МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6.

$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x-1|$

$x \in [-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$

1) $y = 2x^2 - x - 1.$

$x_в = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$

$y_в = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{9}{8}$

$y(-\frac{1}{4}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 1 =$

$= -\frac{5}{8}$

$y(\frac{3}{2}) = \frac{2 \cdot 9}{4} - \frac{3}{2} - 1 =$

$= \frac{6}{2} - 1 = 2$

2) $p = x + |2x-1|$

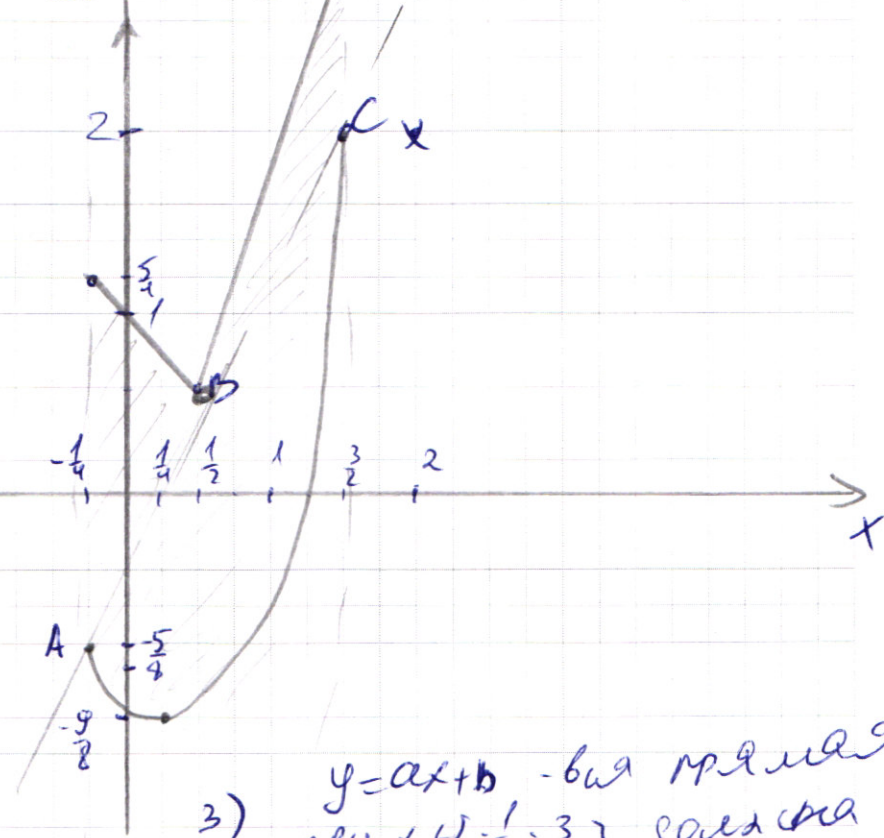
$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \\ p = 3x - 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x \le \frac{1}{2} \\ p = -x + 1 \end{cases} \end{array}\right.$

① $p(\frac{3}{2}) = \frac{7}{2}.$

$p(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

② $p(-\frac{1}{4}) = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}.$

$p(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$



3) $y = ax + b$ — вся прямая при $x \in [-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$ должна лежать в заштрихован. области.

пусть $y = ax + b \ni (B, C)$

$\begin{cases} 2 = \frac{3}{2}a + b \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2}a + b \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2} = a \Rightarrow b = -\frac{1}{4}.$

$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}.$

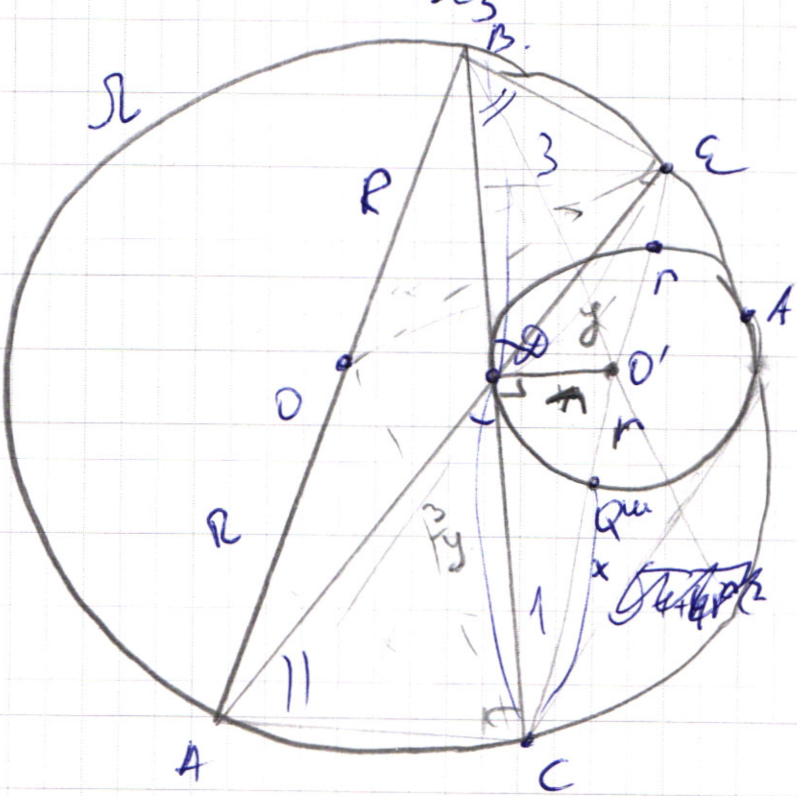
проверим, проходит ли через A: $y = -\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{5}{8} \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists \{A, B, C\} \in y = ax + b$ и

