# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 1 ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы $\alpha$ и $\beta$ удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности $\Omega$ и $\omega$ касаются в точке $A$ внутренним образом. Отрезок $AB$ – диаметр большей окружности $\Omega$, а хорда $BC$ окружности $\Omega$ касается $\omega$ в точке $D$. Луч $AD$ повторно пересекает $\Omega$ в точке $E$. Прямая, проходящая через точку $E$ перпендикулярно $BC$, повторно пересекает $\Omega$ в точке $F$. Найдите радиусы окружностей, угол $AFE$ и площадь треугольника $AEF$, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция $f$ определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел $a$ и $b$ из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа $p$ ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее $x$). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех $x$ на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина $A$ которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра $AD$. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра $BC$. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases} \iff \begin{cases} x^2-4xy+4y^2 = xy-x-2y+2. \quad (1) \\ x \geq 2y. \quad (2) \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \quad (3). \end{cases}$$

(1) $x^2-5xy+x+4y^2+2y-2=0.$

$x^2-x(5y-1)+4y^2+2y-2=0.$

$D = 25y^2-10y+1-4(4y^2+2y-2) = 25y^2-10y+1-16y^2-8y+8 =$

$9y^2-18y+9 = 9(y^2-2y+1) = 9(y-1)^2$

$$x = \frac{5y-1 \pm 3(y-1)}{2}. \iff \left[\begin{aligned} x &= \frac{5y-1-3y+3}{2}. \\ x &= \frac{5y-1+3y-3}{2} \end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} x &= y+1. \\ x &= 4y-2. \end{aligned}\right.$$

1° $x = y+1.$

подставим в (3).

$(y+1)^2+9y^2-4(y+1)-18y=12.$

$y^2+2y+1+9y^2-4y-4-18y=12.$

$10y^2-20y-15=0. \quad |:5$

$2y^2-4y-3=0.$

$\frac{D}{4} = 4+6=10.$

$y = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$

если $y = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$, то $x = \frac{2+\sqrt{10}}{2} + 1$. $y = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$ $x = \frac{2-\sqrt{10}}{2} + 1$.

проверим условие $x \geq 2y$

$\frac{2+\sqrt{10}}{2} + 1 \geq 2 + \sqrt{10}$

$1 \geq \frac{2+\sqrt{10}}{2}$.

$2 \geq 2 + \sqrt{10}$

$0 \geq \sqrt{10}$

$\varnothing$. значит $y = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$ не подходит.

$\frac{2-\sqrt{10}}{2} + 1 \geq 2 - \sqrt{10}$.

$1 \geq \frac{2-\sqrt{10}}{2}$.

$2 \geq 2 - \sqrt{10}$.

$0 \geq -\sqrt{10}$.

подходит.

$\Rightarrow x = \frac{2-\sqrt{10}}{2} + 1$

$y = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$.

решение.

$2^{\circ}$ $x = 4y - 2$. подставим в (3).

$(4y-2)^2 + 9y^2 - 4(4y-2) - 18y = 12$.

$16y^2 - 16y + 4 + 9y^2 - 16y + 8 - 18y = 12$.

$25y^2 - 32y - 18y = 0$.

$y(25y - 50) = 0$.

$y(y-2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} y = 0 \Rightarrow x = -2. \\ y = 2. \quad x = 6 \end{array}\right.$

проверим усл. (2) $-2 \geq 0$. $\varnothing$.

$6 \geq 2 \cdot 2 \Rightarrow$ решение.

Ответ: $x = \frac{2-\sqrt{10}}{2} + 1$ $y = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$.

$x = 6$ $y = 2$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$ (1)

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ (2).

(2) $2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$.

$-\frac{2}{\sqrt5}\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$.

$\frac{2}{\sqrt5}\cos 2\beta = \frac{4}{5}$.

$\cos 2\beta = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt5}\cdot\frac{\sqrt5}{2} = \frac{2}{\sqrt5}$.

$2\beta = \pm\arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi k$.

1° $2\beta = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi k$.

