МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} & (1) \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 & (2) \end{cases}$$

1)

$$x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}$$

$$\begin{cases} x-2y\geq 0 \\ (x-2y)^2=\cancel{x-2y}(x-2)(y-1) \end{cases}$$

$$x^2-5xy+x+4y^2+2y-2=0$$

$$(4y-x-2)\cdot(y-x+1)=0$$

$$\left(y-\frac{x}{4}-\frac{1}{2}\right)(y-x+1)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\geq 2y \\ y=\frac{x}{4}+\frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x\geq 2y \\ y=x-1 \end{cases} \end{array}\right.$$

2) $x^2+9y^2-4x-18y=12$

$$(x-2)^2+9\underbrace{(y-1)^2}_{y^2-2y+1}=25$$

подставим в 1 подсистему:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-2)^2+9\cdot\left(\frac{x}{4}-\frac{1}{2}\right)^2=25\\ x\geq 2\end{cases}\\ \begin{cases}16(x-2)^2+9(x-2)^2=25\cdot 16\\ x\leq 2\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\begin{cases}(x-2)^2=16\\ x\geq 2\end{cases}$$

$x-2=4$ или $x-2=-4$

$x=6$ $\qquad$ $x=-2$ (не удовл)

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=6\\ x=-2\end{array}\right.\\ x\geq 2\end{cases}$$

$x=6 \Rightarrow y=\frac{x}{4}+\frac{1}{2}=2$

⊙ подставим во вторую подсистему:

$$\begin{cases}(x-2)^2+9(x-2)^2=25\\ x\leq 2\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-2)^2=\frac{5}{2}\\ x\leq 2\end{cases}$$

$$\begin{cases}x-2=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}\\ x\leq 2\end{cases} \Rightarrow x=2-\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$y=x-1$

$y=1-\sqrt{\frac{5}{2}}$

Ответ: $x=6$ и $y=2$

$x=2-\sqrt{\frac{5}{2}}$ и $y=1-\sqrt{\frac{5}{2}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

пусть

$2\alpha = x$

$2\beta = y$

$$\begin{cases} \sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(x+2y) + \sin x = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x \cdot \cos y + \sin y \cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin x \cdot \cos 2y + \sin 2y \cos x + \sin x = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\sin x(\cos 2y + 1) + \cos x \cdot \sin 2y = -\frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\sin x \cdot \cos^2 y + 2\cos y \cdot \sin y \cdot \cos x = -\frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\sin x \cdot \cos^2 y + \cos y \cdot \sin y \cdot \cos x = -\frac{2}{5}}$$

$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos^2 y + \cos y \sin y \cdot \cos x = -\frac{2}{5} \\ \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos y(\sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x) = -\frac{2}{5} \\ \sin x \cdot \cos y + \sin y \cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

$\cos y\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right)=-\frac{2}{5}$

$\cos y=\frac{2}{\sqrt5} \quad \Rightarrow$

1) $\cos y=\frac{2}{\sqrt5}, \quad \sin y=\frac{1}{\sqrt5}$

$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt5}\cdot\sin x+\frac{1}{\sqrt5}\cdot\cos x=-\frac{1}{\sqrt5} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\sin x+\cos x=-1 \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad 2\sin 2x\cdot \cos 2\alpha=-1$

$\Rightarrow \frac{4tg\alpha}{1+tg^2\alpha}+\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}=-1$

$4tg\alpha+1=-1$

$4tg\alpha=-2$

$tg\alpha=-\frac{1}{2}$

2) $\cos y=\frac{2}{\sqrt5}; \quad \sin y=-\frac{1}{\sqrt5}$

$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt5}\cdot\sin x-\frac{1}{\sqrt5}\cos x=-\frac{1}{\sqrt5}$

$\Rightarrow 2\sin x-\cos x=-1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad 2\sin 2\alpha-\cos 2\alpha=-1$

$\Rightarrow \frac{4tg\alpha}{1+tg^2\alpha}-\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}=-1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4tg\alpha+2tg^2\alpha=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} tg\alpha=0 \\ tg\alpha=-2 \end{array}\right.$

проверка не требуется. тк $tg2$

Ответ: $-\frac{1}{2}$; 0; -2

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

МФТИ

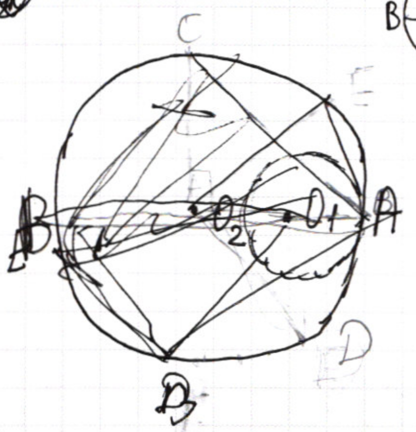
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



