МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}, \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2 - 26x\right|^{\log_5 12} + 26x \geqslant x^2 + 13^{\log_5\left(26x - x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 12$, $BD = 13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $4 \leqslant x \leqslant 28$, $4 \leqslant y \leqslant 28$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geqslant ax + b \geqslant 18x^2 - 51x + 28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3}; 2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY = \sqrt{3}$, $TX = \sqrt{2}$, $TZ = 2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-6)-6(x-1)=\sqrt{(y-6)(x-1)} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$$

Сделаем замену: $a=x-1$, $b=y-6$:

$$\begin{cases} b-6a=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\cdot b\geq 0 \\ \left(\frac{b}{a}\right)^2-13\left(\frac{b}{a}\right)+36=0 \quad (1) \\ 9a^2+b^2=90 \quad (2) \end{cases}$$

Рассмотрим уравнение (1). Обозначим $\frac{b}{a}=t$ $(t>0)$:

$$t^2-13t+36=0$$

$$\left[\begin{array}{l} t_1=\frac{13-5}{2}=4 \\ t_2=\frac{13+5}{2}=9 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_1=k \\ b_1=4k \end{cases} \\ \begin{cases} a_2=l \\ b^2=9l \end{cases} \end{array}\right.$$

Подставим эти значение в уравнение (2)

$$9k^2+16k^2=90 \Rightarrow k=\pm\sqrt{\frac{90}{25}}=\pm\frac{3}{5}\sqrt{10}$$

$$9l^2+81l^2=90 \Rightarrow l=\pm 1$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_1=\pm\frac{3}{5}\sqrt{10} \\ b_1=\pm\frac{12}{5}\sqrt{10} \end{cases} \\ \begin{cases} a_2=\pm 1 \\ b_2=\pm 9 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow$$

~~Решения~~ Произведём обратную замену:

$$\begin{cases} x_1=\pm\frac{3}{5}\sqrt{10}+1 \\ y_1=\pm\frac{12}{5}\sqrt{10}+6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2=\pm 1+1 \\ y_2=\pm 9+6 \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

Ответ:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{3}{5}\sqrt{10} + 1 \\ y_1 = \frac{12}{5}\sqrt{10} + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = -\frac{3}{5}\sqrt{10} + 1 \\ y_2 = -\frac{12}{5}\sqrt{10} + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 = 2 \\ y_3 = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_4 = 0 \\ y_4 = -3 \end{cases}$$

Система имеет 4 решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 3.

$$|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$$

1 Заметим, что $26x - x^2 > 0$.

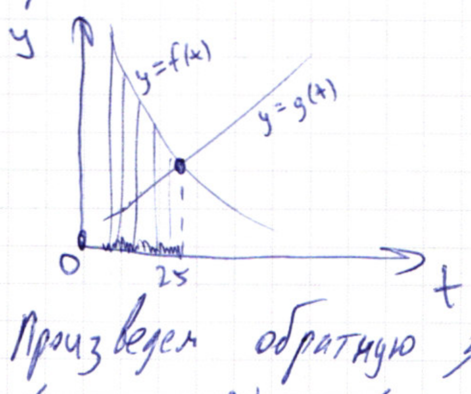
Обозначим $26x-x^2 = t$ $(t>0)$:

$$t^{\log_5 12} + t \geq 5^{\log_5 13 + \log_5(t)}$$

$$t^{\log_5 12} + t^{\log_5 5} \geq t^{\log_5 13} \quad \Big| \cdot \frac{1}{t^{\log_5 12}}$$

$$\underbrace{t^{\log_5\left(\frac{5}{12}\right)} + 1}_{f(t)} \geq \underbrace{t^{\log_5\left(\frac{13}{12}\right)}}_{g(t)}$$

2. Заметим, что $f(t)$ - монотонно убывает, а $g(t)$ - монотонно возрастает, значит решение для $f(t) = g(t)$ существует только одно при $t = 25$.



Из графика мы видим, что $t \in (0; 25]$

Произведем обратную замену.