$\sin(\alpha)$

$$\left[\begin{array}{l} 2\alpha+2\beta = -\arcsin\frac{1}{\sqrt5} + 2\pi n. \\ 2\alpha+2\beta = \pi + \arcsin\frac{1}{\sqrt5} + 2\pi n. \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} 2\alpha + \arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi k = -\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi n \\ 2\alpha + \arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi k = \pi + \arcsin\frac{1}{\sqrt5} + 2\pi n \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\alpha = -\underset{\alpha\in[0;\pi]}{\underset{\Downarrow}{\arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right)}} - \underset{\beta\in[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]}{\underset{\Downarrow}{\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right)}} + 2\pi n - 2\pi k. \\ 2\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) - \arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi n - 2\pi k + \pi. \end{array}\right.$$

$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt5}$. $\quad \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$. $\quad \Rightarrow \sin^2\alpha = \sin^2\beta$.

$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt5}$ $\quad \cos^2\alpha + \sin^2\beta = 1$. $\quad , \Downarrow$

$\alpha = \beta$.

$$\left[\begin{array}{l} 2\alpha = -2\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi n - 2\pi k \\ 2\alpha = \pi + 2\pi n - 2\pi k \end{array}\right. \Rightarrow \begin{array}{l} \alpha = -\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi n - 2\pi k \\ \alpha = \frac{\pi}{2} + \pi n - \pi k \end{array}$$

$\varnothing$

$$tg\alpha = -tg\left(\underbrace{\arcsin\frac{1}{\sqrt5}}_{\beta}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt5}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$tg^2\alpha = \frac{1}{1-\sin^2\alpha} - 1$$

$$tg\alpha = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{1}{5}} - 1} = \sqrt{\frac{5}{4} - 1} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$2^\circ$ $2\beta = -\arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi k$

$$\left[\begin{array}{l} 2\alpha + 2\beta = -\arcsin\frac{1}{\sqrt5} + 2\pi n \\ 2\alpha + 2\beta = \pi + \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi n \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\alpha + \arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi k = -\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi n \\ 2\alpha - \arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi k = \pi + \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi n \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\alpha = 2\pi n - 2\pi k \\ 2\alpha = 2\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + \pi + 2\pi n - 2\pi k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \alpha = \pi n - \pi k \\ \alpha = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + \frac{\pi}{2} + \pi n - \pi k \end{array}\right. \Rightarrow tg\alpha = 0$$

$$tg\alpha = tg\left(\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + \frac{\pi}{2}\right) = -ctg\left(\underbrace{\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right)}_{\beta}\right) = -2$$

$$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt5}$$

$$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$$

$$1 + ctg^2\beta = \frac{1}{\sin^2\beta}$$

$$ctg^2\beta = \frac{1}{\sin^2\beta} - 1$$

$$ctg\beta = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{5}} - 1} = \sqrt{5-1} = \sqrt4 = 2$$

Ответ: $tg\alpha = -2; -\frac{1}{2}; 0$.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Дано:

$\Omega$ и $\omega$ касаются.

внутр. образом.

AB - диаметр.

$CD = 8$

$BD = 12$

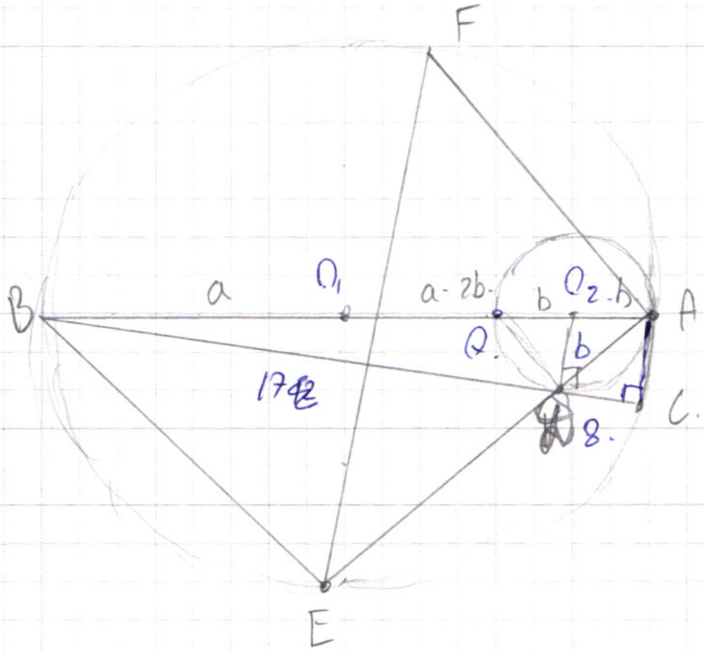
Найти:

$R_\Omega - ?$ $R_\omega - ?$

$\angle AFE = ?$

$\angle AEF = ?$

Решение:




1) $R_\Omega = a$

$R_\omega = b$

$\triangle BAC \sim \triangle BDO_2$ (по II углам)

т.к. $BD$ - кас.

