МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. **[3 балла]** Углы α и β удовлетворяют равенствам
$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$
Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. **[4 балла]** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. **[5 баллов]** Решите неравенство
$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. **[5 баллов]** Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. **[5 баллов]** Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. **[5 баллов]** Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство
$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$
выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. **[6 баллов]** Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 1

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ (1)

(1): $\sin 2\alpha\,(2\cos^2 2\beta - 1 + 1) + 2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$2\cos 2\beta\,(\sin 2\beta \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha) = -\frac{4}{5}$

$2\cos 2\beta \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos 2\beta = \frac{4}{2\sqrt{5}} \Leftrightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{2}{2\sqrt{5}}$

$\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$: $\sin 2\alpha \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$2\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$

$2\cos\alpha\,(2\sin\alpha + \cos\alpha) = 0$

при $\cos\alpha = 0$ tg не определен, поэтому $\cos\alpha \neq 0$:

$2\sin\alpha + \cos\alpha = 0 \quad | : \cos\alpha$

$2\,\mathrm{tg}\,\alpha + 1 = 0$

$\mathrm{tg}\,\alpha = -\frac{1}{2}$

$\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$: $\sin 2\alpha \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$2\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1$

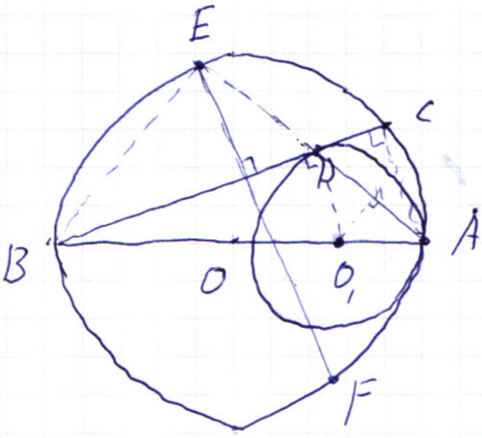
$2\cos\alpha\,(2\sin\alpha - \cos\alpha) = 0$

$2\sin\alpha - \cos\alpha = 0 \quad | : \cos\alpha$

$2\,\mathrm{tg}\,\alpha - 1 = 0 \quad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{2}$

Ответ: $\pm\frac{1}{2}$

Задание 4



а) $O_1D \perp BC$ (радиус и касательная в одну точку.

$BC \perp CA$ ($\angle BCA$ опирается на диаметр AB)

$\Downarrow$

$\triangle BDO_1 \sim \triangle BCA$ ($DO_1 \parallel AC$)

$$\frac{BD}{BD+DC} = \frac{BO_1}{O_1A} \; ; \; \frac{17}{25} = \frac{2R-r}{2R}$$

$\frac{R}{r} = \frac{25}{16}$; $R = \frac{25}{16} r$; из прямоуг. $\triangle BDO_1$:

$$BO_1^2 = r^2 + BD^2 \Rightarrow (2R-r)^2 = r^2 + 17^2$$

подставим $R = \frac{25}{16} r$, выразим r:

$$r^2 = \frac{64 \cdot 17^2}{9 \cdot 25} \quad \boxed{r = \frac{8 \cdot 17}{3 \cdot 5} \; ; R = \frac{17 \cdot 5}{6}}$$

б) ~~$AC \parallel EF \Rightarrow \angle CAD = DEF$~~

$\angle AFE = \angle ABE$ (опираются на дугу AE)

$\triangle ABE$: $\angle BEA = 90°$ (опирается на диаметр AB)

$\triangle ADC$: $AD^2 = DC^2 + AC^2$, $AC = \frac{25}{17} \cdot r$

$$AD^2 = \left(\frac{25}{17} r\right)^2 + 8^2$$

$\triangle OHA$: $\cos A = \frac{1}{2} \frac{AD}{AO_1} = \frac{1}{2r} \cdot \sqrt{\left(\frac{25}{17} r\right)^2 + 8^2} \Rightarrow \cos A = \frac{5 \cdot \sqrt{31}}{17 \cdot 2}$