O_2 - ~~радиус~~

$CD = 8$

$BD = 17$

1) докажем, что EF проходит через O_2

$DO_1 \parallel EF$, т.к $EF \perp BC$ и $DO_1 \perp BC$

$AB \cap \omega = P$

$\angle ADP = \angle AEB = 90^\circ$ (т.к опир на d)

$\angle DPA = \angle EBA \Rightarrow \angle DO_1A = \angle EO_2A$
как центральные

$EF \cap AB = \{K\}$

$\angle EKA = \angle DO_1A$, т.к $EF \parallel DO_1$

$\angle EKA = \angle EO_2A$, значит K и O совпадают

$\triangle BDO_1 \sim \triangle BCA$

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BO_1}{BA} = \frac{2 \cdot R - r}{2R}$$

$$\frac{17}{25} = \frac{2R-r}{2R} \qquad \left(r = \frac{16}{25} \cdot R\right)$$

$\triangle BDO_1$ = (по Th Пифагора): $BD^2 = DO_1^2 = BO_1^2$

$289 + r^2 = (2R - r)^2$

$R = \frac{16}{25}$

$\cancel{R = \frac{85}{6} r.}$

$R = \frac{85}{6}$ $\quad r = \frac{136}{15}$

$\angle EFA = \alpha = \angle EBA$

$\angle DO_1A = 2\alpha$

$\angle CAB = 180° - 2\alpha$

$\angle CBA = 2\alpha - 90°$

$\sin \angle DBA = \frac{r}{2R - r} = \cancel{\frac{136}{}} \frac{\frac{136}{25}}{\frac{85}{3} - \frac{136}{25}} = \frac{8}{17}$

$\Rightarrow$ $\cancel{-2\cos}$

$\cancel{-\cos 2\alpha = -}$

$-2\cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha - 1$

$2\sin^2\alpha = \frac{25}{17}$

$\sin^2\alpha = \frac{25}{34}$

$\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{34}}$ $\quad \left(\alpha = \arcsin\left(\frac{5}{34}\right)\right)$

$AE = EF \cdot \sin\alpha = 2R \sin\alpha = \frac{25 \cdot \sqrt{34}}{6}$

~~отрезок~~ $AF = EF \cdot \cos\alpha = 2R \cdot \frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{5 \cdot \sqrt{34}}{2}$

$S_{\triangle AEF} = \frac{AE \cdot AF}{2} = \frac{2125}{12}$

Ответ:

$R = \frac{85}{6}$

$r = \frac{136}{15}$

$S_\triangle = \frac{2125}{12}$

$\alpha = \left(\arcsin\left(\frac{5}{\sqrt{34}}\right)\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5

$f(a\cdot b) = f(a) + f(b)$

$f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$

$f(1\cdot 2) = F(1) + F(2)$

$f(1) = 0$

$f(2) = \left[\frac{1}{2}\right] = 0$

$f(3) = 0$

$f(4) - f(2) + f(2) = 0$

$f(5) = 1$ $\quad f(6) = 0$ $\quad f(2) = 1$ $\quad f(8) = 0$

$f(9) = f(3) + f(3) = 0$

$f(10) = 1$

$f(11) = 2$ $\quad f(12) = 0$ $\quad f(13) = 3$ $\quad f(14) = 1$ $\quad f(15) = 1$

$f(16) = 0$ $\quad f(19) = 4$ $\quad f(22) = 2$

$f(17) = 4$ $\quad f(20) = 1$ $\quad f(23) = 5$

$f(18) = 0$ $\quad f(21) = 1$ $\quad f(24) = 0$

$x \in \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24\}$

$\Rightarrow f(x) = 0$

таких x 11

$x \in \{5, 7, 10, 15, 14, 20, 21\}$ $f(x)=1$ таки x 7

$x \in \{11, 22\}$

$f(x)=2$

таких x 2

$x \in \{3\}$ $f(x)=3$

таки x 1

$x \in \{17; 19\}$ $f(x)=4$

таких $x = 2$

и $f(x)=5$

$x=23$

таки 1

$f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{b}\right)$

$f\left(\frac{a}{b}\right) - f(b) = f(a) + f\left(\frac{1}{b}\right) - f(b)$

$f\left(\frac{a}{b}\right) - \left(f(b) + f\left(\frac{1}{b}\right)\right) = f(a) - f(b)$

$f\left(\frac{a}{b}\right) - f(1) =$ $(f(1)=0)$ $= f(a) - f(b)$

$f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) - f(b)$

$(a; b)$ сколько пар?

