

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

- [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.
- [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

- [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC , если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.
б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED .
- [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1, BD = 3$.
- [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$.

- [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leq x \leq 21, 1 \leq y \leq 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{3.} \begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \begin{cases} y-2x = \sqrt{y(x-1)-2(x-1)} \\ 2(x^2-2x+1-1) + (y^2-4y+4) - 4 + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2 - 2 + (y-2)^2 - 4 + 3 = 0 \end{cases} \begin{cases} y-2x = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3 \end{cases}$$

Замена: $y-2=a$, $x-1=b$

$$x-1=b \cdot 2 \rightarrow \begin{cases} 2x-2=2b \\ y-2=a \end{cases} \quad a-2b = y-2x$$

$$\begin{cases} a-2b = \sqrt{ab} \\ 2b^2 + a^2 = 3 \end{cases} \begin{cases} a-2b \geq 0 \\ ab \geq 0 \\ a^2 - 4ab + 4b^2 = ab \\ 2b^2 + a^2 = 3 \end{cases} \begin{cases} a-2b \geq 0 \\ ab \geq 0 \\ a^2 - 5ab + 4b^2 = 0 \\ 2b^2 + a^2 = 3 \end{cases} \textcircled{\ominus}$$

$$\begin{cases} a^2 = 3 - 2b^2 \\ 3 - 2b^2 - 5ab \end{cases} \begin{cases} 2b^2 + a^2 - a^2 + 5ab - 4b^2 = 3 \\ 2b^2 + a^2 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5ab - 2b^2 = 3 \\ 2b^2 + a^2 = 3 \end{cases} \begin{cases} a = \frac{3+2b^2}{5b} \\ 2b^2 + \left(\frac{3+2b^2}{5b}\right)^2 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \times 63 \\ 63 \\ + 189 \\ \hline 3969 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 36 \\ 54 \\ + 144 \\ \hline 1944 \end{array}$$

$$2b^2 + \left(\frac{3+2b^2}{5b}\right)^2 = 3$$

$$2b^2 + \frac{9 + 12b^2 + 4b^4}{25b^2} = 3$$

$$\frac{50b^4 + 9 + 12b^2 + 4b^4 - 75b^2}{25b^2} = 0$$

$$b \neq 0$$

$$\begin{aligned} 54b^4 - 63b^2 + 9 &= 0 \\ D &= 3969 - 4 \cdot 54 \cdot 9 = 3969 - 1944 = \\ &= 2025 = 45^2 \end{aligned}$$

$$b^2 = \frac{63 \pm 45}{108}$$

$$\begin{cases} b^2 = \frac{1}{6} \\ b^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 = \frac{1}{6} \\ b^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -1 & \textcircled{1} \\ b = 1 & \textcircled{2} \\ b = -\frac{1}{\sqrt{6}} & \textcircled{3} \\ b = \frac{1}{\sqrt{6}} & \textcircled{4} \end{cases}$$

$$2b^2 + a^2 = 3.$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} a^2 = 3 - 2b^2 = 3 - 2 = 1 \\ b = -1 \end{cases} \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}, \text{ т.к. } ab \geq 0$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} a^2 = 3 - 2b^2 = 3 - 2 = 1 \\ b = 1 \end{cases} \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}, \text{ т.к. } ab \geq 0, \text{ но } a \geq 2b, 1 \geq 2 - \emptyset$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} b = -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ a^2 = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \end{cases} \begin{cases} b = -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ a = -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases} - \emptyset, \text{ т.к. } a \geq 2b.$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} b = \frac{1}{\sqrt{6}} \\ a^2 = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \end{cases} \begin{cases} b = \frac{1}{\sqrt{6}} \\ a = \frac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \\ a = \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ b = \frac{1}{\sqrt{6}} \end{cases}$$