следовательно, $\angle AFE = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{5 \cdot \sqrt{31}}{17 \cdot 2}\right)$

в)

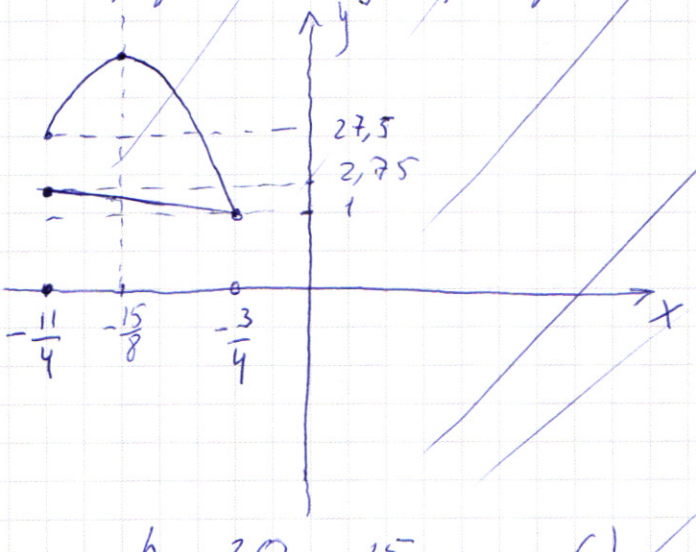
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 6

рассмотрим $f(x)=\frac{12x+11}{4x+3}$ - это функция, которая при $|x|$ больших будет похожа на прямую с $k=\frac{12}{4}=3$, $f(0)=\frac{11}{3}$, $f\left(-\frac{11}{12}\right)=0$, $x\neq-\frac{3}{4}$

~~$f(x)$ будет ограничена сверху прямой $3x+$~~

Изобразим эту прямую и параболу на графике: (схематично)



$x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{30}{16}=-\frac{15}{8}$ $\quad g(x)=-8x^2-30x-17$

$-8\left(-\frac{15}{8}\right)^2+30\cdot\frac{15}{8}-17>g\left(-\frac{11}{4}\right), g\left(-\frac{3}{4}\right)$ поэтому достаточно рассмотреть:

$g\left(-\frac{11}{4}\right)=\frac{110}{4}=27,5$, $g\left(-\frac{3}{4}\right)=1$

$f\left(-\frac{11}{4}\right)=\frac{11}{4}=2,75$

$\lim\limits_{x\to-\frac{3}{4}} f(x)=1$

Задание 2

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \ (1) \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \ (2) \end{cases}$$

~~$\begin{cases} x-2y\geq 0 \\ x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2 \\ (x-2)^2+(3y-3)^2=25 \end{cases}$~~

(2): Преобразуем выражение:

$$x^2+9y^2-4x-18y=12$$
$$(x-2)^2+(3y-3)^2=25$$
$$(x-2)^2+9(y-1)^2=25$$

(1): заметим, что $xy-x-2y+2=(y-1)(x-2)$

замена: $y-1=a$, $x-2=b$:

$$\begin{cases} 9a^2+b^2=25 \\ b-2a=\sqrt{a\cdot b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a^2+b^2=25 \\ b^2-5ab+4a^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a^2+b^2=25 \\ (b-4a)(b-a)=0 \end{cases} \nearrow \left[\begin{array}{l} b=a \\ b=4a \end{array}\right.$$

$b=a$: $10a^2=25$; $a=\pm\frac{5}{\sqrt{10}}$, $b=\pm\frac{5}{\sqrt{10}}$

$b=4a$: $9a^2+16a^2=25$; $a=\pm 1$, $b=\pm 4$

Проверим: $b-2a\geq 0$: $a=1, b=4$ - подходят

Вернемся к замене:

$$y-1=1 \Leftrightarrow y=2$$
$$x-2=4 \Leftrightarrow x=6$$

Ответ: $x=6, y=2$

Задание 3

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2+18x\geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}$$

