МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

a, b, c – первые три чл геом. прог, $\Rightarrow$ $a = a$

$b = qa$

$c = q^2 a$

Найдем четвертый:

$b_4 = q^3 a$, так же это корень уравн. $ax^2 - 2bx + c = 0$

$\frac{D}{4} = b^2 - ac = q^2a^2 - a \cdot q^2 a^2 = 0$

$x = \frac{b \pm 0}{a}$

$x = \frac{qa}{a}$

$x = q = b_4$

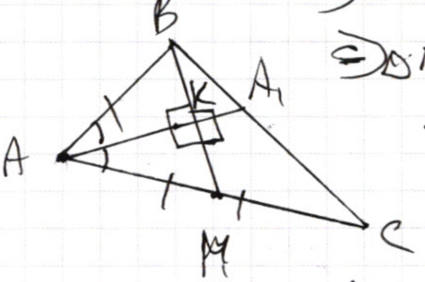
тогда $q^3 a = q \Rightarrow q^2 a = 1$, также $q^2 a = c$, т.е. 3-ий член последов. это 1

Ответ: 1

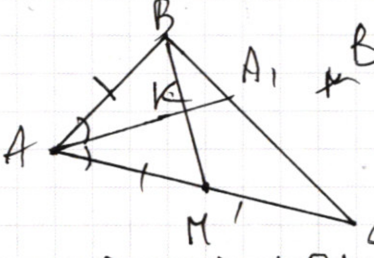
№2

Найдем необходимое условие, ~~для~~ чтобы мед. была перп. бисс. (см сл. лист)

Рассм $\triangle ABC$: AA_1 – бисс ~~мед~~, BM – мед. $BM \perp AA_1$,
$\Rightarrow$ в $\triangle ABM$ бисс. AK явл выс, $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABM$ – р/б с осн BM, $\Rightarrow$
$\Rightarrow AM = AB$. т.о. если
одна сторона треуг. равна



половине другой, то в нем бисс. будет перп. мед,
докажем это: Вот $\triangle ABC$ $AB = \frac{1}{2}AC$. AA_1 – бисс
BM – мед (проводим их именно
так). Рассм $\triangle ABM$: ~~AK – мед~~
он р/б с осн BM, $\Rightarrow AK$ – бисс, мед
и высота, $\Rightarrow AA_1 \perp BM$
ч.т.д.



Т.о. в треуг. одна сторона равна x, другая $2x$,
третья y. Также $x+2x > y$

$3x > y$, $y+x > 2x$, $y+2x > x$ по нер-ву треуг

$x+2x+y = 900$

$3x+y = 900$

$\Rightarrow x > 150$

$3x > y \Rightarrow 3x > 450$, ~~т.о. 2x <~~ [151;

$y+x > 2x \Rightarrow y+x > 450 \Rightarrow 2x < 450$

$x < 225$

т.о. ~~x >~~ $x \in (150; 225)$, т.о. x может принимать
любое знач от 151 до 224, всего $224-151+1 = 74$ варианта,
ост. стороны в каждом из вар. опред ед. образом
Ответ: 74

см. задачу на след. листе

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

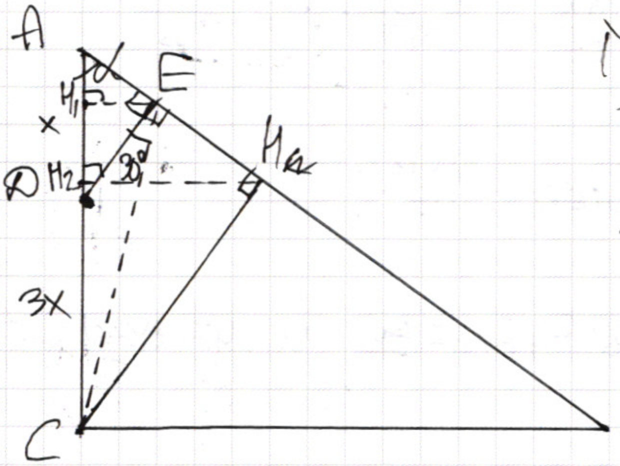
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



1) Построим высоту CH к стороне AB, заметим, что $\triangle CAH \sim \triangle DAE$ $(k=\frac{1}{4})$.

2) пусть $AH = 4z$. Посмотрим на AE и EH. $ED \parallel CH$, $\Rightarrow$ по т. Фалеса,

$\frac{AE}{EH} = \frac{AD}{DC} = \frac{1}{3}$, $\Rightarrow AE = z$, $EH = 3z$.

3) пусть $CH = 4y$, тогда $DE = y$ из подобия треуг. и коэф. подобия!