$\cancel{BD^2 = AB \cdot BQ}$

$BO_2 = 2a - b = \frac{25}{8}b - b = \frac{17b}{8}$

$O_2D = b$

$\frac{2a-b}{17} = \frac{2a}{25}$

$50a - 25b = 34a$

$16a = 25b$

$a = \frac{25b}{16}$

по т. Пифагора.

$\frac{289b^2}{64} - 289 = b^2$

$\frac{225}{64}b^2 = 289$

$b^2 = \frac{289 \cdot 64}{225} \Rightarrow b = \frac{17 \cdot 8}{15} = \frac{136}{15}$

$a = \frac{\cancel{85}^{5}}{10} \cdot \frac{136}{\cancel{15}_{3}} = \frac{5 \cdot \cancel{136}^{17}}{3 \cdot \cancel{16}_{2}} = \frac{5 \cdot 17}{3 \cdot 2} = \frac{85}{6}$

$\angle AFE = \angle ABE = \angle AQD$

$\cos \angle DBO_2 = \frac{17}{2a-b} = \frac{17}{85 - \frac{136}{15}} = \frac{15}{67}$.

по т. косинусов найдем $QD$

$\cancel{QD = \sqrt{(2a-2b)^2 + 289 - 2 \cdot 17 (2a-2b) \frac{15}{67}} = \sqrt{\frac{2006}{15} + 289 - 2 \cdot 17}}$

найдем $AD$

$\cancel{AD = \sqrt{(85)^2 + (17)^2 - 2 \cdot 17 \cdot 85 \cdot \frac{15}{67}} = \sqrt{7225 + 289 -}}$

$AC = \sqrt{85^2 - 25^2} = \sqrt{(85+25)(85-25)} = \sqrt{110 \cdot 60} = \sqrt{6600}$.

$AD = \sqrt{6600 + 64} = \sqrt{6664}$

по т. косинусов

$\cancel{\left(\frac{136}{15}\right)^2} = \cancel{\left(\frac{136}{15}\right)^2} + 6664 - 2 \cdot \sqrt{6664} \cdot \frac{136}{15} \cos \angle BAD$

$\cos \angle BAD = \frac{6664}{2\sqrt{6664} \cdot \frac{136}{15}} = \frac{\sqrt{6664}}{2 \cdot \frac{136}{15}} = \frac{15\sqrt{6664}}{272}$

$\angle BAD = \arccos \frac{15\sqrt{6664}}{}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

Дано:

ABCD - пирамида.

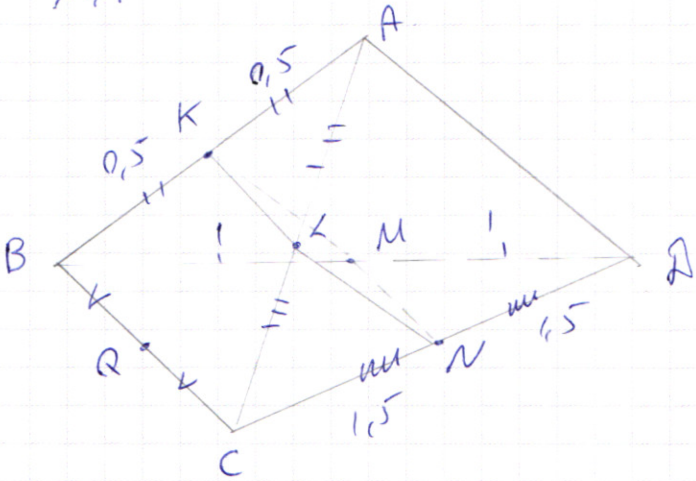
AB = 1.

BD = 2.

CD = 3.

BC = ?

$R_{min}$ = ?




KL - ср. линия.

⇓

KL ∥ BC.