Замена: $x^2+18x=t$, $t>0$:

$$5^{\log_{12}t}+t\geq 13^{\log_{12}|t|} \Leftrightarrow t^{\log_{12}5}+t\geq |t|^{\log_{12}13}$$

$$t\geq |t|^{\log_{12}13}-t^{\log_{12}5}$$
$$t\geq t^{\log_{12}13}-t^{\log_{12}5}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~при $t>0$: $t \geq t\left(t^{\log_{12}13-\log_{12}5}{}^{1}-1\right) \mid :t$~~

~~$2 \geq t^{\log_{12}13-1}$~~

~~$0<t \leq 2^{\frac{1}{\log_{12}13-1}}$~~

~~при $t=0$:~~

Задание 5

для всех $p \in [1; 24]$: $f(1)=0$, $f(2)=0$, $f(3)=0$, $f(5)=1$, $f(7)=1$, $f(11)=2$, $f(13)=3$, $f(17)=4$, $f(19)=4$, $f(23)=5$.

для остальных $a, b \in \mathbb{N}$ f – сумма делителей числа ($1^{ый}$ шаг) после этого действие $\left[\frac{p}{4}\right]$ для каждого из них.

$$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right) \Leftrightarrow f(x)-f(y)$$

$$f(x)-f(y)<0 \Leftrightarrow f(y)>f(x)$$

$f(4)=0$, $f(6)=0$, $f(8)=0$, $f(9)=0$, $f(10)=1$
$f(12)=0$, $f(14)=1$, $f(15)=1$, $f(16)=0$, $f(18)=0$
$f(20)=1$, $f(21)=1$, $f(22)=2$, $f(24)=0$

Всего из промежутка значение f:

$f=0$ для 11 чисел
$f=1$ для 7 чисел
$f=2$ для 2 чисел
$f=3$ для 1 числа
$f=4$ для 2 чисел
$f=5$ для 1 числа

Следовательно: для $f(x)=0$: $11 \cdot 13$ вариантов

для $f(x)=1$: $7 \cdot 6$ вариантов

для $f(x)=2$: $4 \cdot 2$ вариантов.

для $f(x)=3$: $3 \cdot 3$ вариантов.

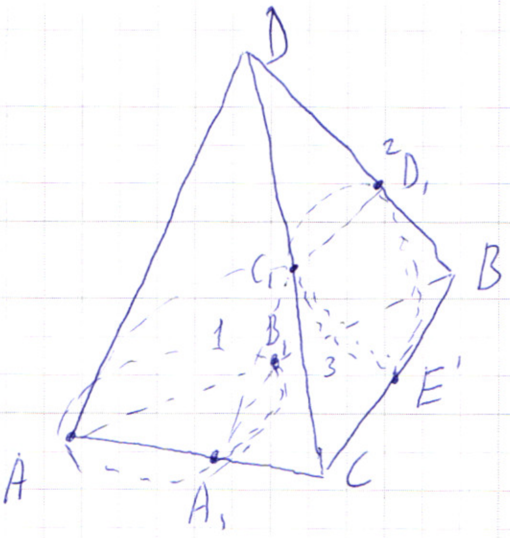
для $f(x)=4$: $2 \cdot 1 = 2$ варианта

для $f(x)=5$: 0 вариантов

Всего: $2+9+8+42+143=204$ варианта

Ответ: 204 пары

Задание 7



а) BC - ?

