МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

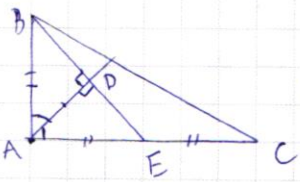
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Т.к a, b, c – первый, второй и третий член геом. прог., то пусть $a = b_1$, тогда $b = b_1 q$ и $c = b_1 q^2$. (где q – разность геом прогр), если $b_1 = 0$ или $q_1 = 0$, то наше уравнение действительно имеет корень $x = b_1 q^3 = 0$, тогда третий член прогрессии равен 0. Если $b_1 \neq 0$ и $q_1 \neq 0$, тогда наше уравнение имеет вид: $b_1 x^2 - 2b_1 q x + b_1 q^2 = b_1 (x - q)^2 = 0$, тогда единственный корень $x_1 = q$, но $x_1 = b_1 q^3$ (~~третий~~ четвертый член прогрес) $\Rightarrow$ $b_1 q^2 = 1$, а это и есть третий член прогрессии

Ответ: 0; 1

№ 2



В любом таком треугольнике (ABC) если провести медиану (BE) и высоту (AD), то т.к $\triangle ADE = \triangle ADB$, то $AE = AB$, $\Rightarrow$ одна из сторон такого треугольни в два раза больше другой. Обозначим за x сторону, из концов которой исходят биссектриса и медиана. Тогда одна из двух оставшихся равна $2x$, а третья $900 - 3x$. Тогда из неравенств треугольника следует, что: $2x + x > 900 - 3x$, $2x + 900 - 3x > x$ (очевидно, т.к $2x > x$, при $x \in \mathbb{Z}$ и $x \in [1; 900]$) и $x + 900 - 3x > 2x$. Из первого следует, что $x > \frac{900}{6} = 150$ а из ~~второго~~ третьего, что $x < \frac{900}{4} = 225$. Следовательно кол-во целых x, принадлежащих $(150; 225)$ соответствует кол-во таких треугольников $\Rightarrow$ Таких треугольников 74 ~~74~~ Ответ: 74

№ 3

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

Сделаем замену: $t=x-6$ и $k=y-1$,

Тогда наша система будет иметь вид:

$$\begin{cases} \cancel{t-6y=} \; t-6k=\sqrt{tk} \\ t^2+2k^2-18=0 \end{cases}$$

Также имеем ограничения

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} t<0 \\ k<0 \end{cases} \\ \begin{cases} t>0 \\ k>0 \end{cases} \end{array}\right.$$

(Случаи, когда $t=0$ или $k=0$ или $t=0$ и $k=0$ нам не подходят)

Возведем первое равенство в квадрат, получим, что

$t^2-12tk+36k^2-tk=0$

$t^2-\cancel{12}-13tk+36k^2=0$. Найдем отношение t и k

$$t=\frac{13k\pm\sqrt{169k^2-144k^2}}{2}=\frac{13k\pm5k}{2}=\left[\begin{array}{l} \Rightarrow t=9k \ (1) \\ \Rightarrow t=4k \ (2) \end{array}\right.$$

Рассмотр (1) $t=9k$, тогда из второго урав

$81k^2+2k^2=18 \Rightarrow 83k^2=18 \Rightarrow k=\pm\sqrt{\frac{18}{83}}$

Значит если $k=\sqrt{\frac{18}{83}}$, то $t=9\sqrt{\frac{18}{83}}$, если $k=-\sqrt{\frac{18}{83}}$, $t=-9\sqrt{\frac{18}{83}}$. $\Rightarrow y-1=\sqrt{\frac{18}{83}} \Rightarrow y=\sqrt{\frac{18}{83}}+1$ а $x=6+9\sqrt{\frac{18}{83}}$. Либо $y=1-\sqrt{\frac{18}{83}}$ и $x=6-9\sqrt{\frac{18}{83}}$

Рассмот (2) $t=4k$. тогда $16k^2+2k^2=18 \Rightarrow$

$k=\pm1$. Если $k=-1$, то $t=-4$, если $k=+1$, то $t=+4$, соответственно: $y=0$ и $x=2$; $y=2$ и $x=10$.