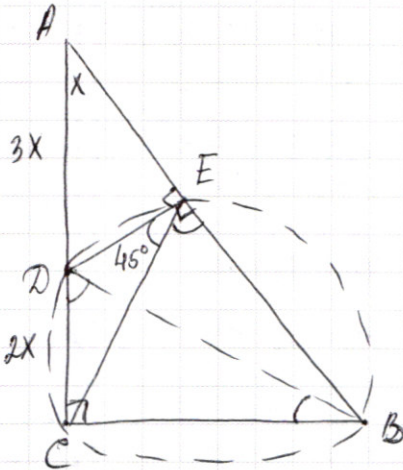
$$\begin{cases} y - 2 = -1 \\ x - 1 = -1 \\ y - 2 = \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ x - 1 = \frac{\sqrt{6}}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \\ y = \frac{2\sqrt{6} + 6}{3} \\ x = \frac{\sqrt{6} + 6}{6} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (1; 0) \cup (0; 1) \cup \left(\frac{\sqrt{6} + 6}{6}; \frac{2\sqrt{6} + 6}{3}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



Решение:
а) 1) $DC = 2x$.

Найти $\operatorname{tg} \angle CAB$. - ?
 $S_{\triangle CDE}$, $AC = \sqrt{29}$

2) Проведем DB :

Рассм $\triangle DEB$:

сумма противолежащих углов = 180° ,
($\angle DEC + \angle DCB = 180^\circ$), можно

вокруг него описать окружность.
 $\angle DBC = \angle DEC = 45^\circ$ - опираются на
одну дугу.

$\angle CEB = 45^\circ = 90^\circ - 45^\circ$

$\angle CDB = \angle CEB = 45^\circ$ - опираются
на одну дугу.

3) Рассм $\triangle CDB$:

$\angle CDB = \angle CBD = 45^\circ$,

$\triangle CDB$ - равнобедренный, $CB = CD = 2x$.

4) $\operatorname{tg} \angle CAB = \frac{CB}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$

Ответ: $\operatorname{tg} \angle CAB = \frac{2}{5}$

б) 1) Рассм $\triangle DAE$:

$\operatorname{tg} \angle CAB = \frac{2}{5}$ Пусть $\angle CAB = x$.

$$\operatorname{ctg} \angle CAB = \frac{5}{2}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$1 + \frac{25}{4} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{29}{4} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\sin x = \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{DE}{DA} \Rightarrow DE = \frac{2DA}{\sqrt{29}} = \frac{6x}{\sqrt{29}}$$

с) Пусть $\angle ADE = 90^\circ - x = \angle ADE$.

$$\sin(90^\circ - x) = \cos x.$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \frac{4}{29}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\sin \angle ADE = \frac{5}{\sqrt{29}} = \sin \angle EDC.$$

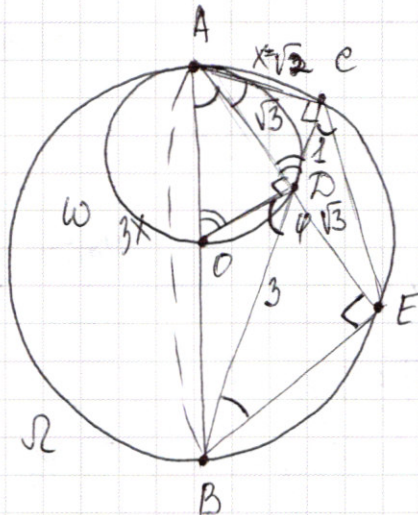
$$S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} \sin \angle EDC \cdot DE \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{\sqrt{29}} \cdot \frac{6x}{\sqrt{29}} \cdot 2x =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{30x^2}{29} = \frac{30 \cdot 29}{29 \cdot 5} = 6.$$

3) $AC = \sqrt{29} = 5x$, $x = \frac{\sqrt{29}}{5}$.

Ответ: 6.

5.



