МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

1) $f(ab) = f(a) + f(b) \Rightarrow f(1\cdot a) = f(a) = f(a) + f(1) \Rightarrow \underline{f(1) = 0}$

2) $f(1) = 0 \Rightarrow f\left(a\cdot\frac{1}{a}\right) = f(1) = f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{f(a) = -f\left(\frac{1}{a}\right)} \Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$

3) $f(p) = [p/4]$ (p - простое) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $f(2) = f(3) = 0$

$f(5) = f(7) = 1$

$f(11) = 2$

$f(13) = 3$

$f(17) = f(19) = 4$

$f(23) = 5$

$\underline{f(p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\cdot\ldots\cdot p_n^{\alpha_n}) = \alpha_1 f(p_1) + \alpha_2 f(p_2) + \ldots + \alpha_n f(p_n)}$

$\Rightarrow \forall a = 2^n\cdot 3^n \Rightarrow f(a) = 0$, ~~а для оставшихся чисел натуральных чисел будет равна f() будет равна сумме сумме f(..), где x^n су.. вхождений в нее простых мн-телей~~

Таким образом для всех чисел делящихся на 5 или на 7 лежащих ~~от~~ 4 до 28 f() будет равна 1, кроме 25; $f(25) = 2$ (т.к. все эти числа представимы как $2^{n_1}\cdot 3^{n_2}\cdot 5^{n_3}$ или $2^{m_1}\cdot 3^{m_2}\cdot 7^{m_3}$; делится и на 7 и на 5 не может, т.к. минимальное такое число 35, что больше 28 (аналогично для всех простых, больших 3)); для всех делящихся на 11 будет равна 2; на 13 – 3; на 17 или 19 – 4; на 23 – 5 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ сущ-вует 8 k, таких, что $f(k)=1$ $\quad k \in [4;28]$, $k \in N$

3 k, таких что $f(k)=2$

2 k, таких что $f(k)=3$

2 k, таких что $f(k)=4$

1 k, такое что $f(k)=5$

$\Downarrow$

9 k, таких, что $f(x)=0$, по количеству чисел делящихся на $5; 7; 11; 13 \ldots; 23$; учитывая что всего чисел от 4 до 28 – 25.

4) $f(x \cdot \frac{x}{y}) < 0 \Rightarrow f(x) - f(y) < 0 \Rightarrow f(x) < f(y)$

Таким образом сущ-вует 9 способов выбрать $x: f(x)=0$, и

и $(25-9)$ способов выбрать $y: f(y)>0$

8 способов выбрать $x: f(x)=1$

$(25-9-8)$ способов выбрать $y: f(y)>1$

и так далее.

То есть всего сущ-вует $9\cdot(25-9) + 8\cdot(25-9-8) + 3(25-9-8-3) + 2(25-9-8-3-2) + 2\cdot(25-9-8-3-2-2)$ пар $(x;y)$ удовл. условиям, т.е. $9\cdot16 + 8\cdot8 + 3\cdot5 + 2\cdot3 + 2 =$

$= \underline{231}$

Ответ $\underline{231 \text{ пара}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

1) Пусть O - центр $\omega \Rightarrow \angle ODB = 90^\circ$ (касат)

1,5) точки A; O; B лежат на одной прямой т.к. O центр ω, ω касается Ω в A, AB - диам (св-во опр-тей)

2) AB - диам Ω, $C \in \Omega$ $\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$

3) $\triangle BDO \sim \triangle BCA$ ($\angle DBO = \angle CBA$; $\angle BDO = \angle BCA$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BO} = \frac{BC}{BD} = \frac{BD+DC}{BD} = \frac{25}{13}$$

4) R - радиус Ω; r - радиус ω $\Rightarrow$

$$\Rightarrow AB = 2R;\ BO = 2R - r \Rightarrow \frac{2R}{2R-r} = \frac{25}{13} \Rightarrow 26R = 50R - 25r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{r = \frac{24}{25}R}}$$

5) ~~$BD^2 = AB\cdot$~~ Пусть AB пересек. ω вторично в точке K $\Rightarrow$

$$\Rightarrow BD^2 = AB \cdot BK \text{ (касат и секущая)}$$

$$BK = AB - AK = 2R - 2r \Rightarrow 169 = 2R(2R - 2r)$$

6) $169 = 4R^2 - 4R\cdot r = 4R^2\left(1 - \frac{24}{25}\right) = \frac{4}{25}R^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \underline{\underline{R = \frac{13\cdot 5}{2} = \frac{65}{2}}} \Rightarrow \underline{\underline{r = \frac{12\cdot 13}{5}}}$$

