МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x+x^2 \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}$ $t=x^2+6x$, $x^2+6x>0 \Rightarrow t>0$.

$3^{\log_4 t}+t \geq t^{\log_4 5}$

$t^{\log_4 3}-t^{\log_4 5}+t \geq 0$.

$t\left(t^{\log_4 3-1}-t^{\log_4 5-1}+1\right) \geq 0$.

$t\left(t^{\log_4 0{,}75}-t^{\log_4 1{,}25}+1\right) \geq 0$.

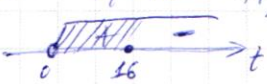
$t^{\log_4 0{,}75}=t^{\log_4 1{,}25}-1$

$\log_4 0{,}75<0$, $\log_4 1{,}25>0 \Rightarrow f=t^{\log_4 0{,}75}$ ↓, $f_2(t)=t^{\log_4 1{,}25}-1$ ↑ $\Rightarrow$ 1 решение.

$t=16$. $(0{,}75)^2=(1{,}25)^2-1$

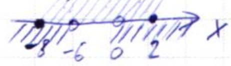
$\frac{9}{16}=\frac{25}{16}-\frac{16}{16}$

$t\left(t^{\log_4 0{,}75}-t^{\log_4 1{,}25}+1\right) \geq 0$



$t \leq 16$. $\begin{cases} x^2+6x \leq 16 \\ x^2+6x>0 \end{cases}$

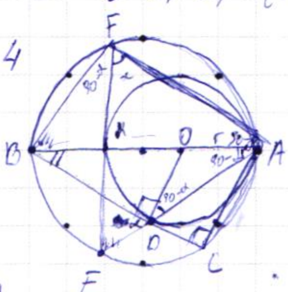
$\begin{cases} (x+3)^2-25 \leq 0 \\ x(x+6)>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x+3 \leq 5 \\ x+3 \geq -5 \\ x(x+6)>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -8 \\ x(x+6)>0 \end{cases}$



$x \in [-8;-6) \cup (0;2]$

Ответ: $[-8;-6) \cup (0;2]$

№4



$\angle AFE=\alpha$, $\angle ABC=\beta$.

$\angle ACB=90°$ (опир на диам.) $=\angle ODB$ (кас.), $\angle CBA$ - общ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ODB \sim \triangle ABC$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{BO}{BA}=\frac{BD}{BC}=\frac{OD}{AC}$

$\frac{2R-r}{2R}=\frac{6{,}5}{6{,}5+2{,}5}$; $1-\frac{r}{2R}=\frac{65}{90}$; $\frac{r}{2R}=\frac{25}{90}$ $9r=5R$; $R=\frac{9}{5}r$.

$\boxed{\beta=2\alpha-90}$ $\beta+90-\alpha=\alpha$

$\frac{OD}{AC}=\frac{r}{2R\cdot\sin\beta}=\frac{6{,}5}{6{,}5+2{,}5}$; $\frac{r\cdot 5}{2\cdot 9\cdot r\cdot\sin\beta}=\frac{65}{90}$; $\sin\beta=\frac{26}{13}\cdot\frac{10}{26}=\frac{5}{13}$; $\cos\beta=\sqrt{\frac{169}{169}-\frac{25}{169}}=\frac{12}{13}$

$\cos\beta=\frac{BC}{AB}$; $\frac{9}{2R}=\frac{12}{13}$; $R=\frac{9\cdot 13}{24}=\boxed{\frac{39}{8}}$; $r=\frac{5}{9}R=\frac{5}{9}\cdot\frac{39}{8}=\boxed{\frac{195}{72}}$ $\angle BFA=90°$ (на диам.)

$\angle BFE = 90^\circ - \alpha$; $\angle BFE = \angle BAE$ (на дуге BE) $\Rightarrow \angle BAE = 90^\circ - \alpha$.

$$DA^2 = BD^2 + BA^2 - 2\cos\beta \cdot BD \cdot BA = \frac{169}{4} + 4 \cdot \frac{39^2}{64} - 2 \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{13}{4} \cdot 2 \cdot \frac{39}{64} = \frac{169 \cdot 4 + 39^2 - 3 \cdot 39}{16} =$$

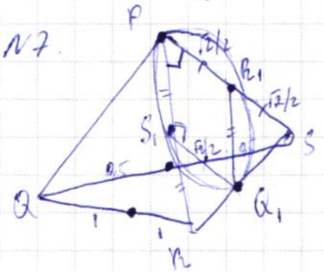
$$= \frac{13 \cdot 13 \cdot 4 + 39 \cdot 36}{16} = \frac{13 \cdot 4 \cdot (13 + 3 \cdot 9)}{16} = \frac{13 \cdot 4 \cdot 40}{16}; \quad DA = \sqrt{130}$$

$$\frac{DA}{\sin\beta} = \frac{BD}{\sin(90 - \alpha)} \text{ (т. синусов)} \qquad \frac{\sqrt{130}}{5} \cdot 13 = \frac{13}{2\cos\alpha} \qquad \cos\alpha = \frac{5}{2\sqrt{130}} = \frac{\sqrt{130} \cdot 5}{260} = \frac{\sqrt{130}}{52}$$

$$\boxed{\alpha = \arccos\frac{\sqrt{130}}{52}}$$

Ответ: $r = \frac{195}{72}$; $R = \frac{39}{8}$; $\angle AFE = \arccos\frac{\sqrt{130}}{52}$.