Ответ: $y=1+\sqrt{\frac{18}{83}}$ и $x=6+9\sqrt{\frac{18}{83}}$, $y=1-\sqrt{\frac{18}{83}}$ и $x=6-9\sqrt{\frac{18}{83}}$, $y=0$ и $x=2$; $y=2$ и $x=10$

№ 5 Из условия следует, что ~~м~~ для любого $x\in N$ $f(x)<\left[\frac{x}{2}\right]$ и т.к $f(1)=0$, то для любого $y\in N$ $f\left(\frac{1}{y}\right)>-\left[\frac{y}{2}\right]$ $\left(f(1)=f(y)+f\left(\frac{1}{y}\right)\right)$. $f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)<0$. если $\left[\frac{x}{2}\right]<\left[\frac{y}{2}\right]$ следовательно всего таких пар $\frac{(0+19)}{2}\cdot20=190$ Ответ: 190

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

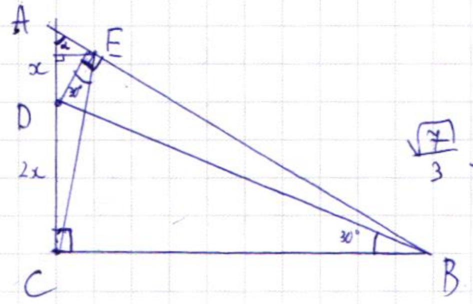
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

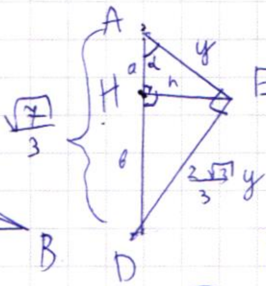
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4





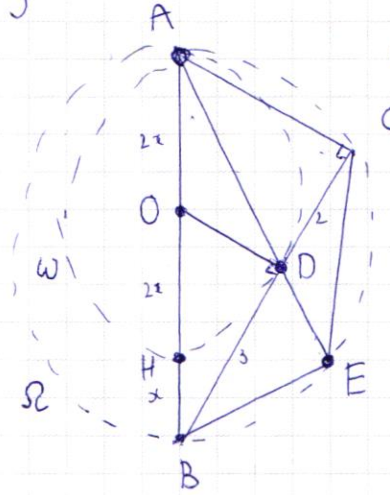
а) Обозначим $A\cancel{B}D = x$, тогда $DC = 2x$. Т.к. $BCDE$ — вписан ($\angle DEB = \angle BCD$), то $\angle DEC = \angle DBC = 30^\circ$. Т.к. $\angle C = 90^\circ$, то $CB : DC = \sqrt{3}$. Следовательно, $CB = \sqrt{3} \cdot 2x$. Итак, $tg\,\angle(BAC) = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}\cdot 2x}{3x} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. б) Если известно, что $AC = \sqrt{7}$, то $x = \frac{\sqrt{7}}{3}$. Рассмотрим $\triangle ADE$, в нем $AD = \frac{\sqrt{7}}{3}$, Пусть $AE = y$, тогда т.к. $tg\,\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, то $DE = \frac{2\sqrt{3}}{3}y$. Тогда по теореме Пифагора, $y^2 + \frac{12}{9}y^2 = \frac{7}{9} \Rightarrow \frac{21}{9}y^2 = \frac{7}{9} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Пусть EH — высот $\triangle AED$, тогда $AH = \frac{AE^2}{AD} = \frac{\sqrt{7}}{7}$, Аналогично $HD = \frac{DE^2}{AD} = \frac{4}{3\sqrt{7}}$. Т.к. HE — высота, то $HE = h = \sqrt{HD \cdot AH} = \sqrt{\frac{4\cdot\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\cdot 7}} = \frac{2}{\sqrt{3\cdot 7}}$. В $\triangle DEC$ $S_{DEC} = \frac{1}{2} DC \cdot h(HE) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2\sqrt{7}}{3}\cdot\frac{2}{\sqrt{3\cdot 7}} = \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