$KL = \frac{1}{2}BC$

MN - ср. линия.

⇓

BC ∥ MN.

$MN = \frac{1}{2}BC$.

⇓

KLMN - парал., вписан в окруж.

но т.к он вписан в окр => KLMN - прямоуг.

=> LN ⊥ MN

QKAL - парал. вписан в окр. => QKAL - прямоуг.

⇓

∠BAC = ~~..~~ 90°

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x.$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2+18x \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}.$$

$\exists\ x^2+18x=t>0.$

$$5^{\log_{12}t}+t \geq t^{\log_{12}13}.$$

$\exists\ 5^{\log_{12}t}=z>0.$

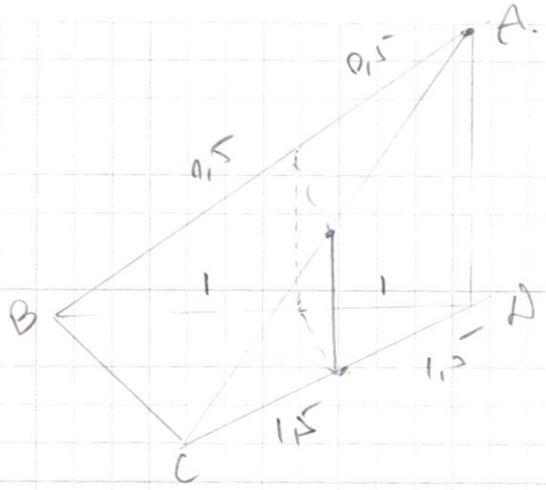
$\log_{12}t=\log_5 z.$

$t=12^{\log_5 z}.$

$$z+12^{\log_5 z} \geq \left(12^{\log_5 z}\right)^{\log_{12}13}.$$

$$z+12^{\log_5 z} \geq \left(12^{\log_{12}13}\right)^{\log_5 z}.$$

$$z+12^{\log_5 z} \geq 13^{\log_5 z}.$$



A
0,5
0,5
B
1
1
D
1,5
1,5
C

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(ab) = f(a) + f(b)$.

$f(b) = f(1) + f(b)$.

$f(1) = 0$.

$f(a^2) = 2f(a)$

$f(b^2) = 2f(b)$.

$f(p) = [p/4]$

$\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17$.

$ax+b \ge \frac{12x+11}{4x+3}$.

$ax+b \le -8x^2-30x-17$.

$12x+11 \mid 4x+3$
$-\;12x+9 \quad 3$
$2$.

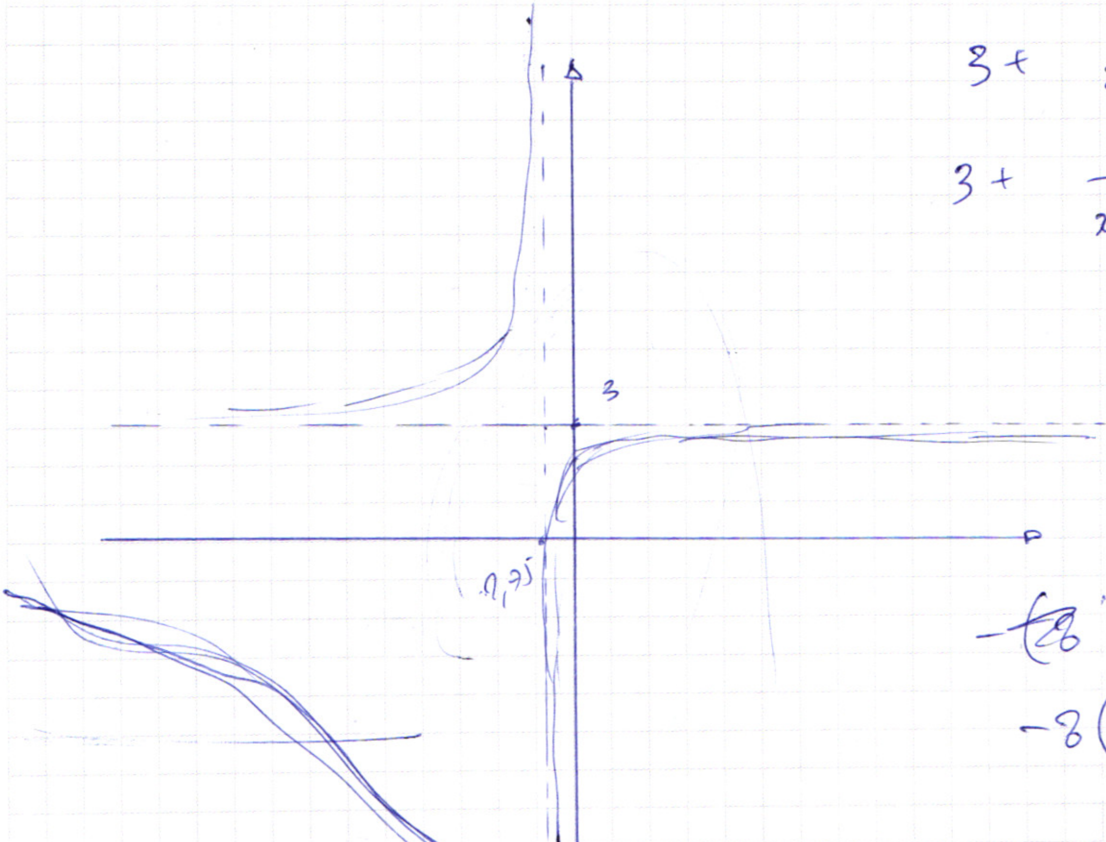
$3 + \frac{2}{4x+3}$.