N 7.



$PR_1 = S_1Q_1$; $PR_1 \parallel S_1Q_1$ (т.к. S_1Q_1 – ср. лин.) $\Rightarrow PR_1Q_1S_1$ – пар.

$PR_1S_1Q_1$ опис. в окр $\Rightarrow PR_1S_1Q_1$ – прямоуг $\Rightarrow \angle P = 90^\circ$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5

$f(k)=f(k)+f(1) \Rightarrow f(1)=0$. $f(2)=\left[\frac{2}{4}\right]=0$ $f(3)=0$ $f(4)=2\cdot f(2)=0$. $f(5)=1$.

$f(6)=f(2)+f(3)=0$ $f(7)=1$ $f(8)=f(2)+f(4)=0$ $f(9)=2\cdot f(3)=0$ $f(10)=1$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	3	1	1	0	4	0	4	1	1	2	5	0	2	3	0

нулей – 10 ; "1" – 7, "2" – 3 ; "3" – 2 ; "4" – 2 ; "5" – 1

$f(ab)=f(a)+f(b)$; $f(b)=f(ab)-f(a)$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f\left(\frac{ax}{y}\right)-f(a)$ пусть $a=y$.

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y) < 0$. $f(x)<f(y)$

1) $f(x)=0$. "1" + "2" + ... + "5" = 7+3+2+2+1 = 15 штук

2) $f(x)=1$ "2" + + "5" = 3+2+2+1 = 8 штук.

3) $f(x)=2$ "3" + "4" + "5" = 2+2+1 = 5 шт.

4) $f(x)=3$ "4" + "5" = 3 шт.

5) $f(x)=4$ "5" = 1 шт.

15+8+5+3+1 = 32

Ответ: 32

N1

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{8}{17}$

$+2\frac{1}{\sqrt{17}}\left(+\frac{17}{4\cdot 8}\right)=\frac{1}{\cos 2\beta}$

$\cos 2\beta=\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta=\pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$.

$\left[\begin{array}{l}\sin 2\alpha\frac{4}{\sqrt{17}}+\cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}=-\frac{1}{\sqrt{17}}\\ \sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}-\cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}=-\frac{1}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}4\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=-1\\ 4\sin 2\alpha-\cos 2\alpha=-1\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\sqrt{17}\cdot\sin\left(2\alpha+\operatorname{arctg}\frac{1}{4}\right)=-1\\ \sqrt{17}\cdot\sin\left(2\alpha-\operatorname{arctg}\frac{1}{4}\right)=-1\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}2\alpha+\operatorname{arctg}\frac{1}{4}=-\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}+2\pi k.\\ 2\alpha+\operatorname{arctg}\frac{1}{4}=\pi+\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}+2\pi k.\end{array}\right.$

$$\left[\begin{array}{l} 2\alpha - \operatorname{arctg}\frac{1}{4} = -\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k \\ 2\alpha - \operatorname{arctg}\frac{1}{4} = \pi + \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \alpha = -\frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{1}{4} + \pi k \\ \alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{1}{4} + \pi k \\ \alpha = -\frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{1}{4} + \pi k \\ \alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{1}{4} + \pi k \end{array}\right.$$

Ответ: $\cancel{-\frac{1}{2}\arcsin^{\alpha}}$ $\operatorname{tg}\left(-\frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{1}{4}\right)$; $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{1}{4}\right)$; $\operatorname{tg}\left(-\frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{1}{4}\right)$; $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{1}{4}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$FA = 2R \cdot \sin\gamma$; $FE = 2R \cdot \sin(\alpha+\gamma)$; $EA = 2R\sin\alpha$

$$4R^2\sin^2\alpha = \sin^2\gamma + \sin^2(\alpha+\gamma) - 2\cdot\cos\alpha\cdot\sin\gamma\cdot\sin(\alpha+\gamma)$$

$$(\sin\alpha\cdot\cos\gamma + \cos\alpha\cdot\sin\gamma)^2$$

$BE = EC =$

$= 2R\cos\alpha$

$\sin\gamma \cdot 2R$

$180 - \angle BAC = 90 - \beta$

$\angle EAC = 90 - \beta - 90 + \alpha$

$90 - \frac{w}{2} = \frac{w}{2} + x = \alpha - \beta = \alpha - 2\alpha + 90 = 90 - \alpha$