4) ~~tg~~ Пусть $\angle BAC = \alpha$, тогда $\operatorname{tg}\alpha = \frac{DE}{AE} = \frac{y}{z}$,

5) $\angle CEH = \cancel{90}\ \angle DEH - \angle DEC = 90° - 30° = 60°$.

$\cancel{\operatorname{tg} 60°} = \operatorname{tg}\angle DEH = \frac{CH}{EH} = \frac{4y}{3z} = \frac{4}{3}\frac{y}{z} = \operatorname{tg}60° = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{3\sqrt{3}}{4} = \operatorname{tg}\alpha$, также $y = \operatorname{tg}\alpha z = \frac{3\sqrt{3}}{4}z$

6) Опустим высоты EH_1 и HH_2 на сторону AC, они из под. треуг. $\triangle AED$ и $\triangle AHC$ $\frac{EH_1}{HH_2} = \frac{1}{4}$.

$S_{CED} = \frac{1}{2} EH_1 \cdot \cancel{A}DC$, $EH_1 = \frac{AE \cdot ED}{AD} = \frac{\cancel{xy}\, yz}{x} = \frac{3\sqrt{3}z^2}{4x}$

$S_{CED} = \frac{1}{2}\frac{3\sqrt{3}z^2}{4x} \cdot 3x = \frac{9\sqrt{3}}{8}z^2$.

найдем z^2: из $\triangle AED$: $AE^2 + DE^2 = AD^2$

$$z^2 + y^2 = x^2, \quad y = \frac{3\sqrt{3}}{4} z \Rightarrow y^2 = \frac{27}{16} z^2$$