$C_1D_1 \parallel CB$, $A_1B_1 \parallel CB$

$C_1D_1 = A_1B_1 = \frac{1}{2} BC$

окружности α (т. C_1, D, E'), β (т. A; A_1; B_1), φ (т. A; A_1; C_1) - сечение сферы гранями пирамиды.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 6

$f(x)=\frac{12x+11}{4x+3}$ будет схожа с прямой с $k=3$

на отрезке $[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4})$. Следовательно:

прямая $ax+b$ должна проходить через точки $A(-\frac{11}{4}; t_A)$, $B(-\frac{3}{4}; t_B)$, (t_A и t_B удв. неравенствам):

$$\begin{cases} \frac{12\left(-\frac{11}{4}\right)+11}{4\left(-\frac{11}{4}\right)+3} \le -a\frac{11}{4}+b \le -8\cdot\frac{11^2}{4^2}+30\cdot\frac{11}{4}-17 \\ \left(\frac{12\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)+11}{4\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)+3}\right)^* \le -a\frac{3}{4}+b \le -8\cdot\frac{9}{16}+30\cdot\frac{3}{4}-17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{11}{4} \le -\frac{11}{4}a+b \le 5 \\ \end{cases}$$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$

$f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$

№6

$f(x) = \frac{12x+11}{4x+3}$

$f'(x) = \frac{12(4x+3) - 4(12x+11)}{(4x+3)^2}$

$f'(x) = \frac{12 \cdot 3 - 4 \cdot 11}{(4x+3)^2} < 0$

$f(1) = \frac{12+11}{7} = \frac{33}{7}$

$f(2) = \frac{24+11}{11} = \frac{35}{11}$

$f(3) = \frac{36+11}{15} = \frac{47}{15}$

$\frac{\frac{35}{11}}{\frac{33}{7}} \overset{?}{=} \frac{\frac{47}{15}}{\frac{35}{11}}$

$\left(\frac{35}{11}\right)^2 = \frac{47}{15} \cdot \frac{33}{7}$

?

sin

$2 \geq t^{\log_{12}\frac{13}{12}}$

$t \geq 2^{\frac{1}{\log_{12}\frac{13}{12}}}$

$2^x \geq 5$

$x \geq \log_2 5$

$x^2 \geq 5$

№1

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ ✓

$\sin 2\alpha \cdot \underset{2\cos^2 2\beta - 1}{\cos 4\beta} + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\sin 2\beta = \pm\sqrt{1 - \frac{16}{20}} = \pm\frac{2}{2\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha \cdot 2\cos^2 2\beta + \underset{2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta}{\sin 4\beta} \cdot \cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$ ✓

$2\cos 2\beta \, (\underset{-\frac{1}{\sqrt{5}}}{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha}) = -\frac{4}{5}$

$2\cos 2\beta = \frac{\sqrt{5} \cdot 4}{5} = \frac{4}{\sqrt{5}}$

$\boxed{\cos 2\beta = \frac{4}{2\sqrt{5}}}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$2\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$

$\overset{1}{\cos} 2\alpha =$

$4+1$

$4\sin\alpha\cdot\cos\alpha + 2\cos^2\alpha - 1 = -1$

$-8x^2 - 30x - 17$

$x_0 = -\frac{30}{16}$

$x^2 - 4xy + 4y^2$

$-\frac{15}{8} + \frac{30\cdot 15}{8} - 17 =$

$\frac{30\cdot 15 - 17\cdot 8}{8}$

$x - 2y = t^2$

x

$x \neq y$

2

$-8\frac{11^2}{16_4} + 30\cdot\frac{11}{4} - 17$

$\times\begin{array}{r}14\\30\\\hline 420\end{array}$

$\frac{-2\cdot 11^2 + 30\cdot 14}{4} - 17$

~~140~~

110

178

$\frac{-2\cdot 11^2 + 30\cdot 14 - 17\cdot 4}{4} = \frac{-242 + 420 - 68}{4} = \frac{110}{4} =$