это ! реш, т.к. при изменении положения прямой, ее часть будет не в заштрих области

$$\boxed{\text{Ответ: } \left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)}$$

№5



$CD=1$
$BD=3$

r окр-?
S_{BACE}

1) $\angle BEA = \angle BCA = 90°$, опир на Ø

2) $\triangle ADC \sim \triangle BED$ по 2∠

3) $O'D \perp BC$ как $R \perp$ касат., $EC \cap \omega = Q$

4) по т о $\cdot$ D касат:

$$\cancel{1^2 = (x+r)(x-r)}$$
$$\cancel{1 = x^2 - r^2}$$
$$\cancel{x = \sqrt{1+r^2}}$$

$$\cancel{4 = \left(\sqrt{1+r^2} + 2r\right)^2}$$
$$1 = (2r+x)(x-2r)$$
$$\cancel{1 = x^2 - 4r^2}$$
$$\cancel{x = \sqrt{1+4r^2}}$$

~~5)~~
$$\cancel{r^2+1 = \left(r+\sqrt{1+r^2}\right)^2}$$
$$\cancel{r^2+1 = r^2 + 1 + r^2 + 2r\sqrt{1+r^2}}$$

5) $\triangle DO'C$: $r^2+1 = r^2 + 1 + 4r^2 + 2r\sqrt{1+4r^2}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 6
(Нумеровать только чистовики)

Дано:
$AD : DC = \frac{3}{2}$

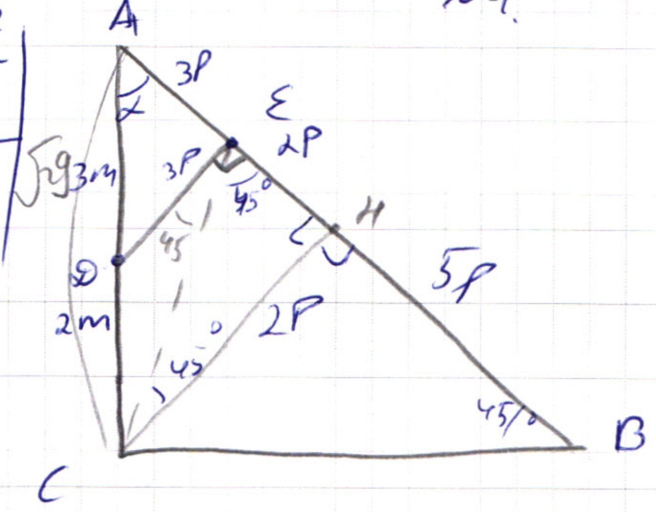
$DE \perp AB$

$\angle CED = 45^\circ$

1) $tg\,\alpha$

2) $AC = \sqrt{29}$, S_{CED}

№4.



I

1) $CH \perp AB$

2) $\angle CEH = 90 - 45^\circ = 45^\circ$

3) по Т Фалеса: $\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EH} = \frac{3}{2}$

4) $CH \perp AB \Rightarrow \angle EHC = 90 - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow \triangle CEH$ - р/б $\Rightarrow$
$\Rightarrow CH = 2P$

5) $\triangle DAE \sim \triangle CAH$ по $\angle \alpha \Rightarrow$

$$\frac{DE}{2P} = \frac{3}{2} \Rightarrow DE = 3P$$

6) $tg\,\alpha = \frac{DE}{AE} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

II

1) $\frac{S_{CED}}{S_{AEC}} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{CED} = \frac{2}{5} S_{AEC}$

2) $\cancel{S_{AEC}}$ $\alpha = 45^\circ \Rightarrow \angle ABC = 45^\circ \Rightarrow HB = 5P$

3) $\frac{S_{AEC}}{S_{ABC}} = \frac{3P}{10P} \Rightarrow S_{AEC} = \frac{3}{10} S_{ABC}$

4) $S_{CED} = \frac{6}{50} S_{ABC} = \frac{3}{25} S_{ABC}$.