7) $\angle AFE = \angle ABE$ (опир на одну дугу)

~~$\angle ABE = \angle B$~~

$EF \parallel AC$, т.к. $EF \perp BC$ и $AC \perp BC$, и $OD \parallel EF$, т.к $OD \perp BC \Rightarrow$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$\Rightarrow \angle ADO = \angle DAC = \angle DEF$ (при $\parallel$ прямых)

$\angle ABF = \angle FEA$ (на одну дугу)

8) $\angle ODA = \angle OAD$ (р/б трк $\triangle ODA$ $AO = OD = r$)

9) $\angle ABF = \angle EFB = \angle FEA = \angle BAE \Rightarrow$

$\Rightarrow AE \parallel BF$ (по н.л. углам для секущих FE; AB)

10) $\left.\begin{array}{l} \angle BEA = \angle BFA = 90^\circ \\ AE \parallel BF \end{array}\right\} \Rightarrow AFBE$ - прямоугольник $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = EF$

11) ~~$\angle AFE = \angle ABE = \angle B$~~

$\Rightarrow O_1 = EF \cap AB$ - центр $\Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOD \sim AO_1E \Rightarrow AE : AD = O_1A : OA = R : r \Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow AE = AD \cdot \frac{R}{r} = AD \cdot \frac{25}{24} \\ AD = \sqrt{OD^2 + AC^2} \\ AC^2 = AB^2 - BC^2 \end{array}\right\} \Rightarrow AE = \frac{25}{24}\sqrt{12^2 + \left(\frac{65}{2}\right)^2 - 25^2} =$$

$$\Rightarrow AE = \frac{25}{24}\sqrt{-481 + \frac{4225}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4225 - 1924}{4}} \cdot \frac{25}{24} =$$

$$= \sqrt{\frac{2301}{4}} \cdot \frac{25}{24}$$

12) $\angle AFE = \arcsin\left(\frac{AE}{FE}\right) =$

$$= \arcsin\left(\frac{\sqrt{\frac{2301}{4}} \cdot \frac{25}{24}}{\frac{65}{2}}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{2301} \cdot \overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{13}{\cancel{65}} \cdot 24}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{2301} \cdot 5}{13 \cdot 24}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

13) $S_{AFE} = \frac{AE \cdot AF}{2} = \frac{AE \cdot \sqrt{FE^2 - AE^2}}{2}$

$\cancel{AE^2 = \left(\frac{25}{24}\right)^2 AD^2 = \left(\frac{25}{24}\right)^2 (CD^2 + AC^2) = \left(\frac{25}{24}\right)^2 (CD^2 + AB^2 - BC^2)}$

$AE^2 = \frac{2301}{4} \cdot \left(\frac{25}{24}\right)^2$

$S_{AFE} = \sqrt{\frac{2301}{4}} \cdot \frac{25}{24} \cdot \sqrt{\frac{2301}{4}\left(\frac{25}{24}\right)^2 - \left(\frac{65}{2}\right)^2}$

Ответ: $R = \frac{65}{2}$ $\quad \angle AFE = \arcsin\left(\frac{\sqrt{2301} \cdot 5}{13 \cdot 24}\right)$

$r = \frac{12 \cdot 13}{5}$

№ 1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ 2\sin(2\alpha + 2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{17} \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

№ 3

$$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)} \Rightarrow 26x-x^2>0$$

Пусть $a=26x-x^2$

$$a^{\log_5 12} \geq a^{\log_5 13}-a$$

1) Пусть $a\in(0;1]$ $\Rightarrow$ неравенство выполняется, т.к.

$\log_5 13>1 \quad \log_5 12>1$

$a\in(0;1] \Rightarrow a^{\log_5 13}\leq a^{\log_5 12}\leq a \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^{\log_5 12}>0 \\ a^{\log_5 13}-a\leq 0 \end{cases} \Rightarrow a^{\log_5 12}\geq a^{\log_5 13}-a$$

2) $a\in(1;n]$

заметим, что $x^{\log_5 13}$ растет быстрее чем x и чем

и $x^{\log_5 12}$ по св-ву ф-ции $\Rightarrow$

$\Rightarrow x^{\log_5 13}-x$ сначала убывает, потом возрастает

на $(1;\infty)$ причем пересекается с $x^{\log_5 12}$ один

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 6

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

раз.