72

$-8\cdot\frac{9}{16} + \frac{30\cdot 3}{4} - 17 = \frac{-18 + 90 - 68}{4} =$

$x^2 - 5xy + x + 2y + 4y^2 = 2$

$(x-2y)^2 = xy - x - 2y + 2$

$x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12$

$x^2 - 4xy + 4y^2 = xy - x - 2y + 2$

$-33 + 11$

$\frac{-22}{-8} = \frac{11}{4}$

88

$-242 \quad 330 \quad 68$

$\frac{-2\cdot 11^2 + 30\cdot 11 - 17\cdot 4}{4}$

$-2\cdot 11^2 +$

$88 \quad 68$

$-11 + 3$

$-242 + 330 - 17\cdot 4 = \frac{20}{4} = 5$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

x^2-4xy $\quad f($

$a^{\log_b c} = \cancel{\log}$

$= c^{\log_b a}$

$x(y-1)-2(y-1) \quad (x-2)(y-1)$

$\log_b c \cdot \log_c a =$

$= \log_b a$

$x-2y$ $\quad f(x) \quad f(\frac{1}{y})$ $\quad A$ $\quad a = x-2$

$\frac{3}{2}$ $\quad b = y-1$

$a^2+b^2=25$

$(a+2)\cancel{(y+1}-2(b+1)=\sqrt{a\cdot b}$

$a^2+b^2=25$ $\quad a+\cancel{2}-2b\cancel{-2}$

$((a+2)-2(b+1))^2=ab$ $\quad a-2b$

$a^2+4a+4-4(a+2)(b+1)$

f - целая без дейст. числа.

$a^2-4ab+4b^2=ab$ $\quad 3^{\log_3 81}$

$y-1 \quad -2$

$\begin{cases} b^2-5ab+4a^2=0 \\ 9a^2+b=25 \end{cases}$ $\quad (b-4a)(b-a)$

$\frac{5}{\sqrt{10}}-2\cdot\frac{5}{\sqrt{10}}$

$y-2$

$-\frac{5}{61}$

$t^{\log_{12}5}+t' \geq |t|^{\log_{12}}$

$19+42+143=204$

$t'(t^{\log_{12}5-1}+1)$

$130+13=143$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$t^{\log_{12}5}+t \geqslant |t|^{\log_{12}13} \quad \Big| : |t|^{\log_{11}13}$

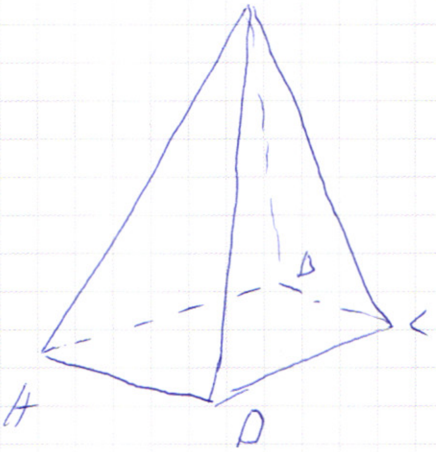
$t^{\log_{12}5-\log_{12}13}+t^{1-\log_{12}13}\geqslant 1$

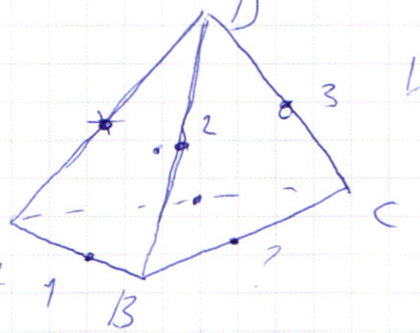
t

$$\left(\frac{25}{17}r\right)^2+8^2=AD^2$$

$AD=$

$\frac{25^2}{17^2\cdot 4}+\frac{8^2}{4r^2}$





$\frac{25^2}{\cancel{17^2\cdot 4}}+\frac{8^2\cdot 3^2\cdot 5^2}{\cancel{4\cdot 8^2\cdot 17^2}}$