Найти: r_{ω} - ?
 r_D - ? S_{ABCE}

Решение: $\angle AEB = 90^\circ$ -
1) опирается на диаметр
 $\angle ADC = 90^\circ$, опирается
на диаметр.

$$DE \cdot DA = 3.$$

$\angle BCA = 90^\circ = \angle AEB$ - опирается
на одну дугу

$\angle ODB = \frac{1}{2} \widehat{OB}$ - между хордой
и касательной.

$\angle OAD = \frac{1}{2} \widehat{OB} = \angle ODB$ -
вписанный.

4) т.к. AD - биссектриса $\triangle DAC$:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{1} = \frac{3x}{x}$$

5) по т. Пифагора:

$$9x^2 = x^2 + 16$$

$$8x^2 = 16$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$

6) $AC = \sqrt{2} = x$, по т. Пифагора $\triangle ADC$:

$$AD^2 = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$$

по т. Пифагора $\triangle ODA$:

$$7) AD \cdot DE = CD \cdot BD$$

$$DE = \frac{CD \cdot BD}{AD} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

8) по т. о пропорциональных отрезках:

т.к. $AD \parallel BE$ ($\angle ADO = \angle DEB$), то:

$$\frac{1}{1} = \frac{AD}{DE} = \frac{AO}{OB}, \quad AO = OB.$$

$$\text{Ответ: } r_D = \frac{3\sqrt{2}}{2}; \quad r_{\omega} = \frac{3\sqrt{2}}{4}; \quad S = 4\sqrt{2}$$

2) Рассмотрим $\triangle ODA$ и $\triangle DAC$:

$\angle ADO = \angle DCA = 90^\circ$, $\angle AOD = \angle DAC$,
тогда: т.к. сумма углов в $\triangle = 180^\circ$, то: $\angle OAD = \angle DAC$, значит
AD - биссектриса.

3) $\angle CBE = \angle CAE$ - опир. на дугу
 $\angle EAB = \angle BCE$ - опир. на дугу
тогда: т.к. $\angle BAE = \angle EAC$, то
 $\angle DBE = \angle ECB$.

9) Рассмотрим $\triangle ABC$ по т. Пифагора:
 $AB^2 = AC^2 + CB^2 = 2 + 16 = 18$
 $AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} = 3x$.

$$x = \sqrt{2}$$

$$AB = 3\sqrt{2}, \quad r_D = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$2AO = AB$$

$$AO = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$r_{\omega} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

10) Пусть $\angle DAE = \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{DE}{DB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$11) S_{ABCE} = \frac{1}{2} AE \cdot CB \cdot \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① a, b, c, x — четвертое число.

$$1) x = c \cdot \frac{b}{a}$$

$$a \cdot \left(\frac{c \cdot b}{a}\right)^2 + 2b \cdot \frac{c \cdot b}{a} + c = 0$$

$$\frac{c^2 b^2}{a} + \frac{2b^2 c}{a} + c = 0$$

$$c \left(\frac{c b^2}{a} + \frac{2b^2}{a} + 1 \right) = 0$$

$c=0$, тогда все члены
геометрической прогрессии = 0.

$$\frac{c b^2}{a} + \frac{2b^2}{a} + 1 = 0$$

Ответ: $c = -1$

$$2) c \cdot a = b^2$$

$$c = \frac{b^2}{a}$$

$$3) c \cdot c + 2c + 1 = 0$$

$$c^2 + 2c + 1 = 0$$

$(c+1)^2 = 0$

$$c = -1$$

$c = -1$

②

$$p = a + b + c = 1200$$

$$\begin{cases} a < b + c \\ b < c + a \\ c < a + b \\ a + b + c = 1200 \\ 2a = b \end{cases}$$

$$b = c = 1200 - a - b$$

$$1200 - a - b < a + b$$

$$1200 - a - 2a < a + 2a$$

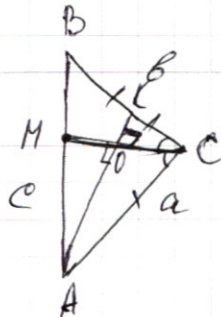
$$1200 - 3a - 3a < 0$$

$$1200 - 6a < 0$$

$$6(200 - a) < 0$$

$$a > 200$$

$$b > 400$$



Рассм $\triangle ABC$:

KA - медиана

CM - биссектриса, тогда:

$\triangle ACK$ - р/б, т.к. биссектриса
является высотой, т.к. $KA \perp MC$.