Ответ: а) $tg\,BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ б) $S_{\triangle CED} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№ 5



а) $\angle ACB$ – прямой, т.к. опирается на диаметр, $\angle ODB$ – прямая как радиус к точке касания; => $\triangle BAC$ и $\triangle BOD$ подобны, обозначим $OA = 2x$, тогда из подобия следует, что $OB = 3x$, то $OH = 2x$ т.к. $OH = OA$ – радиусы ~~диаметр~~ => $HB = x$. Квадрат касательной $BD^2 = HB \cdot BA$ => $BD^2 = 5x^2$ => $x^2 = \frac{9}{5}$ => $x = \frac{3\sqrt{5}}{5}$. Следовательно радиус окружности ω будет равен $2x = \frac{6\sqrt{5}}{5}$, а радиус окружности Ω равен $\frac{\cancel{5}\sqrt{5} \cdot 3}{2 \cdot \cancel{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

б) Итак, $AB = 3\sqrt{5}$. $BC = 5$ => $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2}$ по т. Пифагора => $AC = \sqrt{45 - 25} = 2\sqrt{5}$. AD, аналогично $AD = \sqrt{DC^2 + AC^2} = \sqrt{4 + 20} = 2\sqrt{6}$. $\triangle ADC \sim \triangle BDE$, т.к. $\frac{AD}{BD} = \frac{DC}{DE} = \frac{AC}{BE}$ => $BE = AC \cdot \frac{BD}{AD}$ т.е. $BE = \frac{\cancel{2}\sqrt{5} \cdot 3}{\cancel{2}\sqrt{6}} = 3\sqrt{\frac{5}{6}}$. Аналогично $DE = DC \cdot \frac{BD}{AD}$ => $DE = \frac{\cancel{2} \cdot 3}{\cancel{2}\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6}$. Следовательно $AE = AD + DE = 2\sqrt{6} + \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{12\sqrt{6} + 3\sqrt{6}}{6} = \frac{15\sqrt{6}}{6}$. Из $\triangle ACD$ $\sin\angle DAC = \frac{DC}{AC} = \frac{2}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$. Итак $S_{ABCE} = S_{\triangle AEB} + S_{\triangle EAC} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot BE + \frac{1}{2} \sin\angle DAC \cdot AC \cdot AE = \frac{1}{2} AE\,(BE + \sin\angle DAC \cdot AC) = \frac{1}{2} \cdot \frac{15\sqrt{6}}{6}\left(\frac{3\sqrt{30}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6} \cdot 2\sqrt{5}\right) = \frac{15\sqrt{6} \cdot 5\sqrt{30}}{2 \cdot 36} = \frac{\cancel{15}^{5} \cdot 5 \cdot \cancel{6} \cdot \sqrt{5}}{2 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{3} \cdot 2} = \frac{25\sqrt{5}}{4}$

Ответ: а) $r_\omega = \frac{6\sqrt{5}}{5}$, $r_\Omega = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ б) $S_{ABEC} = \frac{25\sqrt{5}}{4}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

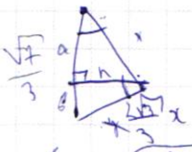
$3x = \sqrt{7}$ $\quad tg\,\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{AE}{D}$ $\quad x^2 + \frac{12}{9}x^2 = \quad x^2 = \cancel{\sqrt{7}}\,3$

$x = \frac{\sqrt{7}}{3}$ $\quad = \frac{7}{3}\,\frac{21}{9}x^2 = \frac{\sqrt{7}}{3} \quad \frac{21}{9}x^2 = \frac{7}{9} \quad x^2 = \sqrt{3}$

h

$\frac{y}{x} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x \quad \frac{x}{\frac{\sqrt{7}}{3}} = \frac{a}{x} \quad a = \frac{x^2}{\frac{\sqrt{7}}{3}}$