$$\cancel{z^2} = z^2\left(1 + \frac{27}{16}\right) = x^2$$

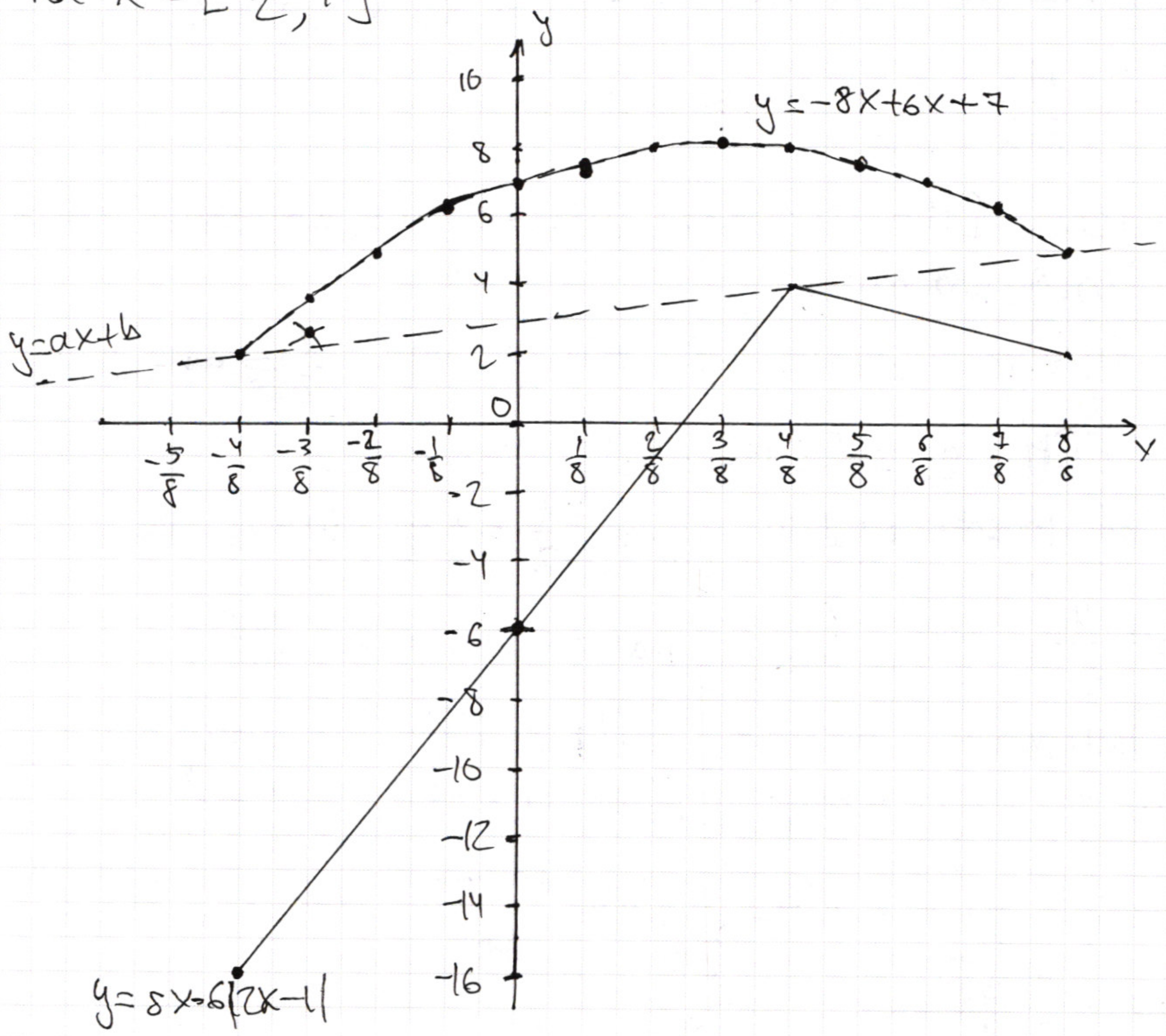
$$z^2 = \frac{16x^2}{43}$$

тогда $S_{CED} = \frac{9\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{16x^2}{43} = \frac{18\sqrt{3}}{43} \cdot 7 = \frac{126\sqrt{3}}{43}$

Ответ: $tg\angle BAC = \frac{3\sqrt{3}}{4}$, $S_{CED} = \frac{126\sqrt{3}}{43}$

№6

Начертим график $y = -8x^2 + 6x + 7$ и $y = 8x - 6|2x-1|$ на $x \in [-\frac{1}{2}; 1]$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$y=-8x^2+6x+7$. $x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{6}{-16}=\frac{3}{8}$ кв ф-я, гр-пар.

$y_в=8{,}125$ Отметим на граф.

дальше ~~в~~ посчитаем неск. точек ~~вправо~~ влево (ось симм $x=\frac{3}{8}$)

x	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	~~7,8~~ $\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$
y	2	3,625	5	6,125	7	~~7,25~~ 7,625	8	8,125

Теперь рассм $8x-6|2x-1|=y$. , $2x-1>0$ при $x=0{,}5$

I $x\in[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}]$. $8x-6|2x-1|=8x+12x-6=20x-6$

$y=20x-6$ – лин ф-я гр-пр

x	0	$-\frac{1}{2}$
y	-6	-16

II $x\in$ ~~[0;~~ $(0{,}5;1]$ $8x-12x+6=-4x+6$

$y=-4x+6$ – лин-ф-я гр-пр

x	1	0,5
y	2	4

выкол-т. Итак совместим два гр. (см чертеж)

$ax+b$ – уравн прямой, она не должна пер ни один из гр. На чертеже видно, что такую прямую можно построить одним и ед. способом. через точки $(-\frac{4}{8};2)$, $(\frac{4}{8};4)$; $(\frac{8}{8};5)$, т.е. есть только

одна ед. пара таких чисел.
Найдем ее.

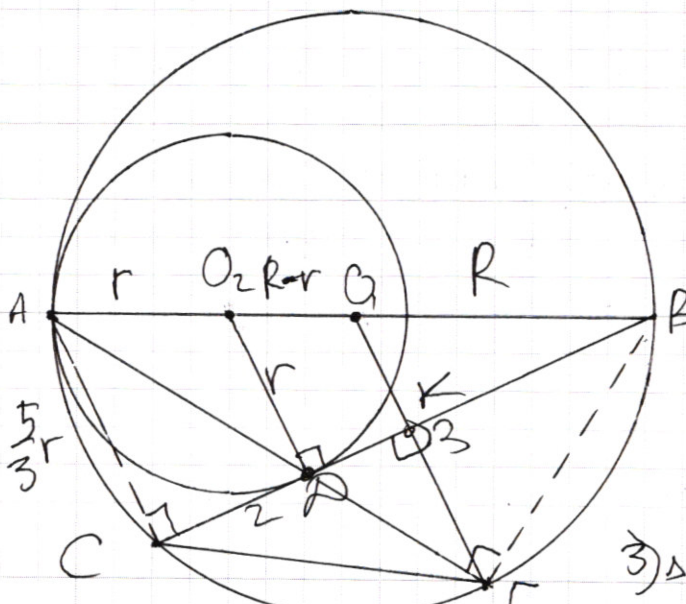
$$\begin{cases} a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+b=2 \\ a\cdot 1+b=5 \end{cases} \quad (-)$$

$$\begin{cases} 1{,}5a=3 \\ b=5-a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$$

Ответ: (2;3)

№5



1) $\angle ACB=90°$, т.к. AB-д.
$\angle O_2DB=90°$, DB-касс к ω

2) O_2 – центр ω
O_1 – центр Ω
r – рад ω
R – рад Ω

3) $\triangle ACB \sim \triangle O_2DB$ $\left(k=\frac{5}{3}\right)$

$\Rightarrow AC=\frac{5}{3}O_2D=\frac{5}{3}r.$

4) $O_1O_2=R-r.$

5) Запишем две теор. Пиф и решим 2 ур.
Для $\triangle O_2DB$ и $\triangle ACB$:

$$\begin{cases} \frac{25}{9}r^2+25=4R^2 \\ r^2+9=(2R-r)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 25r^2+225=36R^2 \ (1) \\ r^2+9=4R^2-4Rr+r^2 \ (2) \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (прод.)