$(26x - x^2) \in (0; 25] \Rightarrow x \in (0; 1] \cup [25; 26)$

Ответ: $x \in (0;1] \cup [25; 26)$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Задание 5.

~~Заметим чему равна каждое из чисел~~

1. Запишем чему равна функция при подстановке доступных нам натуральных чисел. Если число не будет являться простым, то мы будем раскладывать его на простые множители и считать сумму от значений функции при подстановке каждого из простых множителей. Например, $f(abc) = f(ab) + f(c) = f(a)+f(b)+f(c)$.

$f(4)=0$; $f(5)=1$; $f(6)=0$; $f(7)=1$;

$f(8)=0$; $f(9)=0$; $f(10)=1$; $f(11)=2$;

$f(12)=0$; $f(13)=3$; $f(14)=1$; $f(15)=1$;

$f(16)=0$; $f(17)=4$; $f(18)=0$; $f(19)=4$;

$f(20)=1$; $f(21)=1$; $f(22)=2$; $f(23)=5$;

$f(24)=0$; $f(25)=2$; $f(26)=3$; $f(27)=0$; $f(28)=1$

Таким образом, получим, что:

Значение 0 : 9 штук Значение 4 : 2 штуки

Значение 1 : 8 штук Значение 5 : 1 штука

Значение 2 : 3 штуки Значение 3 : 2 штуки

2. Мы знаем, что $f(ab) = f(a)+f(b)$

Пусть $b=y$, а $a=\frac{x}{y}$, тогда:

$f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$, значит для выполнения условия $f(\frac{x}{y})<0$ $f(y)$ должен быть больше $f(x)$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. Рассмотрим все возможные случаи:

1. $f(y) \in \{1\} \cup \{2\} \cup \{3\} \cup \{4\} \cup \{5\}$ $\qquad f(x) \in \{0\}$
2. $f(y) \in \{2\} \cup \{3\} \cup \{4\} \cup \{5\}$ $\qquad f(x) \in \{1\}$
3. $f(y) \in \{3\} \cup \{4\} \cup \{5\}$ $\qquad f(x) \in \{2\}$
4. $f(y) \in \{4\} \cup \{5\}$ $\qquad f(x) \in \{3\}$
5. $f(y) \in \{5\}$ $\qquad f(x) \in \{4\}$

Таким образом, количество всех возможных пар S равно:

$$S = 9 \cdot (1+2+2+3+8) + 8 \cdot (1+2+2+3) + 3 \cdot (1+2+2) + 2 \cdot (1+2) + 2 \cdot 1 = 144 + 64 + 15 + 6 + 2 = 231$$

Ответ: 231 пара

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 2.

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-6)-6(x-1)=\sqrt{(y-6)(x-1)} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$$

Проведем замену $a=x-1$; $b=y-6$:

$$\begin{cases} b-6a=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\cdot b\geq 0 \\ \left(\frac{b}{a}\right)^2-13\left(\frac{b}{a}\right)+36=0 \quad (1) \\ 9a^2+b^2=90 \quad (2) \end{cases}$$

Рассмотрим уравнение (1). Обозначим $\frac{b}{a}=t$:

$t^2-13t+36=0$

$$\begin{cases} t_1=\frac{13-5}{2}=4 \\ t_2=\frac{13+5}{2}=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a_1=k\ ;\ b_1=4k \\ a_2=l\ ;\ b_2=9l \end{matrix}$$

Подставим данные значения в уравнение (2):

$9k^2+16k^2=90 \Rightarrow k=\pm\sqrt{\frac{90}{25}}=\pm\frac{3}{5}\sqrt{10}$

$9l^2+81l^2=90 \Rightarrow l=\pm 1$

Произведем обратную замену:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_1=\pm\frac{3}{5}\sqrt{10} \\ b_1=\pm\frac{12}{5}\sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} a_2=\pm 1 \\ b_2=\pm 9 \end{cases} \Rightarrow \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1=\pm\frac{3}{5}\sqrt{10}+1 \\ y_1=\pm\frac{12}{5}\sqrt{10}+6 \end{cases} \\ \begin{cases} x_2=\pm 1+1 \\ y_2=\pm 9+6 \end{cases} \end{array}\right.$$