$3 + \frac{1}{2x+1{,}5}$

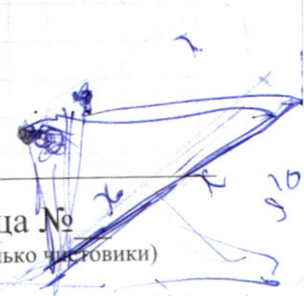
$3 + \frac{\frac{1}{2}}{x+0{,}75}$.

$-8x^2-30x-17 =$

$-(8x^2+30x+17)$




$-8(x^2 - \frac{37}{}$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{array}{r} \times\ 34 \\ 85 \\ \hline 170 \\ 272 \\ \hline 2890 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 2890 \\ 15 \\ \hline 1445 \\ 289 \\ \hline 33350 \end{array}$$

$$\frac{33350}{67}$$

$$\begin{array}{r} +\ 7225 \\ 289 \\ \hline 7514 \end{array}$$

$7514 \cdot 67$

$$\begin{array}{r} \times\ 7514 \\ 67 \\ \hline 52598 \\ 45084 \\ \hline 503438 \end{array}$$

$$\frac{503438}{67}$$

$$\frac{4y^2-1}{4} - y^2 = 0{,}25$$

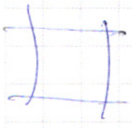
$4x^2 - 1 = 4y^2$

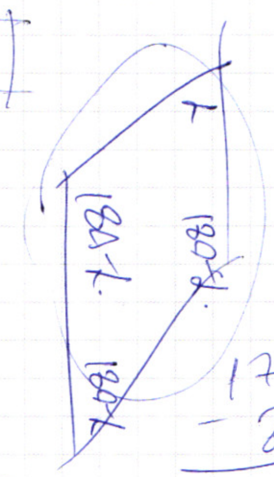
$2y^2$

$$x = \sqrt{\frac{4y^2-1}{4x^2}} = \frac{\sqrt{4y^2-1}}{2x}$$

$$\frac{\sqrt{4y^2-1}}{2}$$

$$\frac{4y^2-1}{2}$$

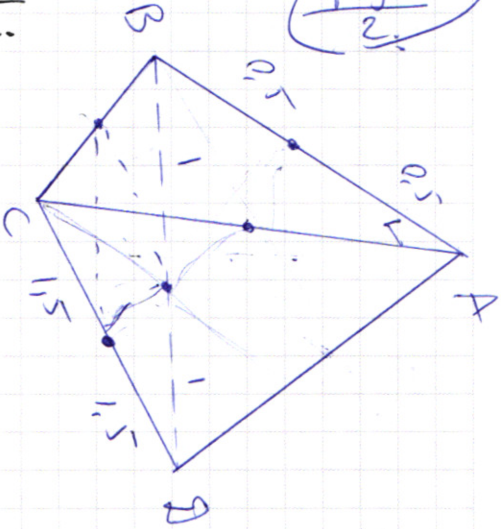




$$\begin{array}{r|l} 6664 & 4 \\ \hline -4 & 1666 \\ 26 & \\ -24 & \\ 26 & \\ -24 & \\ 24 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ -3 \\ \hline 14 \end{array}$$