Выразим из двух ур-й R и приравн.

(1): $R = \frac{5\sqrt{r^2+9}}{6}$

2) $4R^2 - 4Rr - 9 = 0$

$\frac{D}{4} = 4r^2 + 4\cdot 9 = 4(r^2+9)$

$R = \frac{2r + 2\sqrt{r^2+9}}{4}$ ($-D$ не расм, т.к. $R>0$)

то $\frac{2r+2\sqrt{r^2+9}}{4} = \frac{5\sqrt{r^2+9}}{6}$

$12r + 12\sqrt{r^2+9} = 20\sqrt{r^2+9}$

$8\sqrt{r^2+9} = 12r$

$64r^2 + 64\cdot 9 = 144r^2$

$80r^2 = \cancel{84\cdot 9}\ 64\cdot 9$

$5r^2 = 4\cdot 9$

$r = \frac{6\sqrt{5}}{5} = 1{,}2\sqrt{5}$

$R = \frac{5\cdot\sqrt{\frac{36}{5}+9}}{6} = \frac{5\cdot\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{5}}}{6} = \frac{9\cdot\sqrt{5}}{6} = \frac{3}{2}\sqrt{5} = 1{,}5\sqrt{5}$

Докажем, что $OE \perp CB$. $\cancel{O_2}$ $O_2D \parallel O_1E$

$\cancel{\frac{O_2D}{O_1}}$ $\frac{O_2O_1}{O_1B} = \frac{0{,}3}{1{,}5} = \frac{1}{5}$, $\Rightarrow$ $\frac{DK}{KB} = \frac{1}{5}$ $\Rightarrow DK = \frac{1}{6}DB = 0{,}5$

$\Rightarrow CK = KB \Rightarrow O_1E$ – перп.

т.о. $S_{ABEC} = S_{\triangle ACB} + S_{\triangle CBE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} r \cdot 5 +$

$+ \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot KE = \cancel{\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} \sqrt{5} \cdot 5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{6\sqrt{5}}{5} \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot KE =$

$= 2{,}5 \left(2\sqrt{5} + KE\right)$

$KE = O_1E - O_1K = R - O_1K.$

$O_1K = r \cdot \frac{2{,}5}{3}$, $\Rightarrow KE = R - r \cdot \frac{5}{6} = \frac{3}{2}\sqrt{5} - \frac{6}{5}\sqrt{5} \cdot \frac{5}{6} =$

$= \frac{1}{2}\sqrt{5}$

т.о. $S_{ABEC} = 2{,}5\left(2\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right) = 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot \sqrt{5} = 6{,}25\sqrt{5}$

Ответ: $6{,}25\sqrt{5}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

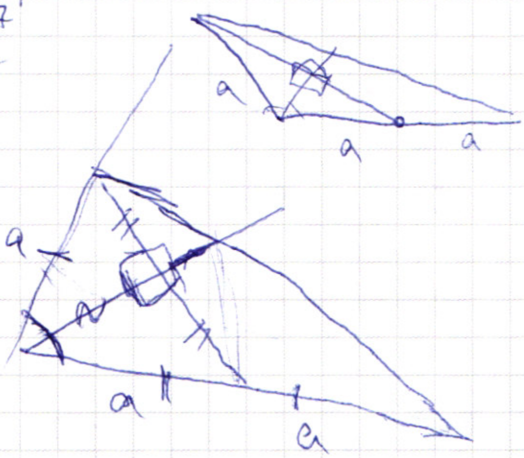
$34m^2-13mk+18=0$

$\frac{136}{18}$

$D = 169k^2-4\cdot34\cdot18 = 169(18-2m^2) - 4\cdot 17\cdot 2\cdot 9\cdot 2 =$

$= 13^2(18-2m^2) - 16\cdot 9\cdot 17$

$m = \frac{13\sqrt{18-2m^2} \pm \sqrt{13^2(18-2m^2)-16\cdot9\cdot17}}{68}$



68^2m^2

$\begin{cases} (x-6)^2+2(y-1)^2-18=0 \\ (x-6)-6(y-1)=\sqrt{(y-1)(x-6)} \end{cases}$