$f(a) - f(b) < 0$

если $f(a)=0$

$f(b) > 0$

для a 11 вариантов

для b 13 вариантов

$f(a)=1$

$f(b) \geq 2$

для a 7 вариатов

для b 6 вариантов

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(a)=2$
$f(b)\geq 3$
для a 2 вар
для b 4 варианта

$f(a)=3$
$f(b)\geq 4$
для a 1 вар
для b 3 варианта
$f(a)=4$
$f(b)\geq 5$
для a 2 вариант
для b 1 вариант

итого: $\overset{143}{11\cdot 13}+\overset{42}{7\cdot 6}+\overset{8}{2\cdot 4}+\overset{3}{3\cdot 1}+2=198$

Ответ: 198

(3)

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$$

ОДЗ: $x^2+18x>0$

заменим $x^2+18x=t$

$$5^{\log_{12}t}+t\geq |t|^{\log_{12}13}$$

$t>0 \Rightarrow |t|=t$

$$5^{\log_{12}t}+t\geq t^{\log_{12}13}$$

$$5^{\log_{12} t} \geq t^{\log_{12} 13} - t^{\log_{12} 12}$$

$$5 = 12^{\log_{12} 5} \Rightarrow 5^{\log_{12} t} = \left(12^{\log_{12} 5}\right)^{\log_{12} t} =$$

$$= \left(12^{\log_{12} t}\right)^{\log_{12} 5} = t^{\log_{12} 5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t^{\log_{12} 5} + t^{\log_{12} 12} \geq t^{\log_{12} 13} \\ t > 0 \end{cases}$$

1 случай: $0 < t \leq 1$

~~$t \leq 1$~~

$t > t^{\log_{12} 13}$, $t^{\log_{12} 5} > 0$

$t + t^{\log_{12} 5} \geq t^{\log_{12} 13}$ удовл

2 случай

$t > 1$

решим уравнение

$$t + t^{\log_{12} 5} = t^{\log_{12} 13}$$

~~$t + t^{\log_{12} 5} = t$~~

$$t + t^{\log_{12} 5} - t^{\log_{12} 13} = 0$$

~~ми~~

$t = 144$ (удовл): $144 + 25 - 169 = 0$

$$\left(t + t^{\log_{12} 5} - t^{\log_{12} 13}\right)' = \cancel{t + t^{\log_{12} 12} - t^{\log_{12} 12}} > 0$$

$$= 1 + t^{\log_{12} \frac{5}{12}} - t^{\log_{12} \frac{13}{12}} > 0$$

ведь поскольку $\log_{12} \frac{5}{12} < 0$,

$\log_{12} \frac{13}{12} < 0$,

черновик ☑ чистовик Страница № 10
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а $t>0$, то $t^{\log_{12}\frac{5}{12}}>0$,

$t^{\log_{12}\frac{13}{12}}<1$

$\Rightarrow$ ф-ия возрастает а значит имеет единств. корень $\Rightarrow t=144$

наш удовл $t\in(1;144]$

либо $t\in[144;+\infty)$

проверим подставкой точкой $t=12$

$12+5\geq 13$ – удовл

$\Rightarrow t\in(1;144]$ удовлетворяет

$\Rightarrow t\in(0;144]$

$$\begin{cases}\begin{cases}x^2+18x\leq 144\\ x^2+18x>0\end{cases}\\ \begin{cases}(x+9)^2\leq 15^2\\ (x+9)^2>9^2\end{cases}\\ \begin{cases}x\leq 6\\ x\geq -24\end{cases}\\ \left[\begin{array}{l}x>0\\ x<18\end{array}\right.\end{cases}$$

Ответ: $x\in[-24;-18)\cup(0;6]$

(6) $\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17$

$x \in \left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right)$

$\frac{3(4x+3)+2}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17$

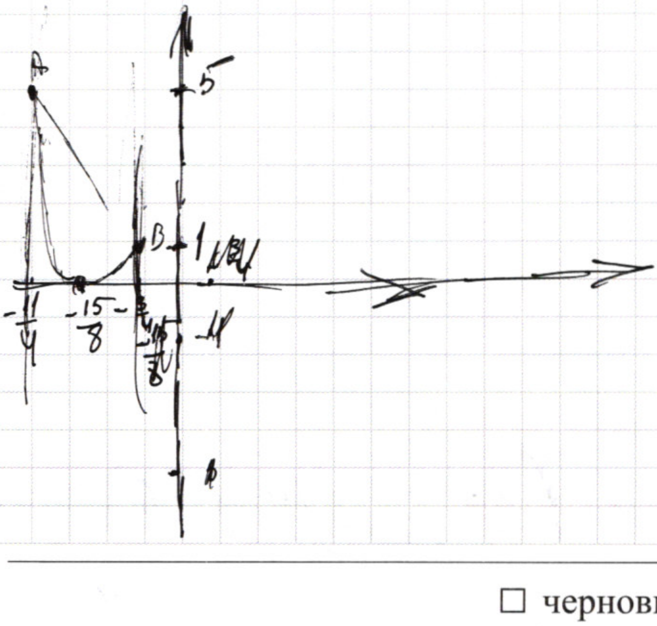
$\underbrace{3+\frac{2}{4x+3}}_{E(x)} \le \underbrace{ax+b}_{G(x)} \le \underbrace{-8x^2-30x-17}_{F(x)}$