5) $S_{CED} = \frac{3}{25} \cdot \sqrt{29} \cdot \sqrt{29} \cdot \frac{1}{2} = \frac{29 \cdot 3}{50} = \frac{87}{50}$

$\boxed{\text{Ответ: } S_{CED} = \frac{87}{50}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = 1 \\ t_2 = -1 \\ t_3 = \frac{1}{\sqrt6} \\ t_4 = -\frac{1}{\sqrt6} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

Т.к. $m = \frac{2t^2+3}{5t}$, то:

$m_1 = 1$

$m_2 = -1$

$m_3 = \frac{2\sqrt6}{3}$

$m_4 = -\frac{2\sqrt6}{3}$

2) I $x_1 = t_1 + 1 = 2 > 0$ $\quad y_1 = m_1 + 2 = 3$

II $x_2 = 0$ $=0$ $\quad y_2 = 1$

III $x_3 = \frac{1+\sqrt6}{\sqrt6} > 0$ $\quad y_3 = \frac{2\sqrt6+6}{3}$

IV $x_4 = \frac{\sqrt6-1}{\sqrt6} > 0$ $\quad y_4 = \frac{6-2\sqrt6}{3}$

ОДЗ. $\begin{cases}(x-1)(y-2) \geq 0 \\ y \geq 2x\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} \text{при } x \geq 1;\ y \geq 2 \\ \text{при } x < 1;\ y < 2. \\ y \geq 2x. \end{cases}$ I не подх по ОДЗ

III: $\frac{2\sqrt6+6}{3} \geq \frac{2+2\sqrt6}{\sqrt6}$

$2\cdot6 + 6\sqrt6 \geq 6 + 6\sqrt6$

$12 \geq 6$ верно

IV $\frac{6-2\sqrt6}{3} \geq \frac{2\sqrt6-2}{\sqrt6}$

$6\sqrt6 - 2\cdot 6 \geq 6\sqrt6 - 6$

$-12 \geq -6$ неверно

II $x = 0 < 1$ удовл

$y = 1 < 2$.

III $x_3 = \frac{1+\sqrt6}{\sqrt6} > 1$ удовл

$y_3 = \frac{2\sqrt6+6}{3} > 2$.

$$\boxed{\text{Ответ: } \{0; 1\}; \left\{\frac{1+\sqrt6}{\sqrt6}; \frac{2\sqrt6+6}{3}\right\}}$$

5) $\left[\begin{array}{l} x\in[1;399] \\ y\in[1;399] \end{array}\right. \Rightarrow N=399\cdot 2=798$

$\boxed{\text{Ответ: } N=798}$

№3.

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$

$2(x-1)^2 \quad (y-2)^2$

ОДЗ

$xy-2x-y+2\geq 0.$

$y(x-1)-2(x-1)\geq 0.$

$(x-1)(y-2)\geq 0.$ $y\geq 2x$

иучв $m=y-2$

$t=x-1.$

$y-2x=y-2-2(x-1)=m-2t.$

$\begin{cases} m-2t=\sqrt{mt} \\ 2t^2+m^2=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{m-2t\geq 0} \\ m^2-4tm+4t^2=mt \\ \cancel{m-2t\geq 0 \Leftrightarrow y\geq 2x} \end{cases}$

$\begin{cases} \cancel{m-2t\geq 0} \\ ①\ m^2-5tm+4t^2=0 \\ ②\ 2t^2+m^2=3 \end{cases}$

$①-② = 4t^2-5tm+m^2-2t^2-m^2=-3 \Rightarrow$

$2t^2-5tm=-3$

$m=\frac{2t^2+3}{5t}$

$\Rightarrow 2t^2+\frac{(2t^2+3)^2}{25t^2}=3 \Rightarrow \underline{50t^4+4t^4+9+12t^2=75t^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow 54t^4-63t^2+9=0.$

$6t^4-7t^2+1=0$

$D=49-24=5^2$

$t^2=\frac{7\pm 5}{12}=1;\ \frac{1}{6} \Rightarrow \boxed{t=\pm 1;\ \pm\frac{1}{\sqrt{6}}.}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$b_1 = a$
$b_2 = b = aq$
$b_3 = c = aq^2$
$b_4 = x_1$
$b_3 = c - ?$

N1

1) $ax^2 + 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4(b^2 - ac) =$
$= 4(a^2q^2 - a^2q^2) = 0$