по условию, $KC = AC$,

тогда в треугольнике
заметим, что $\angle C$ — острый,
тогда $\angle A < \angle B$.

$$b < c + a$$

$$b < 1200 - a - b + a$$

$$b < 1200 - b$$

$$2b < 1200$$

$$b < 600 \Rightarrow 400 < b < 600$$

вместиме 199 значений

Ответ: 199.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

НОТ. СОВ:

$$16 = a^2 + a^2 - 2a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$16 = 2a^2 - 2a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$8 = a^2 - a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$8 = a^2 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$a = \frac{\sqrt{8}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{3}}$$

$$a^2 = \frac{8}{1 - \frac{\sqrt{2}}{3}}$$

$$a^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{1 - \frac{\sqrt{2}}{3}}$$

$$a^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3(1 - \frac{\sqrt{2}}{3})}$$

$$= \frac{8}{1 - \frac{\sqrt{2}}{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$$

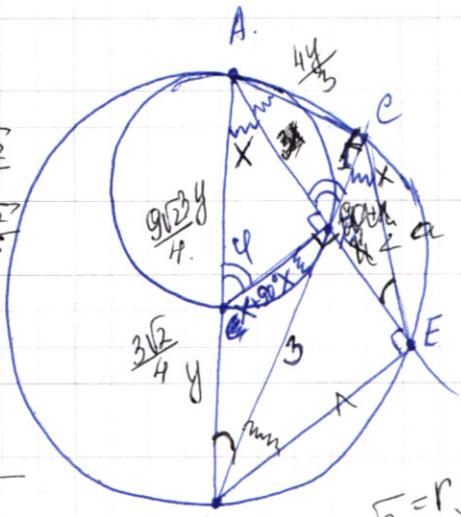
$$= \frac{\sqrt{2} \cdot 8}{6 - 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{6 - 2\sqrt{2}}$$

$$a_1, a_2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} =$$

$$S = \frac{8\sqrt{2}}{6 - 2\sqrt{2}}$$



$$\cos \angle CEB = \sqrt{1 - \frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$180^\circ - 90^\circ - 2\alpha = 0$$

$$= 90 - 2\alpha$$

$$\frac{BA}{AC} = \frac{2}{1} = \frac{4y}{3}$$

$$16 = 16y^2 + 16$$

$$16y^2 = 16 + 16y^2$$

$$16y^2 - \frac{16y^2}{9} = 16$$

$$y^2 - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\frac{8y^2}{9} = 1$$

$$8y^2 = 9$$

$$2\sqrt{2}y = 3$$

$$\frac{\sqrt{2}y}{6} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{BE \cdot AE}{AB^2} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