$3a+c=900$

$c<3a$

$k=\sqrt{km}+6m$

$k = km+12m\sqrt{km}+36m^2+$

$q\le 0$

a, b, c $\quad ax^2-bx+c=0$

$q^3a = \frac{q\pm q\sqrt3}{2}$ $\quad D=b^2-4a$ $\quad q^3a=\frac{q\pm q\sqrt3}{2}$

$x = \frac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\quad q^2a = 1\pm\sqrt3$

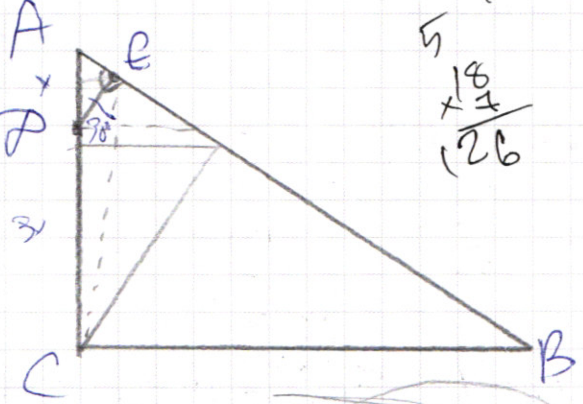
$q^2a = \frac{1\pm\sqrt3}{2}$

$a \quad qa \quad q^2a$ $\quad \frac{q^2a\pm\sqrt{q^2a^2-4q^2a^2}}{2a} =$

$= \frac{qa\pm qa\sqrt{-3qa}}{2a} =$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

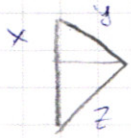
Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

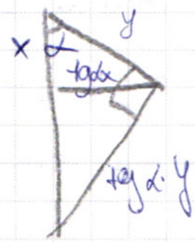


5

$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 7 \\ \hline 126 \end{array}$

$\begin{array}{r} 27 \\ +16 \\ \hline 43 \end{array}$

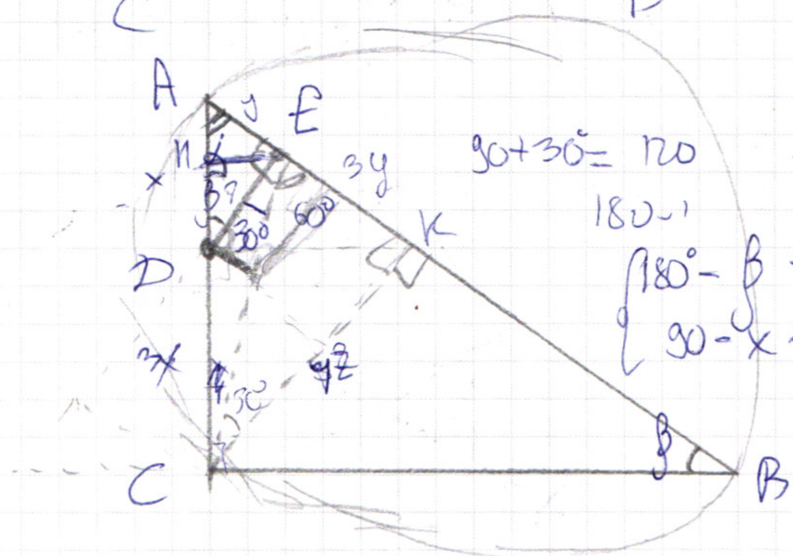




$27-16=11$

$1\frac{11}{16}$

$27+16=$
$37+6=43$



$90+30°=120$

$180-1$

$\cancel{\beta+30°}\begin{cases} 30+x-\beta=0 \\ \beta-x=30 \end{cases}$

$\begin{cases} 180°-\beta+30°+x=180 \\ 90-x+\beta+60=180 \end{cases}$

$\beta=30+x$

$\alpha+90°$

$tg\alpha=\frac{CB}{AC}=\frac{DE}{AE}$

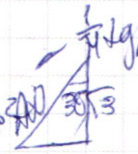
$\cancel{tg\,30°=}$

$ctg\,30°=\frac{4z}{3y}=\frac{4}{3}\,\frac{z}{y}=\frac{4}{3}tg\alpha$

$EH=\alpha\, tg\alpha\cdot AH$

$EH=\frac{1}{4}KD=\frac{1}{4}tg\alpha\cdot AD$

$\frac{1}{4}tg\alpha\cdot x=\frac{3\sqrt{3}}{16}x$



$\sqrt{3}=\frac{4}{3}tg\alpha$

$\frac{z}{y}\cdot\frac{4}{3}=\sqrt{3}$

$\frac{3\sqrt{3}}{4}=tg\alpha$

$\frac{1}{2}yz=\frac{1}{2}hx'$

$z=$

$yz=hx \qquad h=\frac{yz}{x}$

$\frac{3\sqrt{3}}{4}=\frac{z}{y}\Rightarrow z=\frac{3\sqrt{3}y}{4} \qquad \frac{3\sqrt{3}}{4}y^2$