☑ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

~~Ответ: точки $\left(\frac{3}{5}\sqrt{10}+1;\ \frac{12}{5}\sqrt{10}+6\right) \vee \left(-\frac{3}{5}\sqrt{10}+1;\ -\frac{12}{5}\sqrt{10}+6\right) \vee (2;\ 15) \vee (0;\ -3)$ являются решениями~~

Ответ: Точки: $\left(\frac{3}{5}\sqrt{10}+1;\ \frac{12}{5}\sqrt{10}+6\right)$,

$\left(-\frac{3}{5}\sqrt{10}+1;\ -\frac{12}{5}\sqrt{10}+6\right)$,

$(2;\ 15)$, $(0;\ 15)$, $(0;-3)$

являются решениями.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 0
5 1
6 0
7 1
8 0
9 0

10 1
11 2
12 0
13 3
14 1
15 1

16 0
17 4
18 0
19 4
20 1
21 1

22 2
23 5
24 0
25 2
26 3
27 0
28 1

$4\cdot3\cdot4\cdot3$

$9\cdot16$

25

0 : 9
1 : 8
2 : 3
3 : 2
4 : 2
5 : 1

9
$y=0$
8
$y=1$
3
$y=2$
2
$y=3$
2
$y=4$

$(25-9)$
$x=1,2,3,4,5$
$(25-9-8)$
$x=2,3,4,5$
5
$x=3,4,5$
3
$x=4,5$
1
$x=5$

$$\underbrace{\underbrace{9\cdot16}_{144}+\underbrace{8\cdot8}_{64}}_{208}+\underbrace{\underbrace{3\cdot5}_{15}+\underbrace{\underbrace{2\cdot3}_{6}+\underbrace{2\cdot1}_{2}}_{8}}_{23}$$

$\boxed{1231}$

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(x)=f\left(\frac{x}{y}\right)+f(y)$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y(x) = f'(x)(x-x_0) + f(x_0)$

$2x+1$

$5x+5$

$y = 2\cdot(x_0-x_0) + 2x+1 = 2x+1$

$f'(x)\cdot(x-x_0) + f(x_0)$

$5(x-x_0) + 5x_0+5 =$

$\boxed{y = f'(x_0)\cdot(x-x_0) + f(x_0)}$

$-\left(3 + \frac{-2}{3x-2}\right) = f(x) = -3 + \frac{2}{3x-2}$

$f'(x) = -\frac{2}{(3x-2)^2}\cdot 3 = \boxed{\frac{-6}{(3x-2)^2}}$

$\boxed{g'(x) = 36x - 51}$

$y_1 = -\frac{6}{(3x_0-2)^2}\cdot(x-x_0) + 3 - \frac{2}{3x_0-2}.$

$y_2 = (36x_0-51)(x-x_0) + 36x_0 - 51$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

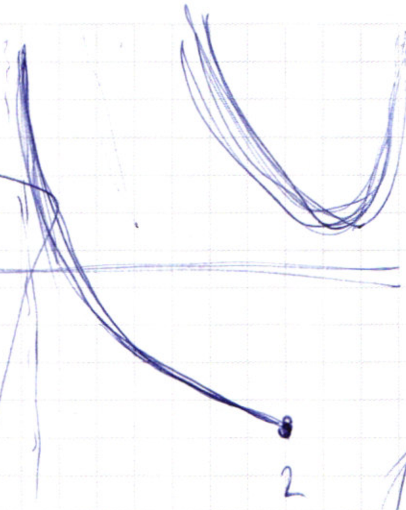
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$y=1 \quad x=3,4,5$