$E(x) \le G(x) \le F(x)$

$x=-\frac{11}{4}: \; 2\frac{3}{4} \le -\frac{11}{4}x+b \le 5$

$x \Rightarrow -\frac{3}{4}-0: \; E(x) \Rightarrow -\infty \le -\frac{3}{4}x+b \le +1$

$F'(x) = -16x-30 \Rightarrow x=-\frac{15}{8}$ экстремум (вершина параболы)



парабола F:

$A = F \cap y = -\frac{11}{4}$

$y = -\frac{3}{4}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

взаимо расположение прямой y и параболы $\Leftarrow$

$\Leftarrow$

A и B – точки пересечения параболы

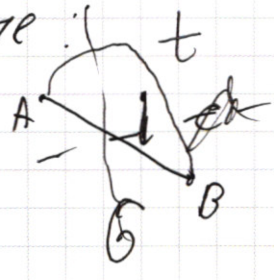
$y = -\frac{11}{4}$

$y = -\frac{3}{4}$

l – прямая AB

y может пересекать t только A и в B на промежутке $[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}]$

иначе:



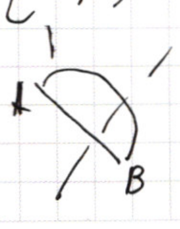
$G(x) > F(x)$ на $[A(x); D(x)]$

$[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}]$ — противоречит с условием

$C =$ 1 точка кот пересе $G \cap F$ или

$G(x) > F(x)$ на $(C(x); B(x)]$

$[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}]$ противор усл.



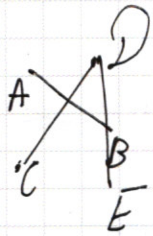
также $G(x) \leq L(x)$

прямая G ниже или совпадает с L

при $x \in [-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}]$ $C = G \cap y = -\frac{11}{4}$ $E = G \cap y = -\frac{3}{4}$

иначе $6(x) > 4(x)$ хотябы в 1 точке

$x \in \left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right)$



1

г. аналогичными рассуждениями используя систему; ..

$\Big\{$

$\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 14

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$tg\alpha - ?$

знат. меньше $3x$, $\cancel{2}$

$-1 \le \sin\alpha \le 1$

$2\sin x\cos x$ — $tg\,2$

$$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} xy-x-2y+2 \ge 0 \\ xy-x-2y \ge -2 \\ -x-2y \ge -2-xy \end{cases}$$

$x^2-4y+4y^2 = xy-x-2y+2$

$x^2-2y+4y^2$

$$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$xy-x-2y+2 \ge 0$

$\boxed{x(y-1) \quad -2y+2 \ge 0}$

$(x-2)+y$

$x^2-4y+4y^2 = xy-x-2y+2$

$x^2-2y+4y^2-xy+x-2=0$

$x^2+9y^2-4x-18y-12=0$

$(x-2)^2 \cancel{\ge}$ ~~$xy-x \ge 2y$~~

~~x~~

y

$x^2+9y^2-4x-18y-12=0$

$x^2-2y+4y^2-xy+x-2=0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

3) $5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13} - 18x$

ОДЗ

$x^2+18x \geq 0$

$x(x+18) \geq 0$

$-18 \quad 0$

$x \in (-\infty; -18] \cup [0; +\infty)$

$5^{\log_{12}(x^2+18)} + x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13} - 18x$

$5^{\log_{12}(x^2+18)} + x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13} - 18x$

$5^{\log_{12}(x^2+18)} + x^2 \; |x^2+18x|^{\log_{12}13} + 18x \geq 0$

$5^{\log_{12}(x^2+18)} + x^2 - |x^2+18x|^{\log_{12}13} + 18x \geq 0$

$5^{\log_{12}(x^2+18)} - |x^2+18x|^{\log_{12}13} + x^2 + 18x \geq 0$

$5^{\log_{12}(x^2+18)} \quad |x^2+18x|^{\log_{12}13}$ $\qquad 5^{\log_5(x^2+18x)}$