$S=\frac{1}{2}h\cdot 3x=\frac{3}{2}yz\ \frac{3}{2}=$

$12yz$

$6yz$

$4\cdot 4\cdot z\cdot\frac{1}{2}=8yz$

$\frac{3\sqrt{3}}{16}x\cdot 3x\cdot\frac{1}{2}=$

$8yz-6yz$

$\frac{1}{2}(16yz-12yz-yz)=$

$=\frac{3\sqrt{3}\cdot 7}{32}=\frac{21\sqrt{3}}{32}$

$=\frac{3}{2}yz$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6}$

$(x-6)(y-1)$

$(x-6)-6(y-1)=\sqrt{(x-6)(y-1)}$

$$\begin{cases}\underbrace{(x-6)}_{k}-6\underbrace{(y-1)}_{m}=\sqrt{(x-6)(y-1)}\\(x-6)^2+2(y-1)^2-18=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}k-6m=\sqrt{km}\\k^2+2m^2-18=0\end{cases}\qquad\begin{cases}k^2-12km+36m^2=km\\k^2+2m^2-18=0\end{cases}$$

$34m^2-13km+18=0$

Черновик

$f(a\,b) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/a]$

$f(p_1 p_2) = f(p_1) + f(p_2) = [\frac{p_1}{2}] + [\frac{p_2}{2}]$

$\forall x, y: \quad 2 \le x \le 22$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y})$ $\cancel{f(\frac{1}{y}) = 21 - 1}$ $\cancel{f(\frac{1}{y})}$

$\cancel{f(x) + f}$

$f(\frac{1}{5})$

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$$

$x - 6y$

$x - 6 - 6(y-1)$

$(x-6) - 6(y-1) = \sqrt{\cancel{xy}\, y(x-6) - (x-6)}$

$$\begin{cases} (x-6) - 6(y-1) = \sqrt{(x-6)(y-1)} \\ \cancel{x(x-12)} \end{cases}$$

$x(x-6) - 6x + 2y(y-1) - 2y + 20 = 0$

$-6 \quad +6$

$(x-6)x + (y-1)2y \cancel{+6}\, 6x - 2y + 20 = 0$

$-6(x-1) - \cancel{2}(2y+6)$

$(x-1)(x-6) + (y-1)(2y+6) - 6x - 2y + 20 \cancel{=} = -\sqrt{(x-6)(y-1)}$

$(x-1)(x-12) + (y\cancel{-2})(2y+6) + 20 = -\sqrt{(x-6)(y-1)}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

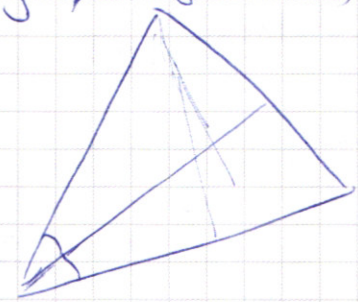
№2

$$\begin{cases}(x-6)^2+2(y-1)^2-18=0\\ (x-6)-6(y-1)=\sqrt{(y-1)(x-6)}\end{cases}$$

$-k^2-1=13(x-6)(y-1)$

$\sqrt{x-6}$ $\begin{cases}0=x-6\\ (x-6)^2+0-18=0\end{cases}$ $x-6=\sqrt{18}$ $x=6$

$y=1$



$km=k^2-12mk+36m^2$

$k^2-13mk+36m^2=0$

$k^2-13(k-6m)^2+36m^2$

$36+2=38-20=18$

$$\begin{cases}k^2+2m^2-18=0\\ k^2-13mk+36m^2=0\end{cases}$$

$\sqrt{y(x-6)-(x-6)}=$
$=\sqrt{(y-1)(x-6)}$

$2\cdot6$

$+36+2=38$

$$\begin{cases}x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6}\\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0\end{cases}$$

169 3

$$\begin{cases}(x-6)^2+2(y-1)^2-18=0\\ \cancel{x}-6y=\sqrt{(y-1)(x-6)}\end{cases}$$

$(x+y)^2$

$34m^2-13mk+18=0$

$D=169k^2-4\cdot18\cdot34$

$x-6y=(x-6)-6y+6=(x-6)-6(y-1)$

$km\geq0$

$$\begin{cases}k^2+2m^2-18=0\\ k-6m=\sqrt{km}\end{cases}$$

$$\begin{cases}km=(k-6m)^2=\\ =k^2-12mk+36m^2\end{cases}$$

$$\begin{cases}k^2-13mk+36m^2=0\\ k^2+2m^2-18=0\end{cases}$$

$k=\sqrt{18-2m^2}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-6)-6(y-1)=\sqrt{(y-1)(x-6)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2-18=0 \end{cases}$$