$\frac{AF}{\sin\gamma} = 2R$

$\smile BE = \smile EC$ $\quad x = 90 - w$

$90 - 180 + 2\alpha = 2\alpha - 90 = \beta$

$2R \cdot \sin(\alpha+\gamma) = 17$

$EA = 2R \cdot \sin\alpha$

$AE = \sin\alpha \cdot 2R =$

$\frac{39}{8} \quad \frac{\sqrt{2674}}{52}$

$\sin\alpha = \sqrt{\frac{52^2 - 130}{52^2}} = \frac{\sqrt{2674}}{52}$

$\frac{4x - 3 - (ax+b)(2x-2)}{x-1} \geq 0$

$\frac{-2ax^2 + (2a - 2b + 4)x + 2b - 3}{x-1} \geq 0$

$D > 0$

$D = 4a^2 + 4b^2 + 16 - 8b + 8a - 16 + 8a \cdot 16ab - 24a = 4a^2 + 4b^2 + 16 + 8b - 16b - 8a = (2a + 2b + 4)^2$

$f(p) = f(1) - f(p) = f(1) = 0$

$f(2p) = f(p) + f(2) = f(p+4) - f(2)$

$f(3p) = f(p) + f(3)$

$f(p \cdot p) = 2f(p)$

$f(1) = 0$

$f(2) = 0$

$f(3) = 0$

$f(4) = 0$

$f(2) \cdot 2 = 2f(0)$

$f(5) = f(1) = 0$

$f(6) = 2f(0)$

$f(7) = 0$

$f(8) = f(2) + f(4) = f(0) \cdot 3$

$f(9) = 2 \cdot f(0)$

$f(10) = f(0)$

$\frac{S_{FNA}}{S_{BFA}} = \frac{BN}{BA} =$

$EN = NF$

1	0	
2	$f(2)$	0
3	$f(3)$	0
4	$2f(2)$	0
5		1
6	$2f(2)$	0
7		1
8	$3f(2)$	0
9	$2f(3)$	0
10		1
11		2
12		0
13		3
14		1
15		1
16		0
17		4
18		0
19		4
20		1
21		1
22		2
23		5
24		0
25		2
26		3
27		0

$f(\frac{1}{2}) = f(\frac{1}{4})$

$f(\frac{1}{2}) = f(\frac{1}{10}) + 1$

$f(1) = f(11) + f(\frac{1}{11})$

$0 = 2 + f(\frac{1}{11})$

$f(\frac{1}{11}) = -2$

$f(a) > 0$

$f(x) = f(1) + f(\frac{k}{x})$

$f(b) = f(ab) - f(a)$

$f(\frac{x}{y}) = f(a\frac{x}{y}) - f(a)$

$f(\frac{x}{y}) = f(\frac{ax}{y}) - f(a) \quad a = y$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$

$\pi + 2\pi k = 2\beta = 2\pi k$

52 × 52 = 2704; 2704 − 130 = 2674; 2674 : 2

1337

$f(y) > f(x)$

8 · 4

7 · 4 + 1

10

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta + \cos 2\alpha = -$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha$

$+ \sin 2\alpha$

$-\frac{1}{2}(\sin(4\alpha + 2\beta) + \sin 2\beta)$

$2\sin(2\alpha + 2\beta) \cdot \cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$\frac{2}{\sqrt{17}} \cdot \frac{17}{8} = \frac{1}{\cos 2\beta}$

$\frac{\sqrt{17}}{4}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin\alpha + \sin(90 - \alpha) = \frac{1}{2}(1 +$

$2 \cdot \sin(2\alpha + 2\beta) \cos 2\alpha$

$\sin(\alpha + 90) + \sin(\alpha) = 2 \cdot \sin\frac{2\alpha + 90^\circ}{2} \cdot \cos 90^\circ = 0$

$\cos\alpha + \sin\alpha$

$2 \cdot \sin 45^\circ \cos\frac{2\alpha + 90^\circ}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 2\alpha =$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2\alpha$

$\cos 2\alpha = -1 - 4\sin 2\alpha$

$\cos 2\alpha = 4\sin 2\alpha + 1$

$\sqrt{17}\sin(2\alpha + \operatorname{arctg}\frac{1}{4}) = -1$

$\sin(2\alpha + \operatorname{arctg}\frac{1}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{17}}$

$\sin 2\alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ (I и II)

$\cos\alpha + \sin\alpha = 2\sin(\alpha + 45^\circ) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\alpha + \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\beta = 2\alpha - 90^\circ$