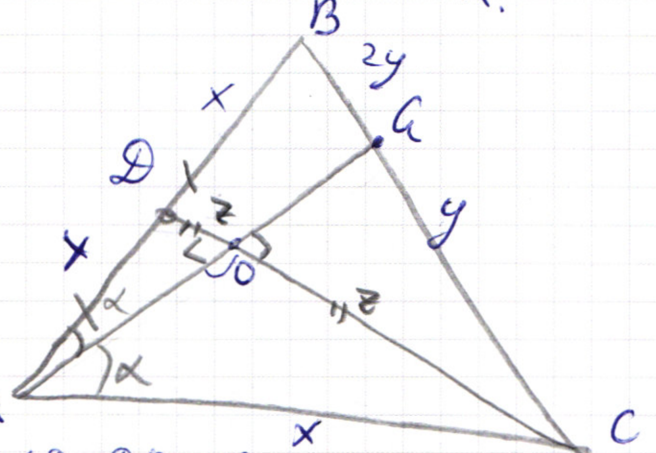
$x = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} = \frac{-aq}{a} = -q.$

2) $b_4 = aq^3 = -q. \Rightarrow$
$\Rightarrow aq^2 = -1. = b_3 = c.$

$\boxed{\text{Ответ: } b_3 = c = -1}$

N2

$P = 1200.$
$N - ?$



1) CD - мед $\rightarrow AD = DB = x$

2) ~~AO - бис и выс. ΔADC -> AO~~ - бис, мед, выс
$\angle ADO = \angle ACO = 90 - \alpha \Rightarrow AO$ - бис, мед. выс, ; т.к
$\triangle ADC$ - р/б ; $AD = AC$

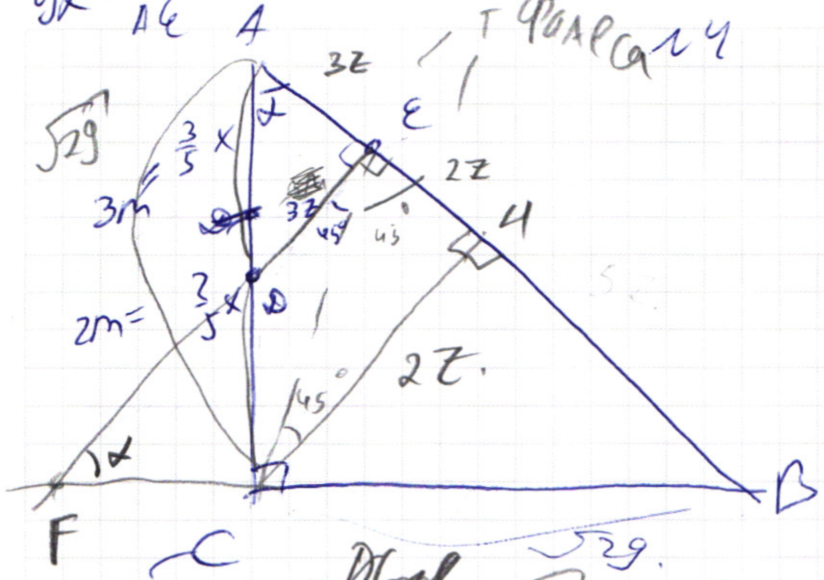
3) по св-ву бис-сы.
$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{EC} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{BE}{EC} \Rightarrow$
$BG = 2EC$

4) $P = 3x + 3y = 1200 \Rightarrow x + y = 400$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1
(Нумеровать только чистовики)

$tg\alpha = \frac{\mathcal{D}G}{AG}$



$AD = \frac{3}{5}AC.$

1) $tg(BAC) = tg\alpha$

$\angle CBD = 45°$

2) $AC = \sqrt{29}$

S_{CED} - ?