Несложно заметить что это происходит при

$x = 25$ $(144 \geq 169 - 25)$

после чего $x^{\log_8 13} - x > x^{\log_5 12}$ для всех $x \Rightarrow$

$\Rightarrow a \in (0; 25] \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~ОДЗ~~ $26x - x^2 \in (0; 25] \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (0; 1] \cup [25; 26)$

Ответ $x \in (0; 25] \cup [25; 26)$

№2

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6} \\ 9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90 \end{cases}$$

$y \geq 6x$; $xy - (y + 6x) + 6 \geq 0$

$y^2 - 12xy + 36x^2 = xy - 6x - y + 6$

$y^2 - 13xy + 36x^2 = \cancel{6} - 6x - y$

$y -$

$a = p_1^{d_1} \cdot p_2^{d_2} \cdot p_3^{d_3} \cdot \ldots \cdot p_n^{d_n}$

$f(a) = d_1 f(p_1) + d_2 f(p_2) + \ldots + d_n f(p_n)$

$f(2^n) = 0 \qquad x = 2^n \cdot 3^n \Rightarrow y = 5k,\ 7k,\ 11k;\ 13k;\ 19k;\ 17k;\ 23k$

$f(3^n) = 0 \qquad x =$

$f(7^n) = n$

$f(5^n) = n$

4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1	0	1	0	0	1	2	0	3	1	1

16	17	18	19	20	21	22	23
0	4	0	4	1	1	2	5

24	26	27	28	25
0	3	0	1	2

$(2+2)(25-11 \ldots -7) - 4$

$f(k) = 0 \Rightarrow 9 \qquad 9 \cdot (25 - 9)$

$f(k) = 1 \Rightarrow 8 \qquad 8 \cdot (25 - 9 - 8)$

$f(k) = 2 \Rightarrow 3 \qquad 3 \cdot (25 - 8 - 9 - 3)$

$f(k) = 3 \Rightarrow 2 \qquad 2 \cdot (25 - 8 - 9 - 2)$

$f(k) = 4 \Rightarrow 2 \qquad 2 \cdot (25 - 8 - 9 - 2 - 2)$

$f(k) = 5 \Rightarrow 1$

$\sin 2\beta = \pm\underbrace{\sqrt{1 - \frac{1}{17}}} = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha =$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geq 18x^2-51x+28$$

$$\begin{array}{r} \times\, 51 \\ 51 \\ \hline 51 \\ 255 \\ \hline \cancel{266} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 51 \\ 51 \\ \hline 51 \\ 255 \\ \hline 2601 \end{array}$$

$2601 - 4\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 7$

$64\cdot 21$

$$\begin{array}{r} \times\, 64 \\ 21 \\ \hline 64 \\ 128 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -\,2601 \\ 1344 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} -\,2601 \\ 1344 \\ \hline 1257 \end{array}$$