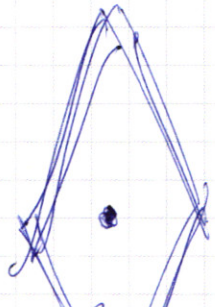
$$\begin{array}{r} 225 \\ -136 \\ \hline 89 \end{array}$$



$AB =$

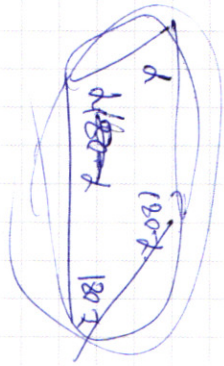
$BD = 2$

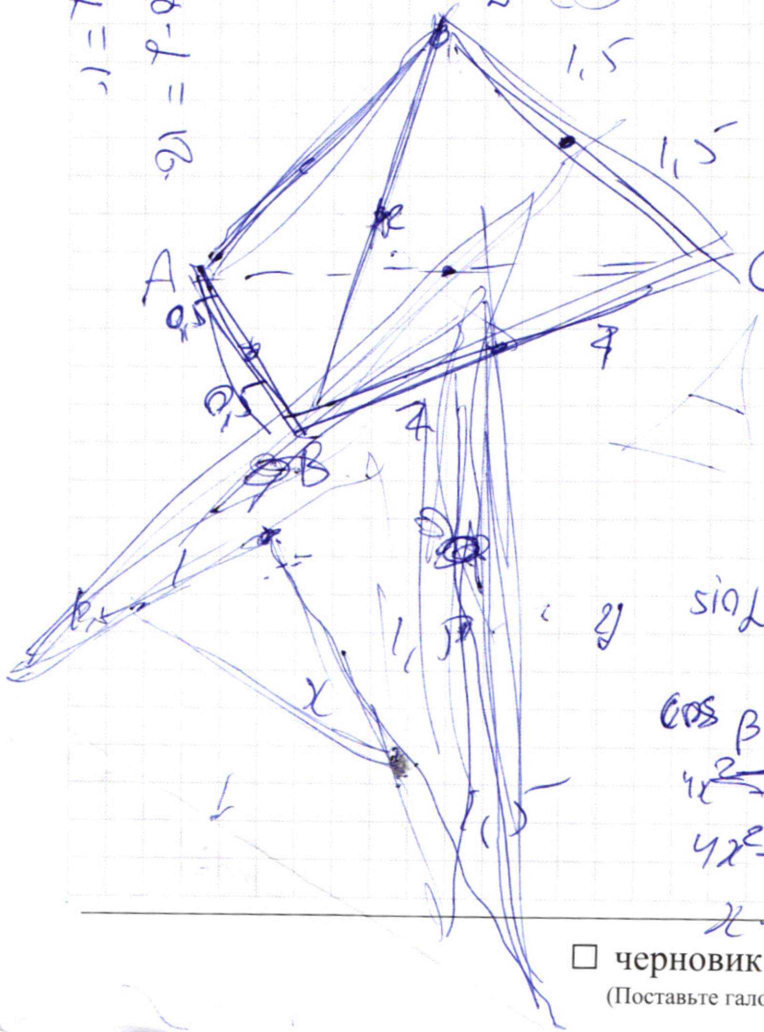
$CD = 3$



$$\left(\frac{4y^2-1}{2x}\right)^2 + 0{,}25 =$$

$y^2$





$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt5}$

$$x = \frac{\sqrt{4y^2-1}}{2x}$$

$\frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\cos\beta = \frac{2}{\sqrt5}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 1$

$4x^2 - 1 = 4y^2$. $\cos\alpha = \cos\beta$

$$x = \frac{4y^2-1}{}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$.

$$\begin{cases} \sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin 2\alpha \cos 4\beta + \cos 2\alpha \sin 4\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}. \end{cases}$$

$\cos = \sqrt{1-\frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt5}$.

$\sin(2(\alpha+\beta)) = -\frac{1}{\sqrt5}$.

$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$

№2.