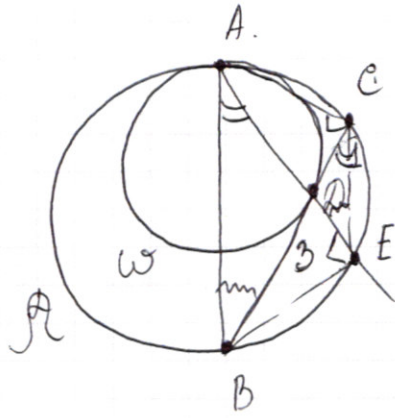
BE



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

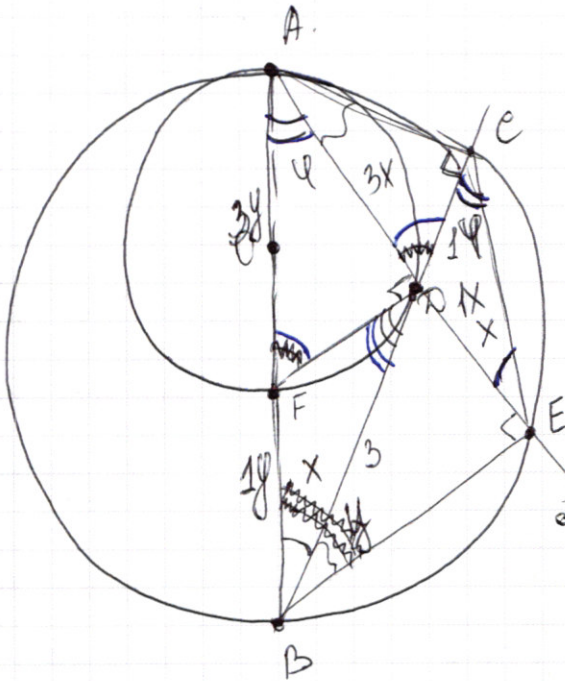
5.



Найти: r_{ω} , r_{Ω}

$$S_{BACE}$$

$$\frac{DC}{BD} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DE}{DA}$$



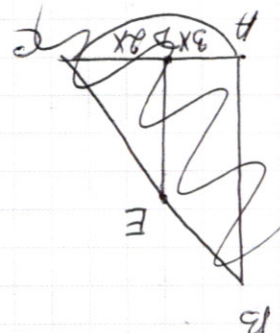
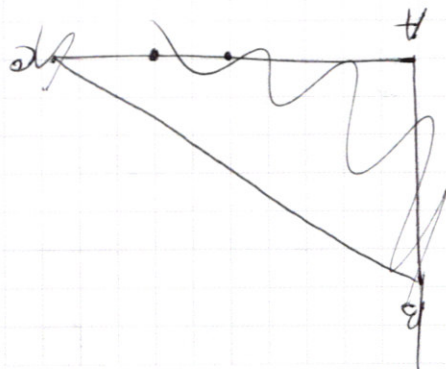
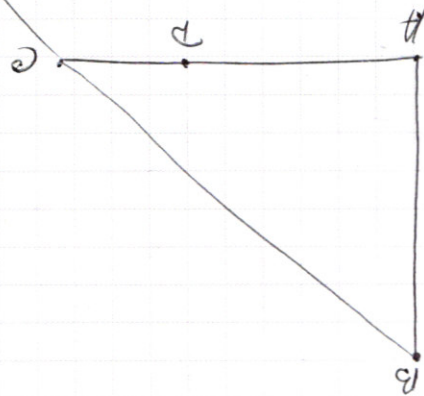
$AE \perp FB \cdot AB = 16$

$$\frac{AE}{FB} = \frac{AD}{DE} = \frac{1}{3}$$

$\triangle BDE \sim \triangle ADC$:

$$\frac{BD}{AD} = \frac{DE}{DC} = \frac{BE}{AC}$$

$$\varphi + 90^\circ + x + y = 180^\circ$$



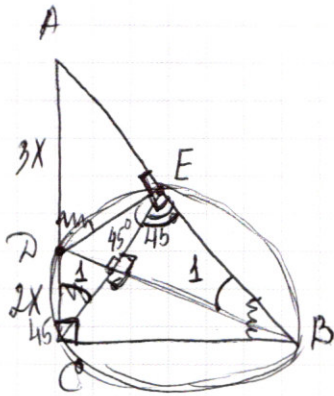
(4)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР _____
(заполняется секретарём)



