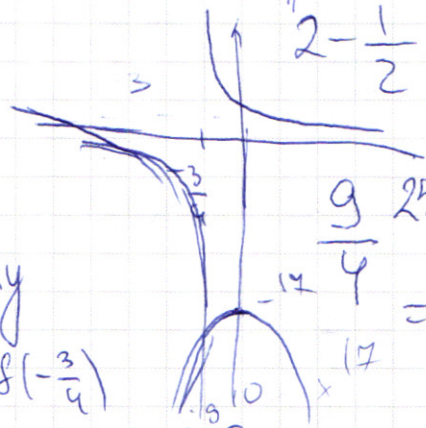


$\frac{1}{x+1}$

$=100-$

$x^2-2xy+4y^2=xy-x-2y+2$

$2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$



$\sqrt{y(x-2)-(x-2)}=\sqrt{(y-1)(x-2)}$

$\frac{9}{4}$ $25-\frac{9}{4}=$

$x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2\ +8xy$

$=\frac{100-9}{4}=$

$(x+2y)^2=9xy-(x+2y)+2$

$f\left(-\frac{3}{4}\right)$

$\cancel{(x+2y)^2}$ $\cancel{(x+2y-1)(x+2y)=9x}$

225
136
89

$=\frac{91}{4}$

$\frac{6\cdot 5}{5}$ $f(ab)=f(2)+f(3)$

17
×8
136

$9(y-1)^2=\frac{91}{4}$

$xy-x-2y+2>0$

$(x-2)$

$12x+11 \mid 4x+3$
$12x+9 \mid 3$

$-(8x^2+30x+17)$ $(y-1)$

$\frac{12x+11}{4x+3}\le ax+b\le -8x^2-30x-17$

$x_B=\frac{30}{-16}=-\frac{15}{8}$ $\frac{D}{4}=225-136=$
$=89$

$3+\frac{2}{4x+3}\le ax+b\le$

$3+\frac{1}{2\left(x+\frac{3}{4}\right)}\le ax+b\le -8x^2-30x-17$

$3+\frac{1}{2\left(-\frac{11}{4}+\frac{3}{4}\right)}=$ $2\frac{3}{4}=$

$\frac{12x+11}{4x+3}=-8x^2-30x-17$

$=3+\frac{1}{2-\cancel{2}}=$

$\frac{25\cdot 15}{16\cdot 9}=\frac{25\cdot 16-25}{16}$

$\frac{25}{16}$

$\frac{5}{4}=2-\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{25\cdot 8}{9\cdot 9}$

$\frac{25\cdot 9-25}{9}=$

$\frac{25}{9}$

$2-\frac{1}{3}=$

$25\cdot 25-64$

$2-a=\frac{7}{5}$ $a=2-\frac{7}{5}=\frac{3}{5}$

$\frac{64}{25}$

■ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)