$\sin(2\alpha+2\beta+2\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$.

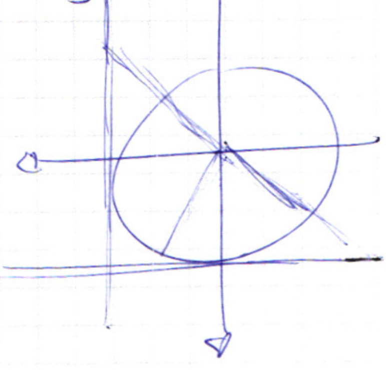
$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$.

$-\frac{1}{\sqrt5}\cdot\cos 2\beta + \frac{2}{\sqrt5}\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$.

$2\sin\left(\frac{2\alpha+4\beta+2\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{2\alpha+4\beta-2\alpha}{2}\right) = -\frac{4}{5}$.

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$.

$2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right)\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$



☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

~~5КТ~~

$$\frac{\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha}{\sin(2\alpha+2\beta)} =$$

№2.

$x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}$.

$x^2+9y^2-4x-18y=12$.

$x-2y=\sqrt{x(y-1)-2(y-1)}$

$(x-2y)=\sqrt{(x-2)(y-1)}$.

$x^2+9y^2-4x-18y=12$.

$x^2-4xy+y^2=xy-x-2y+2$.

$x^2-5xy+x+y^2+2y-2=0$.

$x^2-x(5y+1)+y^2+2y-2=0$

$D=25y^2+10y+1-4y^2-8y+4$.

$21y^2+2y+5$.

~~5КТ~~

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin^2(2\alpha+2\beta)=\frac{1}{5}$.

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{4}{5}$.

$2\cdot -\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta=-\frac{4}{5}$.

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}$.

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}$.

~~$\sin^2(2\alpha+4\beta)+2\sin(2\alpha+4\beta)\sin(2\alpha)+\sin^2 2\alpha=\frac{4}{5}$.~~

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{2}{\sqrt5}$ $\cos 2\beta = \frac{4}{5}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{8} \cdot \frac{\sqrt5}{2}$

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt5}$

$\sin 2\beta = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt5}$

$\cancel{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta} = -\frac{1}{\sqrt5}$

$2\beta = \pm\arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi k$

$\cancel{\frac{2}{\sqrt5}\sin 2\alpha + \cos 2\alpha}$

$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$

1° $2\beta = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi k$

$2\alpha + 2\beta = \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi k$

$2\alpha = \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) - 2\arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) - 2\pi k + 2\pi k$

$2\alpha = \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) - 2\arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right) + 2\pi k$

$\alpha = \frac{\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right) - 2\arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right)}{2}$

$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{-\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) - 2\arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right)}{2}\right)$

$= -\operatorname{tg}\left(\frac{\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right)}{2}\right)$

$\frac{1275 - 2720}{30} =$

$4\left(\frac{85}{2} - \frac{136}{15}\right)$

$\frac{2006}{15}$

$\frac{85 \cdot 15}{425}$ $1275$

$1275 - 136 = 1139$

$\frac{17 \cdot 15}{1139} = \frac{15}{67}$

$1139 \mid 17$, $102$, $119$, $67$

$= tg\left(\frac{\arcsin\frac{1}{\sqrt5}}{2} + \arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right)\right)$.

$\exists\ \alpha = \arcsin\frac{1}{\sqrt5}$. $\quad \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt5}$.

$\beta = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt5}\right)$.

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$.

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$t^{\log_{12} 13} = z$.

$\cancel{5^{\log_{15} t}}\ 5^{\log_{12} t} = z > 0$.

$\log_{12} t = \log_5 z$.

$t = 12^{\log_5 z}$.

$32 + 18$

$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2}. \\ \cancel{x^2+9y^2-4x-18} \\ x^2+9y^2-4x-18y = 12. \end{cases}$

$\cancel{x^2-4xy = xy}$

$\cancel{x \geq 2y}$

$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2 = xy-x-2y+2. \ (1) \\ x \geq 2y. \quad (2) \\ x^2+9y^2-4x-18y = 12 \ (3) \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-5xy+x+4y^2+2y-2 = 0. \\ x^2-9y^2-4x-18y = 12. \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-5xy+x+4y^2+2y = 2. \\ x^2-9y^2-4x-18y = 12. \end{cases} \Big| \cdot 4.$

$-4x^2+20xy-4x-16y^2-8y = -8$

$x^2-9y^2-4x-18y = 12.$

$-3x^2$.