$\cdot 16$

$144 - 64 = 80$

$-8x^2+6x+7$

$8x+6$

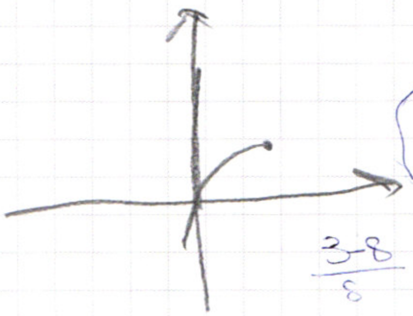
$8x-6x+7=$

$9+56=65$

$= 9+56=65=13\cdot 5$

$36+7\cdot 8$ 8 16

$y=\sqrt{\dfrac{18-(x-6)^2}{2}}+1$



$x=\dfrac{3\pm\sqrt{65}}{8}$

$8x^2-6x-7=0$

$(x-\frac{3-\sqrt{65}}{8})(x-\frac{3+\sqrt{65}}{8})$

$\frac{3-\sqrt{65}}{8}$ $\frac{3+\sqrt{65}}{8}$

$\frac{3-8}{8}=\frac{-5}{8}\le -\frac{1}{2}$

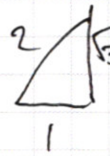
$\frac{3+8}{8}\ge 1$, $x\in[-\frac{1}{2};1]$

$x\in[-\frac{1}{2};1]$

$8x-6|2x-1|\le ax+b\le -8x^2+6x+7$

$x\in[-\frac{1}{2};0]$

$-\frac{1}{2}\le x\le 1$



1) $8x+6(2x-1)\le ax+b\le -8x^2+6x+7$

$-1\le 2x\le 2$

$20x-6\le ax+b\le -8x^2+6x+7$

$-2\le 2x-1\le 1$

$\cdot 10$

$225 - 151 = 74$

$20x\le ax+b+6\le -8x^2+6x+13$

$2x-3,5=$

$0\le x(a-20)+b+6\le -8x^2-14x+13$

$13\cdot 8=104$, $+49$, $=153$

$153 : 9 = 17$

$-8x^2-14x+13$, $8x^2+14x-13$

$D=49+13\cdot 8=153=9\cdot 17$

$900=225$ $225+225$

$x=\dfrac{-7\pm 3\sqrt{17}}{8}$

$2\cdot 7$

$\frac{1}{4}\cdot -8=-2$ $+\left(\frac{7}{2}\right)^2$

$-8x^2-14x+13=$

$4xy=14x$ $\quad 2x\cdot 2\cdot 7=14x$

$4y=14$

$y=\frac{7}{2}$

$-2(4x^2-14x)+13$

$24,5$ $25+13=$ $=38$

$4x^2-14x=\left(2x-\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2$

$-2\left(\left(2x-\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2\right)+13=$

$=-2\left(2x-\frac{7}{2}\right)^2+13+\frac{49}{2}=-2(2x-3,5)^2+37,5$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-\frac{1}{2}$ $+\frac{5}{8}7$

$-8x^2+6x+7=-2-3+7=2$

$3,625$

$-\frac{1}{4}$ $-\frac{1}{8}+\frac{6}{8}+7=$ $-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+7=-2+7=5$

$-\frac{27}{8}+7=$

$-3\frac{3}{8}+7=3\frac{5}{8}=$

$\frac{1}{8}$ $-\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+7=$ $-\frac{1}{8}-\frac{6}{8}+7=-\frac{7}{8}+7=6,125$

$-\frac{9}{8}-\frac{18}{8}$

$=7\frac{1}{4}$

$0=7$

250

$\frac{9}{64}$

$-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+$

$\frac{5}{8}$ $\frac{3}{8}$

$-\frac{b}{2a}=-\frac{6}{-16}=$

$\frac{1}{8}$ $-\frac{1}{8}+\frac{6}{8}+7=6,375$

$-\frac{9}{8}+\frac{18}{8}+7=$

$=\frac{9}{8}+7=8\frac{1}{8}=8,125$

$-x\frac{3}{8}$

$\frac{1}{4}$ $-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+7=8$

$\frac{1}{16}$

$\frac{1}{2}$ $-2+3+7=8$

$8x-6|2x-1|$

x

$\frac{1}{4}\cdot 8=$

$-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+7=8$

$-8x^2+6x+7$

$-\frac{1}{8}-\frac{6}{8}=-2$

$-2(4x^2-3x)+7$

$7+\frac{7}{8}=$

$=6,125$

$-3+7=$

$4x\cdot y=3x$

2

$y=\frac{3}{4}$

$-1-\frac{3}{2}$

~~$-8x+6x-8,125$~~

$=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+7=5$

$x_b=\frac{3}{8}$

$-2\left(\left(2x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}\right)+7$