$25^2+\cancel{8^2}\cdot 3^2\cdot 5^2$

$\cancel{8}$

$\frac{5}{34}$ $25(25+9)$

$\times\begin{array}{r}34\\34\end{array}$ $\frac{34}{5}=$

$5<\sqrt{31}<6$

$f(a\cdot b)=f(a)+f(b)$

$t\geqslant t^{\log_{12}13}-t^{\log_{12}5}$

$t+t^{\log_{12}5}\geqslant t^{\log_{12}13}$

$t\left(1+t^{\log_{12}\frac{5}{12}}\right)\geqslant t^{\log}$

$\frac{25^2\cdot r^2}{17^2\cdot 4r^2}+\frac{8^2}{4r^2}$

$\begin{array}{r}72\\ \times\ 17\\ \hline 504\\ +\ 72\\ \hline 1224\end{array}$

1225

25

$\begin{array}{r}35\\ \times\ 35\\ \hline 155\\ +\ 115\\ \hline 1305\end{array}$

$\cancel{2}\cancel{5}\cdot($ 12 49

$\frac{25^2}{17^2\cdot 4}+\frac{\cancel{8}\cdot 2\cdot 3^2\cdot 5^2}{\cancel{3}\cdot\cancel{5}^2\cancel{8}\cdot 17}$

$\frac{25^2}{17^2\cdot 4}+\frac{2\cdot 3^2\cdot 5^2}{17}$

$$\frac{25^2+2\cdot 9\cdot 25\cdot 17\cdot 4}{17^2\cdot 4}=\frac{25(25+\overset{72}{8\cdot 9}\cdot 17)}{17^2\cdot 4}$$

25^2+8^2

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-33+11$

$\frac{-\overset{3}{\cancel{12}}\cdot\frac{11}{\cancel{4}}+11}{-\cancel{4}\cdot\frac{11}{\cancel{4}}+3}=\frac{-22}{-8}=\frac{11}{4}$

№1

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\quad$ $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}$

$\sin\alpha+\sin\beta=$

$12x+11=0$

$x=-\frac{11}{12}$

№2

$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} & (1)\\ x^2+9y^2-4x-18y=12 & (2)\end{cases}$

$\frac{12x+11}{4x+3}\le 3x+b$

$(2):\ (x-2)^2+(3y-3)^2-4-9=12$

$\frac{12x+11}{4x+3}-3x$

$(x-2)^2+(3y-3)^2=25$ ✓

$(1):\ x-2y\geq 0,\ xy-x-2y+2\geq 0\ (?)$

$\frac{11-9x}{4x+3}\le b$

$(x-2y)^2=xy-x-2y+2$

$x^2-4xy+4y^2=xy-x-2y+2$ ✓

$2^{\log_2 16}=2^4$

$16^{\log_2 2}=16$

$x^2-5xy+4y^2+x+2y-2=0$

x

$3^{\log_2 4}=9$

$-9(4x+3)-4(11-9x)=0$

$4^{\log_2 3}$

$-9\cdot 3$

$\cancel{12x}+11-\cancel{12x}-9x$

№3

$5^{\log_{12}(18x+x^2)}+x^2\geq 13^{\log_{12}|x^2+18x|}-18x$

$\frac{11-9x}{\cancel{4x+3x}}\le b$

$5^{\log_{12}(18x+x^2)}+x^2+18x\geq 13^{\log_{12}|x^2+18x|}$

$\underline{-9x}$

$18x+x^2=t$

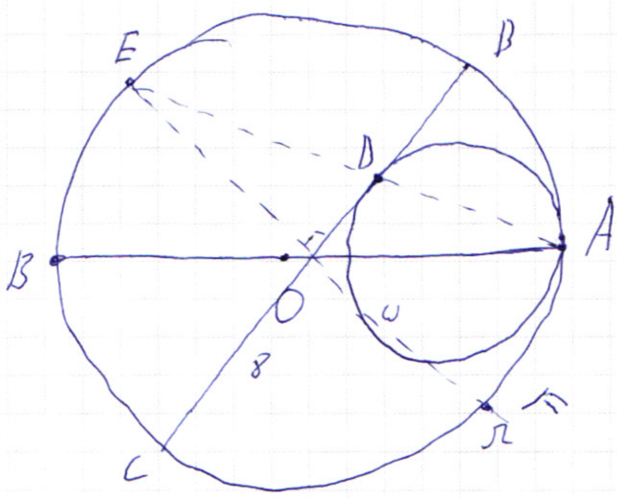
$5^{\log_{12}t}+t\geq 13^{\log_{12}|t|}$ $\quad$ $13^{\log_{12}|t|}-5^{\log_{12}t}\le t$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