C

~~1) BDA~~ ~~3 L ym~~ ~~AH~~

1) $\triangle FDC \sim \triangle DAG$ по 2 L =>

$\frac{3z}{FC} = \frac{DG}{2m} = \frac{3m}{FD}$

~~$\frac{2}{3} = \frac{DC}{DG} = \frac{FD}{AD}$~~

~~$\frac{2}{3} = \frac{2m}{DG} = \frac{FD}{3m}$~~

6m = 2DG => DG = 3m

рассмотрим

2) $\frac{3}{2} = \frac{DG}{2z}$

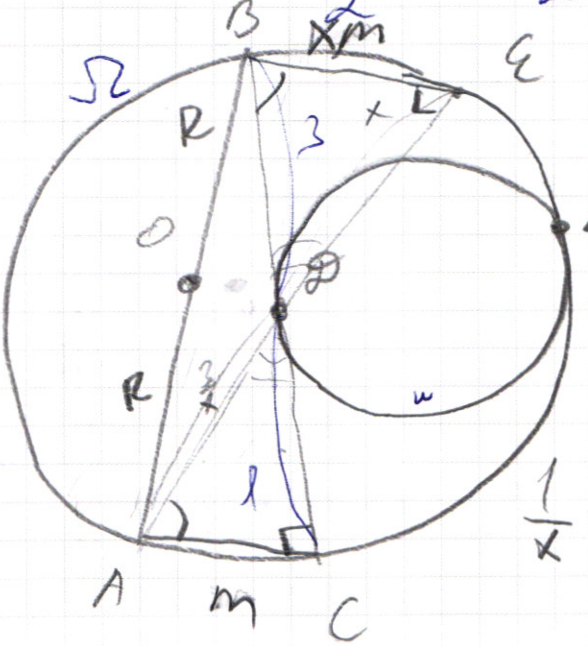
$DG = 3z$

$tg\alpha = \frac{DG}{AG} = \frac{3z}{3z} = 1$

$\angle\alpha = 45$

II

$S = \frac{\sqrt{29}\cdot\sqrt{29}}{2} = \frac{29}{2}$

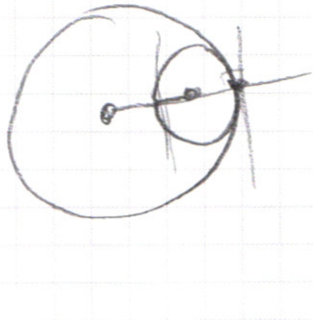


$R_{окр}$	CD = 1
S_{BACE}	BD = 3

1) $3\cdot 1 = AD\cdot DE$

$3 = AD\cdot DE$

$3 = \frac{AD}{DE}$



$\frac{1}{x} = \frac{3}{x3} = \frac{AE}{BE}$

$AEx = BE$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y-2x\geq 0.$
$y\geq 2x.$
ОДЗ.

№3.

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$\Rightarrow xy-2x-y+2\geq 0.$
$x(y-2)-1(y-2)\geq 0.$
$(y-2)(x-1)\geq 0.$
при $x\geq 1$; $y\geq 2.$
при $x\leq 1$; $y\leq 2.$

$2x^2-4x+2 \mid y^2-4y+4$
$2(x^2-2x+1) \mid (y-2)^2$
$2(x-1)^2$

$2(x-1)^2+(y-2)^2-3=0.$
$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

пусть $(x-1)=m$
$(y-2)=t$

$2m.$
t
$y-2x=y-2-2(x-1)=$
$=y-\cancel{2}-2x+\cancel{2}=y-2x.$

$$\begin{cases} \cancel{mt\geq 0}\ y-2x=\sqrt{mt} \\ 2m^2+t^2=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t-2m=\sqrt{mt} \\ 2m^2+t^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2-5mt+4m^2=0 \\ 2m^2+t^2=3. \end{cases}$$

$\cancel{t^2}-5mt+4m^2-2m^2-\cancel{t^2}=-3.$

$$\begin{cases} 2m^2-5mt=-3 \\ 2m^2+t^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow$ $5mt=3+2m^2$
$t=\frac{3+2m^2}{5m}$

$2m^2+\frac{3+2m^2}{5m}=3$
$10m^3+3+2m^2=15m.$
$10m^3+2m^2-15m+3=0$
при $m=1$
$10+2-15+3=0.$

	10	2	-15	3
1	10	12	-3	0

№7

$x \geq 0$?

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=[p/2]$.

N-7

$(x;y)$

$1 \leq x < 21$.

$1 \leq y \leq 21$.

$f(x/y)<0$.