$$\tan \angle BAC = \frac{CB}{AC} = \operatorname{ctg} \angle \frac{CB}{AC}$$

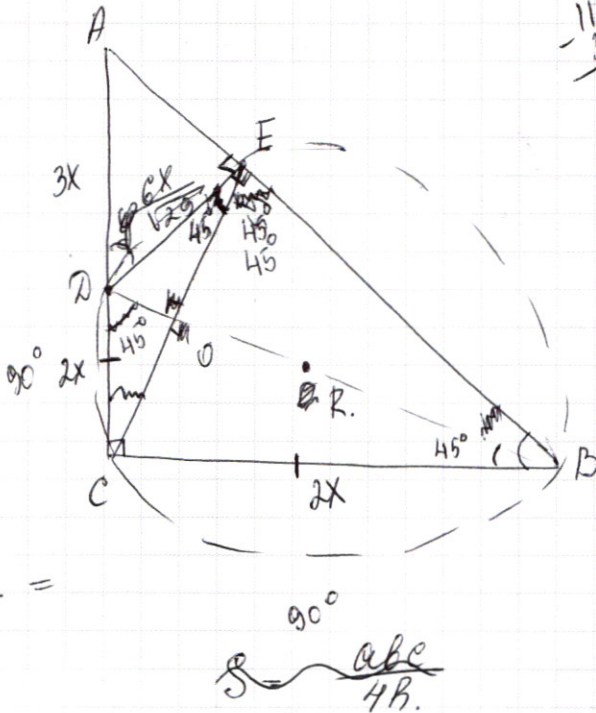
$\triangle DAE \sim \triangle BAC$:

$$\frac{DA}{BA} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$DA \cdot AC = BA \cdot AE$$

$$\frac{AE}{EB} \cdot \frac{BO}{OA} \cdot \frac{OC}{AC} = 1$$

$$\cos \varphi = \frac{6x}{\sqrt{29}}$$



$$\frac{116}{36} = \frac{80}{80}$$

a) $\frac{CB}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$

b) $AC = \sqrt{29}$

$$DC = \frac{2 \cdot AC}{5} = \frac{2\sqrt{29}}{5}$$

$$\frac{AE}{EB} \cdot \frac{BO}{OA} \cdot \frac{OC}{CA} = 1$$

$$\frac{AD}{DC} \cdot \frac{CO}{OE} \cdot \frac{BE}{BA} = 1$$

$$DB = \sqrt{4x^2 + 4x^2} = \sqrt{8x^2} = 2\sqrt{2}x$$

$$R = \sqrt{2}x$$

$$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$$

$$\frac{6x}{\sqrt{29}} =$$

$$\operatorname{ctg} \angle A =$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$1 + \frac{4}{25} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\frac{29}{25} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\cos x = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$1 + \frac{25}{4} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{29}{4} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\sin x = \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{DE}{AD} \rightarrow$$

$$DE = \frac{2 \cdot AD}{\sqrt{29}} = \frac{2 \cdot 3x}{\sqrt{29}} = \frac{6x}{\sqrt{29}}$$

a, b, c, x.

$$x = c \cdot \frac{b}{a} = c \cdot \frac{c}{b} = \frac{c^2}{b}$$

$$ax^2 + 2bx + c = 0.$$

$$a \cdot \frac{c^2}{b} + 2b \cdot \frac{c^2}{b} + c = 0.$$

$$c \left(\frac{ac}{b} + 2c + 1 \right) = 0.$$

$$c = 0. \quad c \left(\frac{a}{b} + 2 \right) = -1$$

$$c = \frac{-1}{\frac{a}{b} + 2}$$

НОТ. $\cos x$:

$$DC^2 = DE^2 + CE^2 - 2DECE \cdot \cos 45^\circ$$

$$4x^2 = \frac{36x^2}{29} + CE^2 - 2 \cdot \frac{6x}{\sqrt{29}} \cdot CE \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$4x^2 - \frac{36x^2}{29} = CE^2 - \frac{6\sqrt{2}x}{\sqrt{29}} \cdot CE$$