$y=2 \quad x=4,5$

$y=3 \quad x=5$



$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(a)=f(ab)-f(b)$

$\boxed{f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)}$

$144+12=156$

$5, 7 \mid 1$ $\quad 13 \mid 3$

$11 \mid 2$ $\quad 17, 19 \mid 4$

$23 \mid 5$

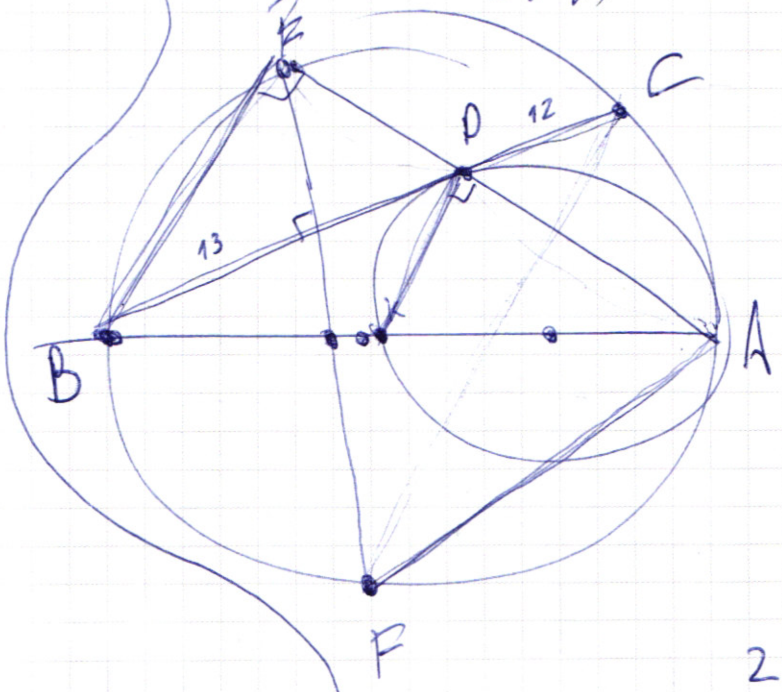
$8+3+1=12$

$ax+b=2$

$ED \cdot DA = 156$

$BK \cdot BA = 169$

$\frac{AK}{AB} = \frac{2r}{2R} = \frac{r}{R}$



$\to \infty$

$x \in (5,7) \Rightarrow f(x)=1$

$y=5,7 \quad f(y)=1$

$-3 + \frac{2}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51+28$

$5+11=16$

16×9 $\quad 4\cdot 3 \cdot 4 \cdot 3$

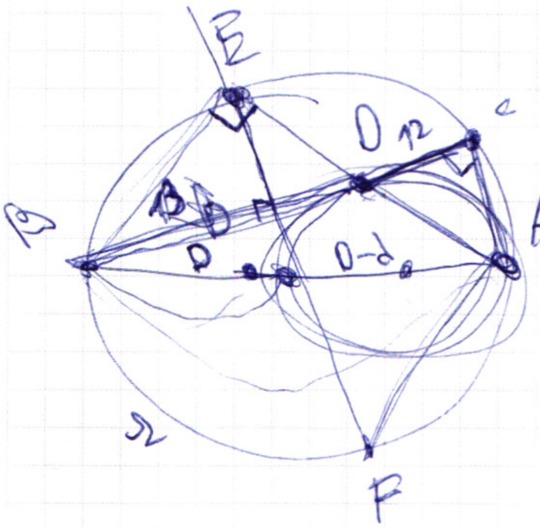
144

$\boxed{f(ab)=f(a)+f(b)}$

$f(x/y) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$144+72=216$

$216+15=231$



$D^2 - dD = 169$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f(p) = [p/4]$