$4x^2-20xy+\cancel{4x}+16y^2+8y = 8.$

$x^2-9y^2-\cancel{4x}-18y = 12.$

$5x^2-20xy+7y^2-10y-20 = 0.$

$\frac{D}{4} = 100y^2 - 5(7y^2-10y-20)$

$2890 \cdot 15 =$

2890

170

2890

951

951

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2 \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$x^2-5xy+x+4y^2+2y-2$. $\cancel{2x}$ $-4xy+4y^2-9y^2+4x+18y=xy-x-2y+2-12$.

$x^2-x(5y-1)+4y^2+2y-2$. $\quad -5y^2-4xy+4x+18y=xy-x-2y+2-12$.

$\cancel{25y}$ $25y^2-10y+1-16y^2$ $\quad$ $\cancel{-80}$ $-5y^2-5xy+5x+20y+10=0$.

$-8y+8=$

$9y^2-18y+9=$ $\quad$ $y^2+xy-x-4y-2=0$.

$\cancel{y^2-4y+4+x}$

$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12} 13}$ $\quad$ $-12x-y^2+y(x-4)-(x+2)=0$

$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2+18 \geq |x^2+18x|^{l}$ $\quad$ $x^2-8x+16+4(x+2)=$

$x^2-4x+24$.

$3\ x^2+18x=t>0$.

$5^{\log_{12} t}+t \geq \cancel{t}\, t^{\log_{12} 13}$. $\quad$ $5^{\log_{12} t}=z$.

$\log_{12} t=5^z$.

$t=12^{5^z}$.

$\log_{12} t=z$. $t=12^z$.

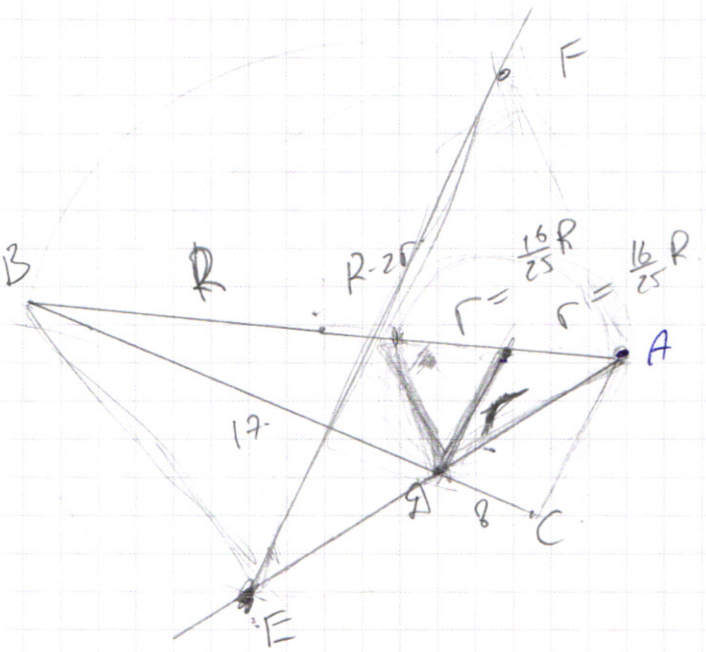
$12^z$

$5^z+12^z \geq \cancel{13}^z$

$5^{\log_{12} t} + t \geq t^{\log_{12} 13}$

$f(x) = 5^{\log_{12} t} + t$

$f'(x) =$




$R = ?$

$r = ?$

$\angle AFE = ?$ $S_{AEF} = ?$

$CD = 8$ $BD = 17$

$2R - r$ $2R$

$$\frac{2R - r}{17} = \frac{2R}{25}$$

$50R - 25r = 34R$

$16R = 25r$

$r = \frac{16}{25}R$

$2R - r = 2R - \frac{16}{25}R$

$\cancel{50R}$ $R\left(2 - \frac{16}{25}\right) = R\left(\frac{50 - 16}{25}\right) = \frac{34}{25}R$

$\frac{16}{25}R$ $\frac{34}{25}R$