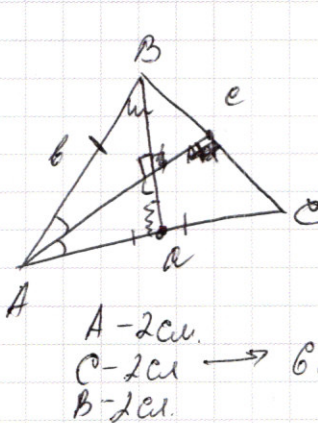
$$\frac{116x^2 - 36x^2}{29} = CE^2 - \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{29}}{5} \cdot CE$$

$$\frac{80 \cdot 29}{25 \cdot 29} = CE^2 - \frac{6\sqrt{2}}{5} \cdot CE.$$

$$\frac{16}{5} = CE^2 - \frac{6\sqrt{2}}{5} CE$$

2

$$P = 1200.$$

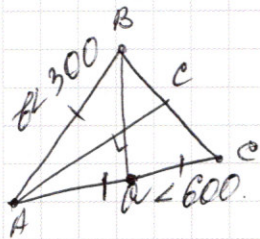


$$\begin{cases} a = 2b \\ b = 2a \\ c = 2b \\ c = 2a \\ a = 2c \\ a = 2b \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A &= 2c \\ c &= 2a \rightarrow 6c \text{ на } \Delta \\ B &= 2c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= 2AB \\ a &= 2 \cdot 2b \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 108 \overline{) 6} \\ \underline{418} \end{array}$$



$$\begin{cases} a = 2b \\ a + b + c = 1200 \\ a < b + c \\ b < a + c \\ c < a + b \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &< 300 \\ a &< 600 \\ c &< 300 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} c = 1200 - 3b \\ 3b + c = 1200 \\ a < b + c \\ b < a + c \\ c < a + b \end{cases} \quad \begin{aligned} 2b &< b + c \\ 2b &< b + 1200 - 3b \\ 4b &< 1200 \\ b &< 300 \end{aligned}$$

$$1200 - 300 - 600 = 300$$

Аналог.

$$\frac{16}{5} \approx 3.2$$

$$CE^2 - \frac{6\sqrt{2}}{5} CE - \frac{16}{5} = 0 \quad | \cdot 5$$

$$5CE^2 - 6\sqrt{2}CE - 16 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 36 \cdot 2 + 16 \cdot 5 \cdot 4 = \\ &= 72 + 320 = \\ &= 392 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a + b + c = 1200 \\ c < a + b \\ a < b + c \\ b < a + c \\ 600 < 800 + \dots \end{cases}$$

$$1200 + c$$

$$a = 1200 - b - c$$

$$c < 1200 - b - c + b$$

$$c < 1200 - c$$

$$2c < 1200$$

$$\boxed{c < 600} \quad \begin{aligned} a &< 1200 - b - c + b + c \\ b + c &\geq 600 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$$ax^2 + 2bx + c = 0.$$

$$D = 4b^2 - 4ac = 4(b^2 - ac)$$

$$x_1 = \frac{-2b + 2\sqrt{b^2 - ac}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

т.к. $x_1 \cdot x_2 =$

$$a \cdot c = b^2$$

$$b \cdot \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - ac}}{a} \right) = c^2$$

a, b, c, x .

$$a = \frac{b^2}{c}$$

$$b = ak \quad k = \frac{b}{a}$$

$$c = bk = ak^2$$

$$x = \frac{b}{a} \cdot a \cdot \left(\frac{b}{a} \right)^3 = \frac{a \cdot b^3}{a^3} = \frac{b^3}{a^2} = c \cdot \frac{b}{a}$$

$$a \cdot \left(\frac{c \cdot b}{a} \right)^2 + 2b \cdot \left(\frac{c \cdot b}{a} \right) + c = 0.$$