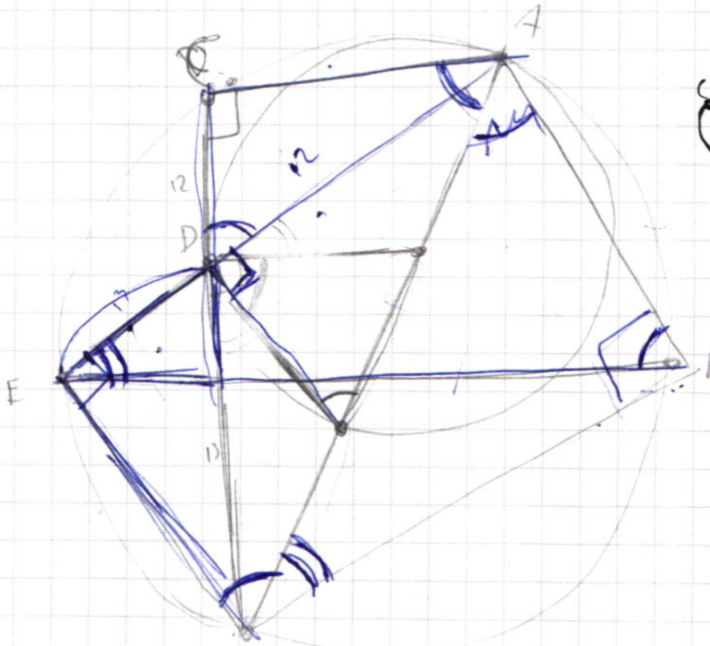
$8-6x \geq (ax+b)(3x-2)$

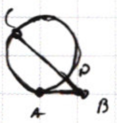
$8-6x \geq 3ax^2-2ax+3bx-2b$

$3ax^2+(3b-2a)x-2b-8+6x \leq 0$

$3ax^2+(3b-2a+6)x-(2b+8) \leq 0$

$9b^2-12ab+4a^2$





$CD = 2$

$BC = \sqrt{2}+1$

$BD = \sqrt{2}-1$

$\cancel{11\cdot 14} + 8\cdot 6 + 3\cdot 3 \ldots$

$9\cdot 16 + 8\cdot 8 + 3\cdot 5 + 2\cdot 3 + 2$

$144 + 64 + 15 + 6 + 2$

$208 + 15 + 6 + 2$

$216 + 15 = 231$

$2R\cdot(2R-2r) = 189$

$$\frac{(2R-r)}{2R} = \frac{13}{25}$$

$$\frac{2R}{2r} = \frac{65}{\ldots}$$

$$\frac{R}{r} = \frac{25}{24}$$

$50R - 25r = 26R$

$24R = 25r$

$r = \frac{24}{25}r$

$$\frac{25}{12}$$

$$\boxed{\angle\alpha = \arcsin\left(\frac{25}{2R}\right)}$$

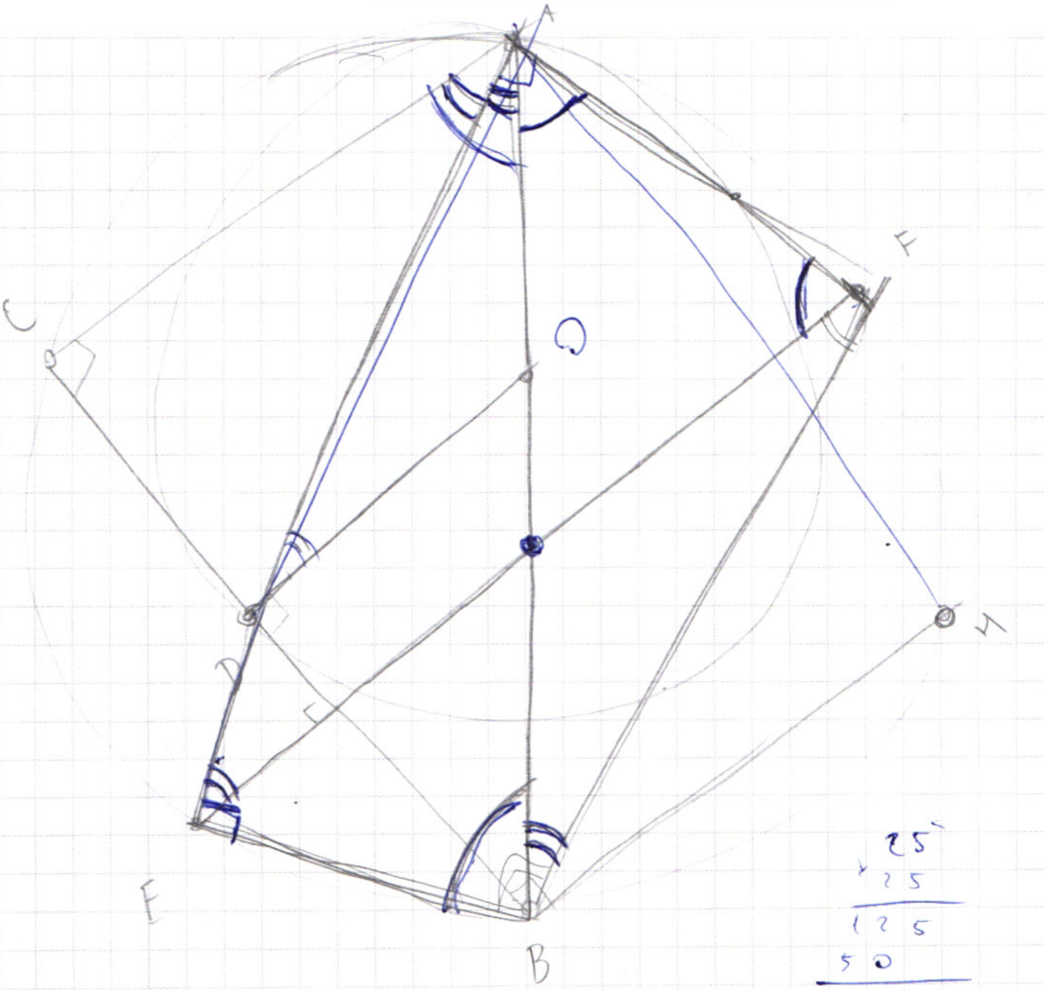
☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\sin 2a \frac{4}{\sqrt{17}} \pm \cos 2a \frac{4}{\sqrt{17}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2a \pm 4\cos 2a = 1$