1) т.к. $f(ab)=f(a)+f(b)$

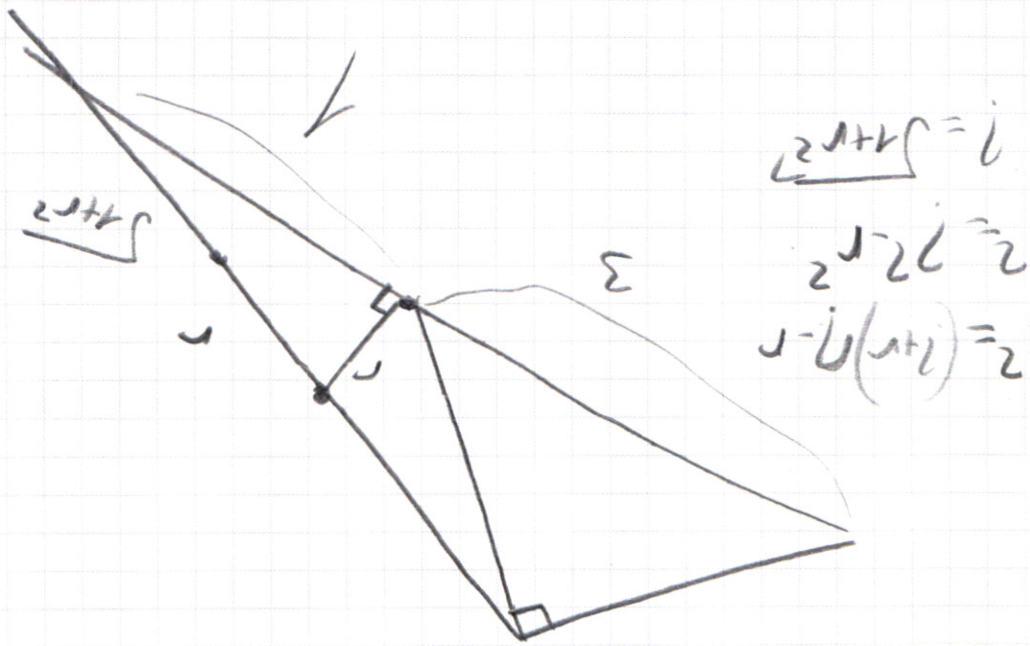
$f(x/y)=f(x)+f(\frac{1}{y})$

прост. числа

1; 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19

$f(2)=1$ $f(3)=1$ $f(5)=2$ $f(7)=3$ $f(11)=5$ $f(13)=6$ $f(17)=8$ $f(19)=9$

2) $f(x/y)=f(x)+f(\frac{1}{y})<0$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

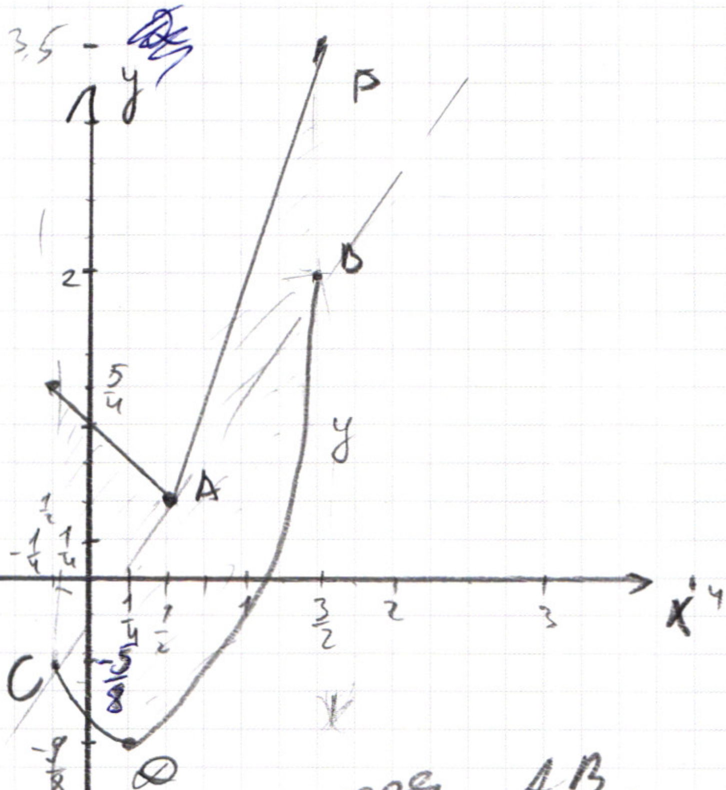
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y \in [-\frac{9}{8}; 2]$

$p \in [\frac{1}{2}; \frac{7}{2}]$.

$y \le ax+b \le p$



$y = ax+b$

$x \in [-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$

$y = ax + \frac{1}{2} \in (\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

$a = 0$.

пр через AB.

$\begin{cases} \frac{1}{2} = a\frac{1}{2} + b \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + b \\ 2 = \frac{3}{2}a + b \end{cases}$

$2 = \frac{3}{2}a + b$

$-\frac{1}{2} = \frac{a}{2} + b$

$\Rightarrow \boxed{\frac{3}{2} = a \quad b = -\frac{1}{4}}$

$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$

при $x = -\frac{1}{4}$

$y = -\frac{3}{8} - \frac{2}{8} = -\frac{5}{8}$

$C \in$ пр CAB

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) по Т о □ касат.