$\frac{3\cdot 3}{\sqrt{7}} = \frac{9}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{3} \quad \frac{21}{\sqrt{7}} \quad 12\sqrt{}$

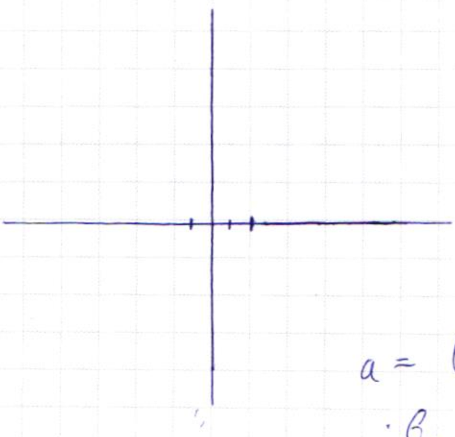


$b = \frac{12}{\sqrt{7}} + a = \frac{9}{\sqrt{7}}$

$h = \sqrt{\frac{12\cdot 9}{7}}$ $\quad b = \frac{12\sqrt{3}}{9} \quad b = \frac{4\cdot 3}{\sqrt{7}}$

$h = 6\sqrt{\frac{3}{7}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{7}}{3} = \frac{6\sqrt{3}}{3}$

$8x - 6)\ 2x - 11 \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7 \qquad x \in [-\frac{1}{2}; 2]$



$8x + 6\ 12x - 6$

$-\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\ 20x - 6 \le$

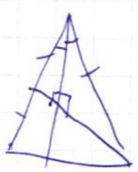
$2x + 1$

$a = b_1 \quad b = b_1 q \quad c = b_1 q^2 \qquad b_1 = 0, \quad q = 0$

$b_1 x^2 - 2b_1 q x + b_1 q^2 = b_1 (x - q)^2 = 0$

$x = q$

$x = b_1 q \quad b_1 q^2 = 1$



☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$k = \dfrac{13t \pm \sqrt{169 - 4 \cdot 24 \cdot 34t}}{2 \cdot 34} = y - 1$

$t = x - 6$

$t^2 - 13kt + 36k^2 = \cancel{12}\ 0$

$t^2 - 13kt + 36k^2 = 24 \cdot 13$

$13t^2 + 36k^2 = 24 \cdot 13$

$12t^2 + 13kt = 24 \cdot 13$

$12t^2 + 13kt - 24 \cdot 13 = 0$

$t = \dfrac{-13k \pm \sqrt{(13k)^2 + 4 \cdot 12 \cdot 24 \cdot 13}}{2 \cdot 12}$

~~$24t = -13(y-1) \pm \sqrt{169 \cdot 13 \cdot 13 (y-1)^2}$~~

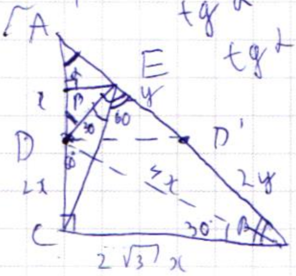
$24t = \pm\sqrt{13^2k^2 + 4 \cdot 12 \cdot 24 \cdot 13} - 13k$

$2 \cdot 34 \cdot k = 13t \pm \sqrt{169 - 4 \cdot 24 \cdot 34t}$

№ 4

$tg\,\alpha = ?$

$tg\,\alpha = \dfrac{DE}{AE} = \dfrac{CB}{AC}$ $\quad tg\,\alpha = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} - 4$



$x = \dfrac{1}{2}$ $\quad \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad CB = 2\sqrt{3}x$