$18 \cdot 2{,}25 - 51 \cdot 1{,}5 + 28 =$

$2301 : 3 = 767$

21

20

18

21

$25 \cdot 25 = 625$

$625 - 144 = 481$

$481 \cdot 4 = 1924$

$65 \cdot 65 = 4225$

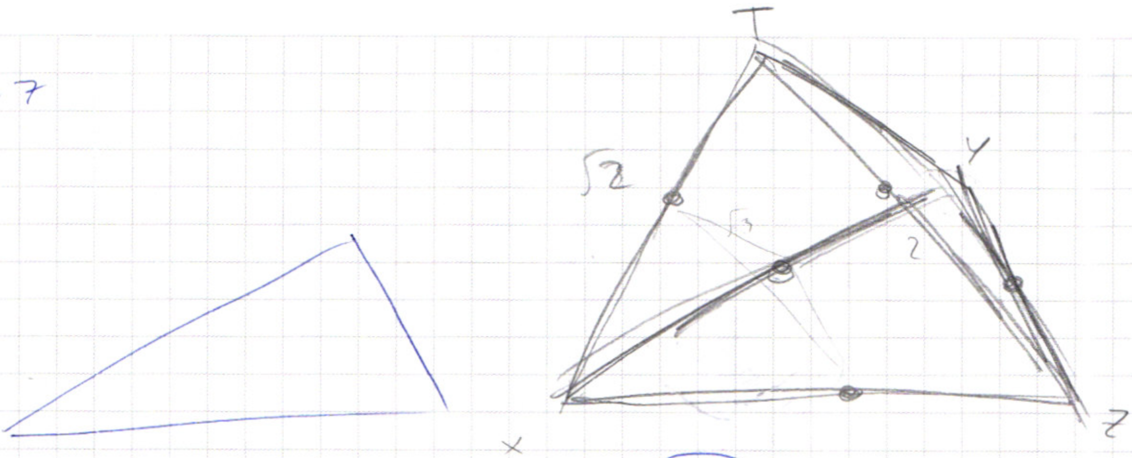
$4225 - 1924 = 2301$

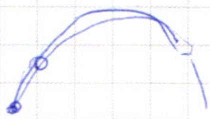
90

50

$49 \cdot 49 = 2401$

№ 7





$26x - x^2 = 25$

$\cos 2\beta = -\sin(2\alpha + 2\beta)$

$x^2 - 26x + 25 = 0$

$-\cos 2\beta = \sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha$

$x = 1 \quad ; \quad x = 25$

$\cos 4\beta = 2\cos^2 2\beta - 1 = \frac{2}{17} - 1 = \frac{1}{17}$ $\quad x^2 - 26x = 0$

$\sin 2a \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2a + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$ $\quad x = 26$

~~sin2a~~

~~cos4β~~

$tg 2\alpha \cdot \frac{1}{17} + \sin 4\beta + tg\alpha = -\frac{2}{17}$

$tg 2\alpha \left(\frac{18}{17}\right) + 2\sin 2\beta \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} = -\frac{2}{17}$