$$1 = (2r + x)x.$$

$$1 = 2rx + x^2.$$

2) ~~$(r+x)^2 = r^2 + 1$~~

~~$r^2 + 2rx + x^2$~~

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x \in [-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$

$$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x-1|$$

y $\quad$ p

1) $y = 2x^2 - x - 1$

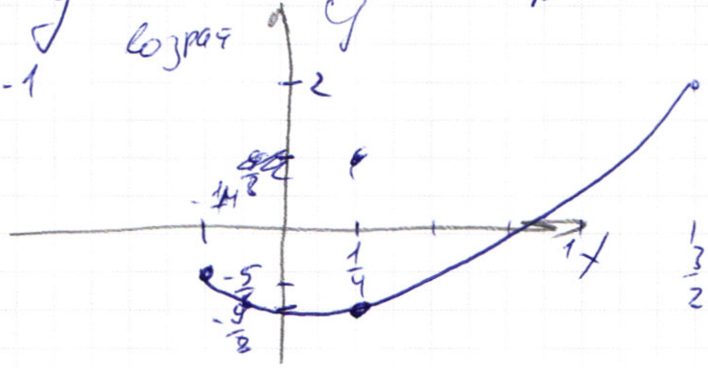
~~$D = 1 + 8 = 3^2$~~

$x =$

$x_в = \frac{-B}{2a} = \frac{1}{4}$

$y_в = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} - 1$

$y_в = \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{9}{8}$



$\Rightarrow ax + b \ge 2$

$y(-\frac{1}{4}) = \frac{2}{16} + \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{5}{8}$

$y(\frac{3}{2}) = \frac{2 \cdot 9}{4} - \frac{3}{2} - 1 = \frac{9 - 3 - 2}{2} = 2.$

$p = x + |2x - 1|$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \\ p = x + 2x - 1 \Rightarrow p = 3x - 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ p = x - 2x + 1 \Rightarrow p = -x + 1 \end{cases} \end{array}\right.$$

$p(\frac{1}{2}) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

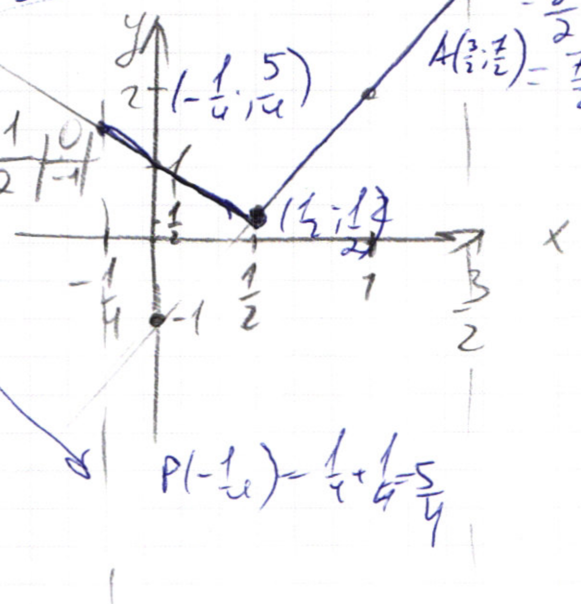
x	1	0
y	2	-1

$p(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

x	0		
y	1		

$p(\frac{3}{2}) = \frac{9}{2} - 1 = \frac{7}{2} = 3{,}5$

$A(\frac{3}{2}; \frac{7}{2})$



$p(-\frac{1}{4}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$b_1 = a$

$b_2 = b = aq$

$b_3 = c = aq^2$

$b_4 = -q$

$b_3 = c - ?$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4(b^2 - ac) = 4(a^2q^2 - a^2q^2) = 0$

$x = \frac{-2b \pm 2\sqrt{b^2 - ac}}{2a}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$

$x = \frac{-aq \pm \sqrt{a^2q^2 - a^2q^2}}{a}$

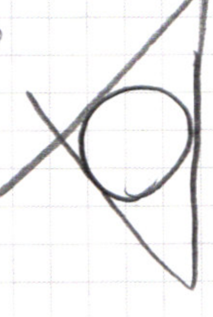
$x = \frac{-aq}{a} = -q$

$b_4 = aq^3 = -q$

$aq^2 = -1 \Rightarrow c = -1$

$\cancel{aq^2 - 2bq + c = 0}$

$\cancel{aq^2 - 2aq^2 + aq^2 =}$

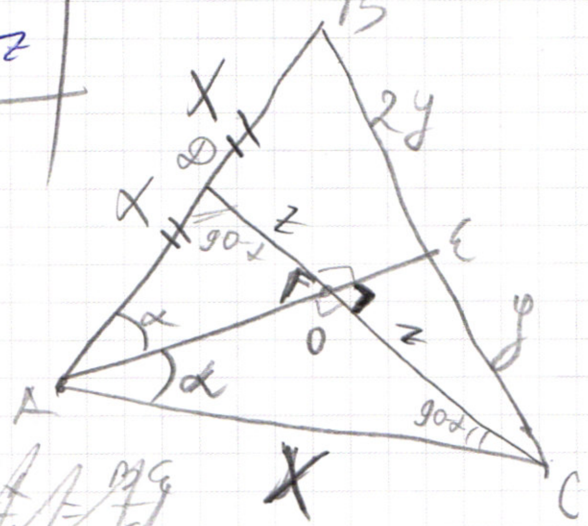


№2

$P=1200$

стороны $\in Z$

$N \to$



1) $\triangle ADC$ – р/б $\Rightarrow$

$\Rightarrow x = y = 90-\alpha$

2) $\frac{2x}{x} = \frac{BE}{EC}$

$2EC = BE$

$3x+3y=1200$

$x+y=400$ 1 200 400

1-10 = 10 г. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 1-200 = 200 г.