$AC = 3x$

$\dfrac{CD}{DE} = \dfrac{AD}{BD}$

$CD \cdot BD = DE \cdot AD$

$9 = x \cdot 4x$

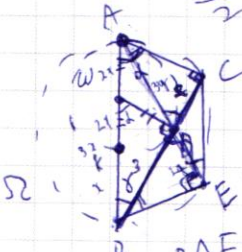
$4x^2 = 9$

$x = \dfrac{3}{2}$

$AE = \dfrac{\sqrt{141}}{2}$ $\quad x \dfrac{12}{\sqrt{141}}$

$\dfrac{141 + 24}{2\sqrt{141}}$

№ 5



$\dfrac{AB}{2}$ $\quad \dfrac{AK}{2}$ $\quad 1{,}2x$ $\quad 2{,}5x$

$\alpha = $ $\quad 180 - \gamma = 90 + \gamma$

$\gamma = 90 - \alpha = \sin BAE$

$\dfrac{5 \cdot 3}{2}$ $\quad 5$

$S = \dfrac{1}{2} \cdot \sin BAE \cdot AB \cdot AE$

$+\dfrac{1}{2} \sin EAC \cdot CA \cdot AE$

$= \left(\dfrac{9 \cdot 141 - 144}{141}\right) \cdot \dfrac{5 \cdot 3}{2}$

$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{9 \cdot 141 - 144}{141}\right)$

$\dfrac{1}{2 \cdot \sqrt{141}}$

$\dfrac{5 \cdot 165\sqrt{5}}{2 \cdot 141}$

$\dfrac{9 \cdot 141 - 144}{141}$

S_{BAE} $\quad \dfrac{225 \cdot 55}{47 \cdot 4\sqrt{141}}$

$\dfrac{24}{\sqrt{141}}$

$9 - \dfrac{144}{141}$

$\dfrac{9 \cdot 141 - 144}{141}$

$\dfrac{5^2 \cdot 3^2}{2^2} - 5^2 = 5^2\left(\dfrac{3^2}{2^2} - 1\right) = 5\sqrt{\dfrac{9-4}{4}}$

$5\sqrt{\dfrac{5}{4}}$ $\quad \dfrac{5\sqrt{5}}{2}$

$\dfrac{125 + 16}{4} = \sqrt{\dfrac{141}{4}}$

$AC = \dfrac{\sqrt{141}}{2}$ $\quad x = 6$

$x = \dfrac{12}{\sqrt{141}} = D$

$\sin EAC$ $\quad \dfrac{4}{\sqrt{141}}$ $\quad \dfrac{2}{\frac{\sqrt{141}}{2}}$

$\dfrac{5 \cdot 3}{2}$

$\dfrac{3^2 \cdot 3^2}{2^2} - \dfrac{144}{141}$

$\dfrac{4}{3\sqrt{7}}$ $\quad \dfrac{4}{3\sqrt{7}} + \dfrac{1}{\sqrt{7}}$ $\quad \dfrac{7}{3\sqrt{7}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$a = b_1 \quad b = b_1 q \quad c = b_1 q^2$

$b_1 x^2 - 2 b_1 q x + b_1 q^2 = 0 \quad x_1 = b_1 q^3$

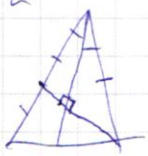
$b_1^3 q^6 - 2 b_1^2 q^4 + b_1^2 q^5 = 0 \quad : b_1^2 q^4 \neq 0 \quad b_1 q^5, 1$

$\underbrace{b_1 q^2}_{=c} - 2 + q = 0 \quad c = 2 + q \quad x = q \quad b_1 q^2 = 1$

$\frac{-(-2b)}{2a} = \frac{b}{a} = q \quad b_1 (x - q)^2 = 0$

$D = 4 b_1^2 q^2 - 4 \cdot b_1 \cdot b_1 q^2 = 0 \quad \frac{2 b_1 q}{b_1} = 2q \quad (q) = b_1 q^2 \quad b_1 q^3$