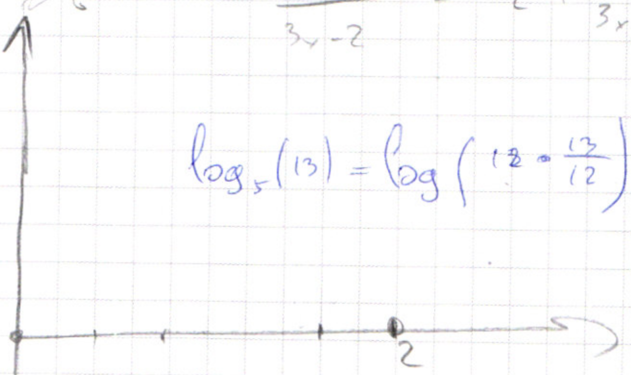
№ 6

$\frac{8-6x}{3x-2} = -2 + \frac{4}{3x-2}$ $\qquad \frac{-1}{4,5-2}$

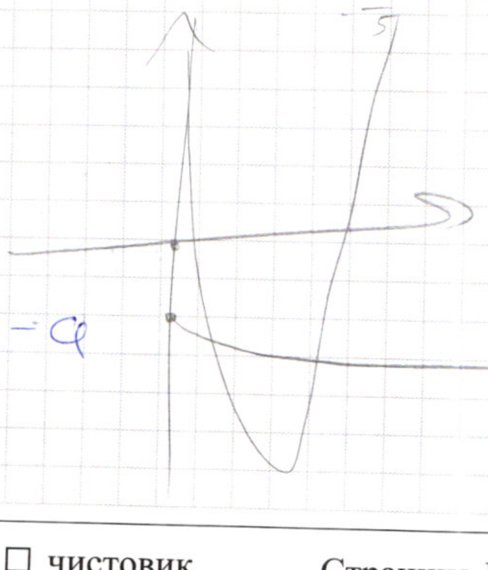
2,5

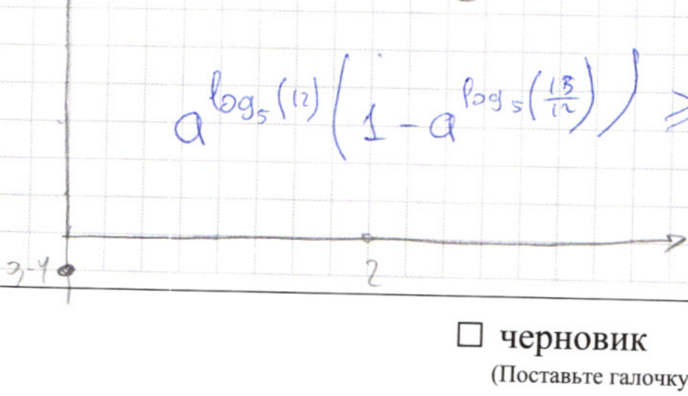
$-\frac{2}{5}$

$\log_5(13) = \log\left(12 \cdot \frac{13}{12}\right)$



$a^{\log_5(12)}\left(1 - a^{\log_5\left(\frac{13}{12}\right)}\right) \geq -a$





☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$9(3x-3)^2-9+(y-6)^2-36=45$$

$$\begin{cases} 9(x-3)^2+(y-6)^2=90 \\ y\geq 6x \\ y^2-12xy+36x^2=xy-6x-y+6 \end{cases}$$

$$y^2-13xy+36x^2+6x+y=6$$

№5

$f(2)=0$

$f(3)=0$

$f(5)=1$

$f(7)=1$

$f(11)=2$

$f(13)=3$

$f(17)=4$

$f(19)=4$

~~$f(0)=f(0)+f(0)$~~

$f(1)=f(a)+f\left(\frac{1}{a}\right)$

$f(1)=f(2)+f\left(\frac{1}{2}\right)$

$f(1)=f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{3}\right)=f\left(\frac{1}{5}\right)+1$

$f\left(\frac{1}{5}\right)=f\left(\frac{1}{7}\right)=f(1)-1$

$$\boxed{f(k)=-f\left(\frac{1}{k}\right)}$$

$f(2k)=f(k)$

$f(3k)=f(k)$

$f(5k)=1+f(k)=f(7k)$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$

$f(2)=f(1)+f(2)$

$$\boxed{f(1)=0}$$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{3}\right)=0$

$f\left(\frac{1}{5}\right)=f\left(\frac{1}{7}\right)=-1$

$f\left(\frac{1}{11}\right)=-2$

$f\left(\frac{1}{13}\right)=-3$

$f\left(\frac{1}{17}\right)=f\left(\frac{1}{19}\right)=-4$

$f(2k)=f(k)=f(3k)$

$f(5k)=f(7k)=f(k)+1$

$f(11k)=f(k)+2$

$f(13k)=f(k)+3$

$f(17k)=f(19k)=4$

$f(23k)=4$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin(2a+4\beta) + \sin 2a$

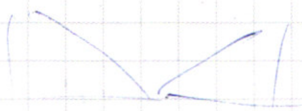
$\sin(2a+2\beta)\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos(2a+2\beta) + \sin 2a$

$+\sin(2a+2\beta-2\beta)$

$\sin(2a+2\beta)\cos 2\beta + \cancel{\sin 2\beta\cos(2a+2\beta)} + \sin(2a+2\beta)\cos 2\beta - \cancel{\sin 2\beta\cos(2a+2\beta)}$

$$2\sin(2a+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{17}}\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$$



$$\boxed{\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}}$$

$\sin 2a\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2a = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{1}{\sqrt{17}}\sin 2a +$