$-2\left(2x-\frac{3}{4}\right)^2+8,125$

$16+6=22$

$8x-6|2x-1|=y$

-16

$-\frac{1}{8}-\frac{3}{8}+7=$

1) $x<0$

1) $x>0$

$=6,5$

$8x+12x-6=y$

$y=-4x+6$

6

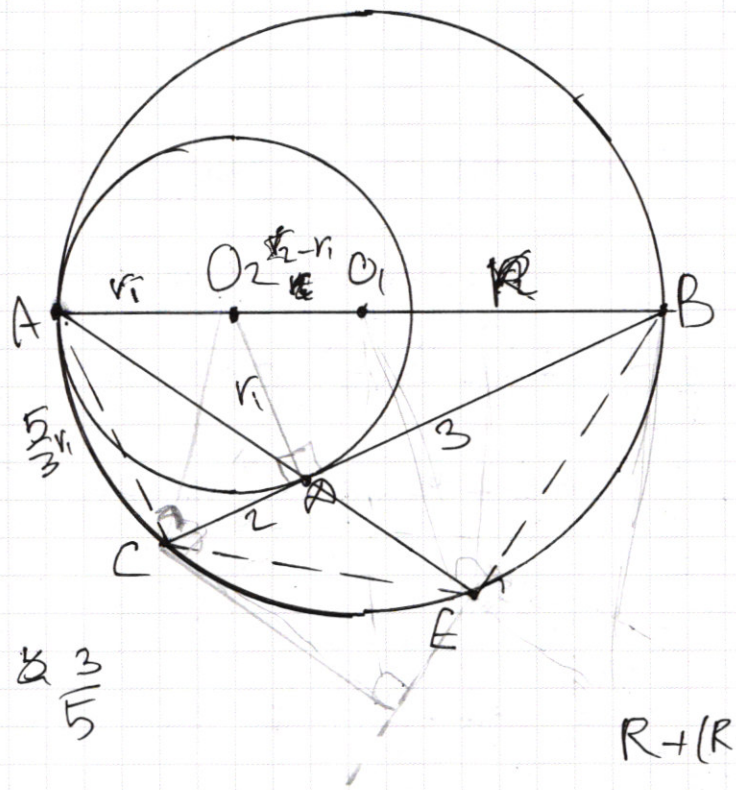
$y=20x-6$ $-\frac{1}{2}\cdot 10-6=-16$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$S_{ACB} = 5\sqrt{5}$

$\frac{3}{5}$

$R + (R - r)$

$$\cancel{4r_1^2} \begin{cases} 4R^2 = 25 + \frac{25}{9} r^2 \\ r^2 + 9 = (2R - r)^2 \end{cases} \quad 4R^2 - 4Rr + r^2$$

$$\begin{cases} 4R^2 - 4Rr + r^2 = r^2 + 9 \\ 4R^2 - 4Rr - 9 = 0 \end{cases}$$

$5 \cdot 3 = 15^2$

225

$\frac{D}{4} = 4r^2 + 36 \qquad R = \frac{2r \pm \sqrt{4r^2+36}}{4}$

$$\begin{cases} 4R^2 - 4Rr - 9 = 0 \\ 36R^2 = 225 + 25r^2 \end{cases}$$

$R = \frac{3\sqrt{5}}{2} = 1{,}5\sqrt{5}$

$r = 1{,}2\sqrt{5}$

$\frac{36 \cdot 5}{25} = \frac{36}{5} + 9 = R$

$= \frac{36}{5} + \frac{45}{5}$ $\quad \frac{3\sqrt{5}}{2}$

$$\frac{2r + \sqrt{4r^2+36}}{4} = \frac{\sqrt{225+25r^2}}{6}$$

$$\frac{2r + 2\sqrt{r^2+9}}{4} = \frac{5\sqrt{r^2+9}}{6}$$

$\frac{5\sqrt{\frac{81}{5}}}{6} = \frac{5 \cdot \frac{9}{\sqrt{5}}}{6} = \frac{\sqrt{5}\,3}{2}$

$12r + 12\sqrt{r^2+9} = 20\sqrt{r^2+9}$

$r = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

$12r = 8\sqrt{r^2+9} \qquad 144r^2 = 64r^2 + 64 \cdot 9 \quad = 1{,}2\sqrt{5}$

$80r^2 = 64 \cdot 9 \qquad 5r^2 = 4 \cdot 9$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)