26

№4



$$2\frac{R}{r}-1=\frac{17}{25}$$

$$\frac{R}{r}=\frac{\overset{32}{25+17}}{25}$$

$$r^2=\frac{64\cdot17\cdot17}{9\cdot25}$$

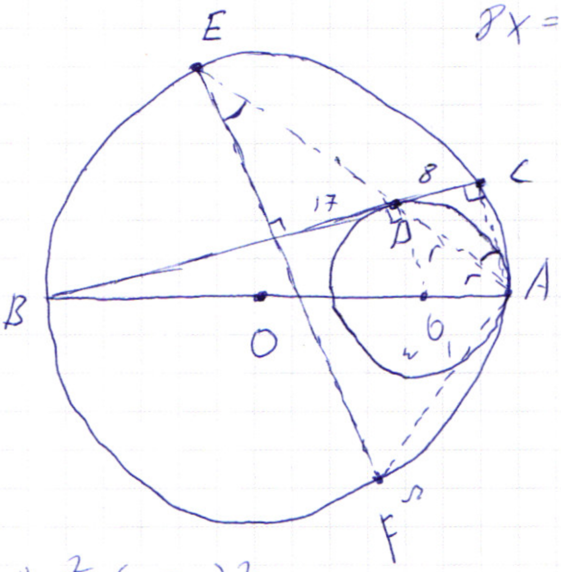
$$\boxed{r=\frac{8\cdot17}{3\cdot5}}\ R=\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{16}\cdot\frac{8\cdot17}{3\cdot\cancel{5}}=$$

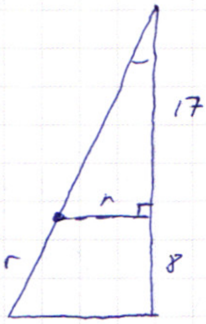
$$=\frac{\cancel{8}\cdot17\cdot5}{\overset{2}{\cancel{16}}\cdot3}=\boxed{\frac{17\cdot5}{6}}$$

$4x+3=12x+11$

$8x=-18$

$17-8$





$$\boxed{BO_1=2R-r}$$

$AB=2R$

$$\begin{cases}\frac{2R-r}{2R}=\frac{r}{AC}=\frac{17}{25}\\ AC^2+25^2=4R^2\end{cases}$$

$$DA^2=\left(\frac{25}{17}\cdot r\right)^2-8^2$$

$$AC=\frac{17}{25}r=\frac{2R\cdot r}{2R-r}$$

$$17r\cdot(2R-r)=25(2R\cdot r)$$

$$34rR-17r^2=50R\cdot r$$

$$17r^2+16r\cdot R=0$$

$$17r+16R=0$$

$$\frac{2R-r}{2R}=\frac{17}{25}$$

$$50R-25r=34R$$

$$25r-16R=0$$

$$25r=16R$$

$$\boxed{R=\frac{25}{16}r}$$

$$\left(2\cdot\frac{25}{16}r-r\right)^2=17^2+r^2$$

$$\frac{25}{8}r-r=\frac{17}{8}r$$

$$\left(\frac{17}{8}r\right)^2=17^2+r^2\ \Big|\cdot64$$

$$\cancel{17^2}$$

$$\boxed{r^2=\frac{64\cdot17^2}{17^2-64}}$$

$$17^2\cdot r^2=64r^2+64\cdot17^2$$