$$2\sin(2a+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$$

$4R^2 - 4R\cdot\frac{24}{25}R = 169$

$4R^2\left(1-\frac{24}{25}\right) = 169$

$\frac{4}{25}R^2 = 169$

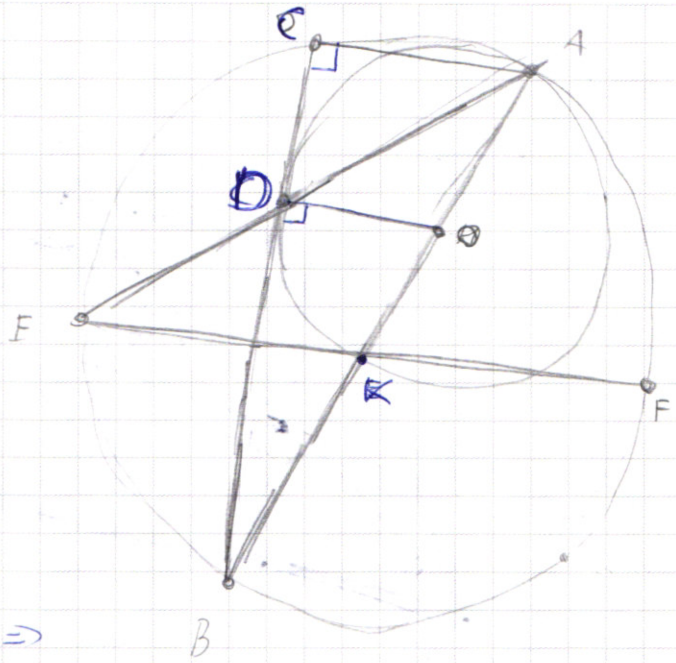
$\frac{2}{5}R = 13$

$\boxed{R = \frac{13\cdot 5}{2}} = \boxed{\frac{65}{2}}$

$\boxed{r = \frac{\cancel{24}^{12}}{\cancel{25}_{5}}\cdot\frac{\cancel{65}^{13}}{\cancel{2}} = \frac{12\cdot 13}{5}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



1) $\rceil$ O - центр $\omega \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle OCB = 90^\circ$ (касат.)

2) AB - диам Ω, $Q \in \Omega$ $\Rightarrow \angle AQB = 90^\circ$

3) $\triangle BDO \sim \triangle BQA$, т.к.
$\angle DBO = \angle QOA$
$\angle BDA = \angle BCO$
$\Rightarrow \dfrac{AB}{BO} = \dfrac{BD}{BC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{BO} = \cancel{\dfrac{B}{BC}} = \cancel{2} \dfrac{BD}{BD - CD}$

№ 3

$$|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)} \qquad 26x - x^2 \geq 0$$

~~$\log_5 12 \cdot \log_5 (|x^2-26x|)$~~

$5^{\log_5 13}$

$$(26x-x^2)^{\log_5 13} + x^2 - 26x$$

$$|-a|^{\log_5 12} \geq a^{\log_5 13} - a$$

$$a^{\log_5 12} \geq a^{\log_5 13} - a \qquad a^{-\log_5}$$

$$1 \geq a^{\log_5\left(\frac{13}{12}\right)} - a^{\log_5\left(\frac{5}{12}\right)}$$

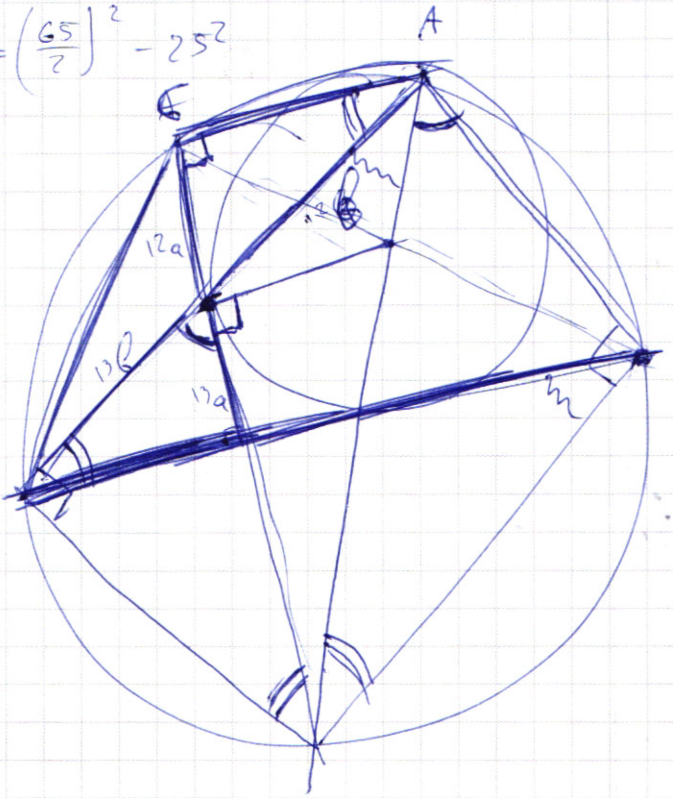
$$1 \geq a^{\log_5\left(\frac{5}{12}\right)}\left(a^{\log_5\left(\frac{13}{12} : \frac{5}{12}\right)} - 1\right)$$