$4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$ (I)

$4\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1$ (IV)

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 $3x^2-6x+3y^2-6y+\cancel{4y}+4=0$

$9y^2+4x^2-12xy-3xy+2x+3y-2=0$

$9y^2+4x^2-15xy+2x+3y-2=0$

$(3y+2x+2)^2(3y+2x-1)$

$(3y+2x+2)(3y+2x-1)-27xy=0$

$9y^2+6xy+3y+6xy+4x^2+2x-6y-4x-2$

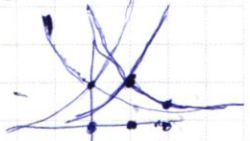
$9y^2+6xy-3y+6xy+4x^2-2x+6y+4x-2$

$\frac{r}{2R\sin\beta}=\frac{r}{AC}=\frac{6{,}5}{9}=\frac{BO}{BA}=\frac{2R-r}{2R}=1-\frac{r}{2R}$

$\cos\frac{12}{13}=\frac{9}{2R}$ $\qquad$ $24R=9\cdot13$ $\qquad$ $R=\frac{39}{8}$

$\frac{r}{2R}=\frac{25}{90}$ $\qquad$ $5R=9r$ $\qquad$ $R=1{,}8r$

$r=\frac{9}{5}\cdot\frac{39}{8}$



№3

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x+x^2\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}$

$3^{\log_4 t}+t\geq t^{\log_4 5}$ $\qquad$ $t>0$.

$t^{\log_4 3}-t^{\log_4 5}+t\geq0$.

$t\left(t^{\log_4 3-1}-t^{\log_4 5-1}+1\right)\geq0$

$t^{\log_4 3-1}=t^{\log_4 5-1}-1$

$t^{\log_4 0{,}75}=t^{\log_4 1{,}25}-1$

1 реш.

$27-125+64$

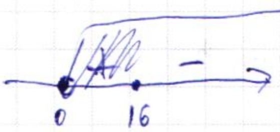
$t=4^x$ $\qquad$ $3^x-5^x+4^x$

$t=16$ $\qquad$ $9-25+16$

$t=4$ $\qquad$ $\frac{3}{4}=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\left(\frac{5}{4}\right)^2-\frac{16}{16}$.

$9=25-16$ $\qquad$ $t=16$.



$t\leq16$.

$\begin{cases}x^2+6x\leq16\\x^2+6x>0.\end{cases}$

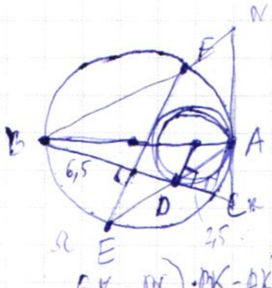
$x^2+6x-16\leq0$

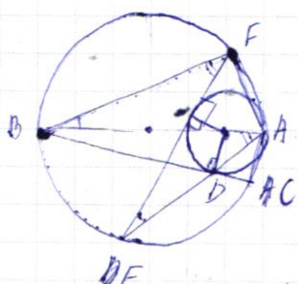
$(x+3)^2-25\leq0$

$(x+3)^2\leq25$

$\begin{cases}x+3\leq5\\x+3\geq-5\\x(x+6)>0\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}x\leq2\\x\geq-8\\x(x+6)>0\end{cases}$

$27-125+64$





$(AK-DK)\cdot AK=AK^2$

$\frac{6{,}5}{9}=\frac{R+R-r}{2R}=1-\frac{r}{2R}$

$[-8;-6)\cup(0;2]$

$6{,}5=\frac{6C}{10}=\frac{13}{2}$.

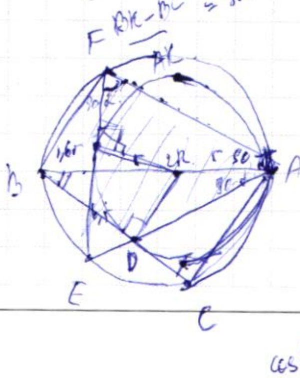
$\frac{r}{2R}=\frac{9-6{,}5}{9}=\frac{2{,}5}{9}$

$\frac{6{,}5}{9}=1-\frac{r}{2R}=\frac{r}{2R\cdot\sin\beta}$

$5R=9r$

$\frac{65}{90}=\frac{1}{2\cdot1{,}8\cdot\sin\beta}$

$R=\frac{9}{5}r=1{,}8r$



$\triangle BDA$

$BA=2R$

$BD=6{,}5$

$\angle ABD$

$\sin\beta=\frac{90\cdot10}{65\cdot36}=\frac{100}{260}=\frac{5}{13}$. $\qquad$ $\cos=\frac{12}{13}=$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)