$18x^2 =$

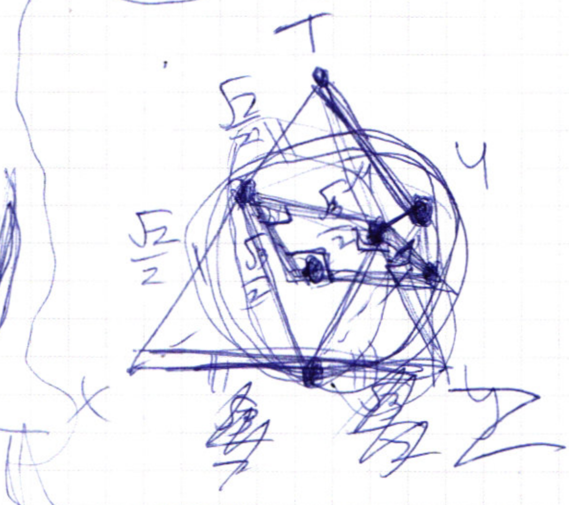
$x = \frac{\cancel{2}\cdot 17}{2\sqrt{2}}$

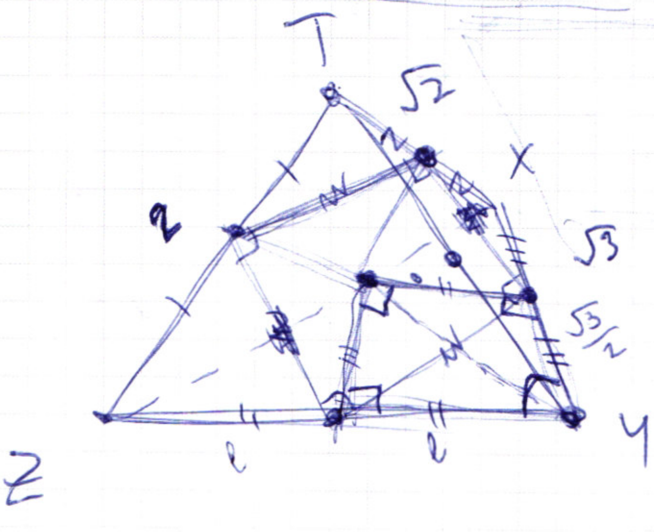
$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax + b >$

$D = 51^2 - 18 \cdot 28 \cdot 4$

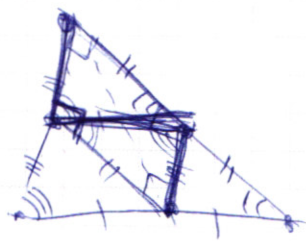
$-\frac{6x-4-4}{3x-2}$

$-2 + \frac{4}{3x-2} \geq ax+b$





$\sqrt{3+4e^2}$



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(3x-3)^2$ $\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta - \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$(y-6)^2$

$36+9+45 = 90$

$9x^2+y^2-18x-12y=45$

$(3x-3)^2+(y-6)^2 = 90$

$\frac{5}{12}, \frac{12}{13} = \frac{5}{13}$

$x(y-6)-(y-6) = (x-1)(y-6)$

$$\begin{cases} 9(x-1)^2+(y-6)^2 = 90 \\ y-6x = \sqrt{(x-1)(y-6)} \end{cases}$$

a, b

$\boxed{(x-1)^2 + \frac{(y-6)^2}{9} = 10}$

$(x-1)^2+(y-6)^2 - 2(x-1)(y-6) =$
$= 10 - 2\sqrt{(x-1)(y-6)}$

$(y-x-5)^2 =$

$(x-1)(y-6) = \frac{10-(y-x-5)^2}{2}$

$|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$

$(26x-x^2)^{\log_5 12} + (26x-x^2) \geq 13^{\log_5(26x-x^2)}$

$x \in [0;26]$

$t^{\log_5 12} + t \geq 13^{\log_5 t}$

$13^{\log_5 t} = 5^{\log_5 t \cdot \log_5 13} = t^{\log_5 13}$

~~$5^{\log_5 t \cdot \log_5 12} + 5^{\log_5 t}$~~

$12 = 5 \cdot \frac{12}{5}$

$26x-x^2 =$
$=(26-x)x$

$t^{\log_5 12} + t^{\log_5 5} \geq t^{\log_5 13}$

$t \cdot t^{\log_5 \frac{12}{5}} + t \geq t \cdot t^{\log_5 \left(\frac{13}{5}\right)}$