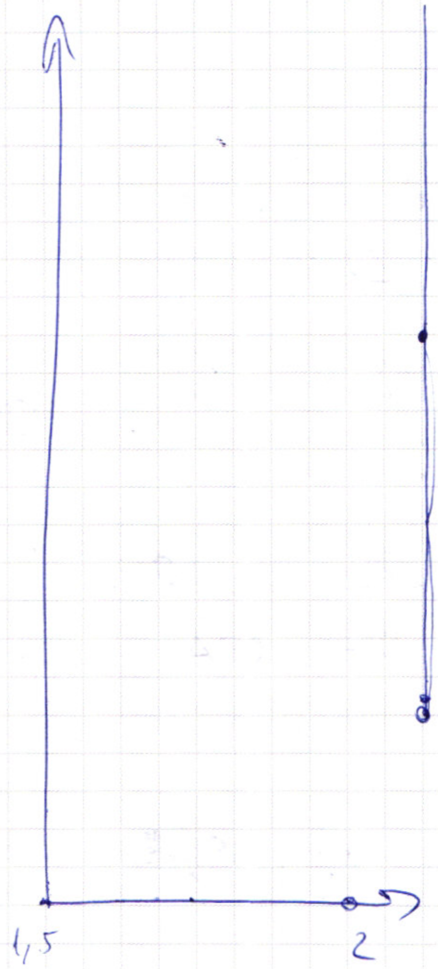
$(26x - x^2)$

$a^{\log_5 12} \geq a^{\log_5 13} - a$

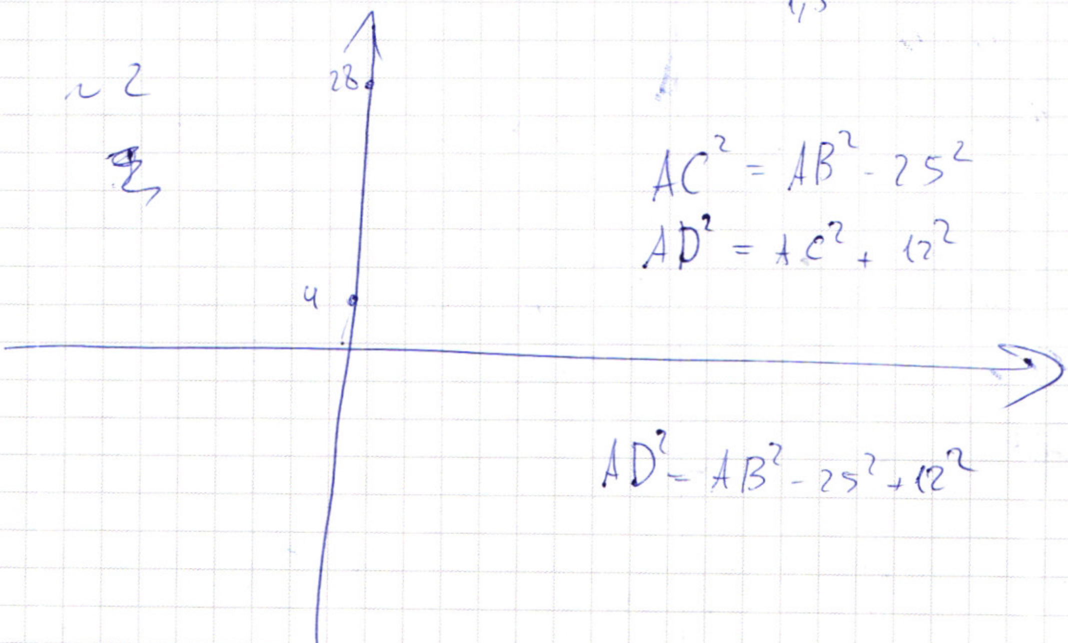
№ 7

$AC^2 = \left(\frac{65}{2}\right)^2 - 25^2$





№ 2



$AC^2 = AB^2 - 25^2$

$AD^2 = AC^2 + 12^2$

$AD^2 = AB^2 - 25^2 + 12^2$