~~Ответ: 200~~

$40\cdot 3=120$

$\cancel{D=12^2+4\cdot 10\cdot 3}$ $\quad 40\cdot 3=120$

$12+12=24$, $\;12\cdot 12=144$ $\qquad$ $144+120=264$

$(m-1)(10m^2+12m-3)=0$

$D=264$

$m=\frac{-12\pm\sqrt{D}}{20}=\frac{-12\pm 2\sqrt{66}}{20}=$

$m=\frac{-6\pm\sqrt{66}}{10}$

$\cancel{10m^3+12m^2-15m+3}$

$10m^3+12m^2-15m+3 \;\big|\; m-1$

$-\;10m^3-10m^2 \qquad\quad 10m^2+12m-3$

$12m^2-15m$

$-\;12m^2-12m$

$-3m+3$

$-\;-3m+3$

0

$264 \,|\, 4$, $\;24$, $\;24$, $\;66$

$m=1$

$t=\frac{3+2}{5}=1$

$m=\frac{-6-\sqrt{66}}{10}$

$t=\frac{3+2\frac{36+66+12\sqrt{66}}{100}}{\frac{-5(6+\sqrt{66})}{10}}$ $\qquad m=\frac{-6+\sqrt{66}}{10}$

$36+66=102$ $\qquad 12\cdot 6=72$

$t=\frac{3+\frac{}{50}}{}$

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$

$2x^2-4x+2 \qquad (y-2)^2$

$2(x-1)^2 \qquad y^2-4y+4$

x^2-2x+1

$2(\underbrace{x-1}_{t})^2+(\underbrace{y-2}_{m})^2-3=0$

$\begin{cases} m-2t=\sqrt{mt} \\ 2t^2+m^2=3 \end{cases}$

$\begin{cases} xy-2x-y+2\geq 0 \\ y-2x\geq 0 \end{cases}$

$\cancel{2(1-x)-2(1-x)\geq 0}$

$\begin{cases} y(x-1)-2(x-1)\geq 0 \\ y\geq 2x \end{cases}$

$\begin{cases} (y-2)(x-1)\geq 0 \\ y\geq 2x \end{cases}$

$y-2x=y-2-2(x-1)=$

$=y-\cancel{2}-2x+\cancel{2}=y-2x$

$y-2x=m-2t$

☑ черновик ☐ чистовик $\qquad$ Страница № 6

(Поставьте галочку в нужном поле) $\qquad$ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\begin{cases} 4R^2 = x^2m^2 + \left(\frac{3}{x}+x\right)^2 \\ 4R^2 = 16 + m^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4R^2 = 9 - \cancel{x^2} + \frac{9}{x^2} + \cancel{x^2} + 6 \\ 4R^2 = 16 + m^2 \end{cases}$

$9 = x^2m^2 + x^2$

$9 - x^2 = x^2m^2$

$4R^2 = 15 + \frac{9}{x^2}$

$\frac{9}{x^2} = 1 + m^2$

$m^2 = \frac{9}{x^2} - 1$

$4R^2 = 16 + \frac{9}{x^2} - 1$

$4R^2 = 15 + \frac{9}{x^2}$

$4R^2 = 16 + m^2$ $\quad 4R^2 = x^2m^2 + \frac{9}{x^2} + x^2 + 6$

$9 = x^2m^2 + x^2$

$\frac{9}{x^2} = 1 + m^2$

$9 = x^2 + x^2m^2$

$4R^2 = 15 + \frac{9}{x^2}$

$16 + m^2 = 15 + \frac{9}{x^2} \Rightarrow \cancel{x^2 + m^2x^2 = x^2 + 9}$

$1 + m^2 = \frac{9}{x^2} \Rightarrow x^2 + m^2x^2 = 9$

$4R = 15 + \frac{9}{x^2}$

$x = 2x$

$\begin{cases} x = 3y \Rightarrow \\ 2x = 3y. \end{cases}$

$P = \pi y$

$y = 100$

$5x = 1200$

$x = 240.$

$x \in [1; 399]$ – 399

$y \in [1; 399]$

$120 / 5 = 24$

черновик ☑ чистовик ☐ (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 5 (Нумеровать только чистовики)