$t^{\log_5 \frac{12}{5}} + 1 \geq t^{\log_5 \left(\frac{13}{5}\right)}$ $t=0$

$-$ $+$ $-$ 0 26

$1 \geq t^{\log_5 13/5}\, t^{\log_5 \frac{12}{5}}$

$t^{\log_5 \frac{12}{5} - \log_5 \frac{13}{5}} + t^{-\log_5 \left(\frac{13}{5}\right)} \geq 1$

$t^{\log_5 \frac{12}{13}} + t^{-\log_5 \left(\frac{5}{13}\right)} \geq 1$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t^{\log_5 12} + t \geq t^{\log_5 13}$

$t \geq 0$

$1 + t^{\log_5 \frac{5}{12}} \geq t^{\log_5 \frac{13}{12}}$

$t^{\log_5 1} + t^{(1 - \log_5 12)} > t^{(\log_5 13 - \log_5 12)}$

$169 \cdot 2$

$- 169 =$

$= 169$

$t \in [0; 169]$

$t + t^{\log_5 12} > t^{\log_5 13}$

$12 + 5 > 13$

$t = 0$

t

$5^{\log_5 4 + \log_5 \frac{5}{12}} \geq 5^{\log_5 4 + \log_5 \frac{13}{12}}$

$\boxed{6ab}$

$(3a+b)^2 = 90 + 6(a-6b)^{2}$

$1 + t(\log_5 \frac{5}{12}) = t \cdot \log_5 \frac{13}{12}$

$t^{\boxed{\log_5 \frac{12}{13}}} + t^{\boxed{\log_5 \frac{5}{13}}} = 1$

$\frac{12}{13} + \frac{5}{13} \neq 1$

$(4a - 5b)(2a + 7b) = 90$

$(y-6) - 6(x-1) = \sqrt{(x-1)(y-6)}$

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

$y^2 - 12xy + 36x^2$

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{(x-1)(y-6)} \\ \frac{(x-1)^2}{10} + \frac{(y-6)^2}{90} = 1 \end{cases}$$

$3\sqrt{10}$

6

1

$\sqrt{10}$

$\boxed{9a^2 + b^2 = 90}$

$\boxed{a - 6b = \sqrt{ab}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} y-6=b \\ x-1=a \\ b-6a=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} 9a^2+b^2=90 \\ b^2-13ab+36a^2=0 \end{matrix}}$$

$b^2-12ab+36a^2=ab$

$4\cdot4\cdot9$

$\left(\frac{b}{a}\right)^2-13\left(\frac{b}{a}\right)+36=0$

$D=169-36\cdot4=169-144=25$

$160-16=144$

$\log_t t$

$t^{\log_5 12}\left(1+t^{\log_5\frac{5}{12}}\right)\geq t^{\log_5 12+\log_5\frac{13}{12}}$

$t^{\log_t 5\cdot\log_5 t}$

$\log_t$:

$t=1$

$\cancel{\log_t 12}+\log_t\left(1+t^{\log_5\frac{5}{12}}\right)\geq \log_t\frac{13}{12}$ $1(1+1)\geq1$

подходит

$x\in[0;26]$

$\frac{\log_5\left(1+t^{\log_5\frac{5}{12}}\right)}{\log_5 t}-\log_5\frac{13}{12}\geq0$

$t^{\log_5 12}+t\geq t^{\log_5 13}$

$1+t^{\log_5\frac{5}{12}}\geq t^{\log_5\frac{13}{12}}$ / $t=0$

$t\in\{0\}$

$t\in(0;25]$

$\left(\frac{5}{12}\right)^2$

$1+5^{2\cdot\log_5\frac{5}{12}}\geq5^{2\cdot\log_5\frac{13}{12}}$

$1+\left(\frac{5}{12}\right)^2\geq\left(\frac{13}{12}\right)^2$

$144+25=13^2$

$26x-x^2\leq25$

$x^2-26x+25\geq0$

$\frac{D}{4}=169-25=144$

$x_2=13+12=25$ $x_1=13-12=1$

$\boxed{x\in[0;1]\cup[25;26]}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)