№2



$2 \times x$

$3x + a = 900$

$a = 900 - 3x \quad x \in [1, 900] \quad 450$

$b = x$

$c = 2x$

$a + b > c \quad \cancel{3x \ldots}$

$a + c > b$ - очев

$b + c > a$

$x < \frac{900}{2} = 450$

$900 - x > x$

$900 - 3x + x > 2x$

$x < \frac{900}{4} = 225$

$900 - 3x < 3x$

$x > \frac{900}{6} = 150$

$74 - 2 \quad 1> \quad 2395 \quad <6$

№3

$(x-6) + 6(y-1)$

$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} = (x-6)(y-1) \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 6 \end{cases}$

$x - 6 = t$

$y - 1 = k$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 - 38 + 20 = 6$

$34k^2 - 13kt + 24 = 0$

$34k^2 - 13kt + 24 \cdot 34 \geq 0$

$D = 169 - 4t \cdot 24 \cdot 34 \cdot 34k$

$169 \geq 4 \cdot 24 \cdot 34k$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 24 \quad 36 \quad 2$

$\begin{cases} t - 6k = \sqrt{tk} \\ t^2 + 2k^2 = 24 \end{cases}$

ОДЗ: ~~$y \geq 1 \quad x \geq 6$~~ ; $y < 1 \quad x < 6$

$\begin{cases} t^2 - 12kt + 36k^2 = tk \\ t^2 + 2k^2 = 24 \end{cases} \quad \begin{cases} t^2 - 13kt + 36k^2 = 0 \\ t^2 + 2k^2 = 24 \end{cases}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\begin{cases} \cancel{x - 6y} \end{cases}$ $t = x - 6$ $k = y - 1$

ОДЗ

$\begin{cases} t - 6k = \sqrt{tk} \\ t^2 + 2k^2 - 38 + 20 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} t - 6k = \sqrt{tk} \\ t^2 + 2k^2 - 18 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} t^2 - 12tk + 36k^2 - tk = 0 \\ t^2 + 2k^2 - 18 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} t^2 - 13tk + 36k^2 = 0 \\ t^2 + 2k^2 - 18 = 0 \end{cases}$

$t^2 - 13tk + 36k^2 = 0$

$t = \frac{13k \pm \sqrt{169k^2 - 4 \cdot 36k^2}}{2} = \cancel{13k \pm \sqrt{373}k}$ $\frac{13k \pm 5k}{2}$

$169 - 144 = \cancel{373}$

$t = 9k$ $t = 4k$

$81k^2 - 2k^2 = 18$ $16k^2 + 2k^2 = 18$

$79k^2 = 18$ $18k^2 = 18$

$k = -\sqrt{\frac{18}{79}}$ $y - 1$ $k = \pm 1$

$t = \pm 4$

$k = -\sqrt{\frac{18}{79}} = y - 1$

$t = -9\sqrt{\frac{18}{79}} = x - 6$

$y \geq 1$ $y \leq 1$

$x \geq 6$ $y = 0$ $x \leq 6$

$y = 1 - \sqrt{\frac{18}{79}}$

$x = 6 - 9\sqrt{\frac{18}{79}}$

$k = -1 = y - 1$ $t = 0$ $\varnothing$

$t = -4 = x - 6$ $k = 0$

$x = 2$

$t = 0$

$f(2 \cdot 1) = f([\frac{2}{2}]) + f(1)$ $f(z) = f(p_1) + f(p_2)$

$-6k = 0$

$k = 0$

$f(2) = f(1)$ $2 \cdot 0$ $4 - 2$

$k = 0$

$f(x/y) < 0$ $\cos = \frac{5}{3\sqrt{5}}$ $t = 0$

$f(1) = 0$ $f(x) + f(y)$

$f(2) = 1$ $f(\frac{x}{y}) = f(1) = f(p) + f(\frac{1}{p})$ $f(\frac{1}{p}) = [\frac{x}{2}]$

$f(2) < \frac{2}{2}$ $f(\frac{x}{y}) < 0$ < 0

$f(\frac{1}{2}) = \frac{2}{2}$ $f(x) + f(y)$