$$\frac{ac^2b^2}{a^2} + \frac{2b^2c}{a} + c = 0.$$

$$\frac{c^2b^2}{a} + \frac{2b^2c}{a} + c = 0.$$

$$c \left(\frac{cb^2}{a} + \frac{2b^2}{a} + 1 \right) = 0.$$

$$c = 0. \quad \frac{cb^2}{a} + \frac{2b^2}{a} + 1 = 0.$$

$$\frac{cb^2}{a} + \frac{2b^2}{a} = -1.$$

$$\frac{b^2(c+2)}{a} = -1.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} = \sqrt{y(x-1) - 2(x-1)} = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\cancel{2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0}$$

$$\cancel{2x(x-2) + y(y-4) + 3 = 0}$$

$$\cancel{2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0}$$

$$\cancel{2x^2 - 4x + 1 - (2x-1)^2 - 1}$$

$$2(x^2 - 2x) + (y^2 - 4y) + 3 = 0$$

$$2(x^2 - 2x + 1 - 1) + (y^2 - 4y + 4 - 4) + 3 = 0.$$

$$2((x-1)^2 - 1) + (y-2)^2 - 4 + 3 = 0.$$

$$2(x-1-1)(x-1+1) + (y-2)^2 = 1.$$

$$2(x-1)^2 - 2 + (y-2)^2 = 1$$

$$2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3.$$

$$\sqrt{b-a} = \sqrt{b \cdot a}$$

$$2a^2 + b^2 = 3$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ (b-2a)^2 = ba \end{cases}$$

$$b^2 - 4ab + 4a^2 = ba$$

$$b^2 - 5ab + 4a^2 = 0$$

$$2a^2 + b^2 = 3$$

$$4a^2 - 5ab - 2a^2 = 0 - 3$$

$$2a^2 - 5ab = -3$$

$$b = \frac{-3 - 2a^2}{-5a} = \frac{3 + 2a^2}{5a}$$

$$a \geq 2b.$$

$$\frac{-2\sqrt{6}}{3} \geq \frac{-2 \cdot \sqrt{6}}{5 \cdot 3} \quad \text{no}$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{3} \geq \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$(y-2x)^2 = y^2 - 4xy + 4x^2 =$$

$$= xy - 2x - y + 2.$$

$$y^2 - 5xy + 4x^2 - 2x - y + 2 = 0.$$

Замена: $x-1 = a$ $\cdot 2$

$y-2 = b.$

$$y-2 = x-1 = b-a$$

$$2x-2 = 2a$$

$$y-2 = b$$

$$y-2-2x+2 = b-2a$$

$$a \neq 0.$$

$$2 \cdot a^2 + \left(\frac{b+2a^2}{5a}\right)^2 = 3. \quad \frac{-75}{63}$$

$$2a^2 + \frac{9 + 4a^2 \cdot 3 + 4a^4}{25a^2} = 3.$$

$$50a^4 + 9 + 4a^2 \cdot 3 + 4a^4 - 75a^2 = 0.$$

$$54a^4 - 63a^2 + 9 = 0. \quad a^2 = t.$$

$$54t^2 - 63t + 9 = 0.$$

$$D = 3969 - 1944 = 2025 = 45^2$$

$$t_1 = \frac{63 - 45}{54} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}$$

$$t_2 = \frac{63 + 45}{108} = \frac{108}{108} = 1.$$

$$\begin{array}{r} \times 63 \\ 189 \\ \hline 378 \\ \hline 3969 \\ -1944 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$54 \sqrt{\frac{1}{3}}$$

3

$$\begin{array}{r} \times 54 \\ 9 \\ \hline 486 \\ \hline 1944 \end{array}$$

черновик чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$a^2 = \frac{1}{6} \quad a^2 = 1.$$

$$a = \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \quad a = \pm 1.$$

$$x-1 = a$$

$$x-1 = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{6}} + 1$$

$$x-1 = -1$$

$$x-1 = 1$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{6}} + 1$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{6}} + 1$$

$$x = 2$$

$$x = 0.$$

~~$$2x^2 + 2y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$$~~

$$b = \frac{3+2a^2}{5a} =$$

$$\begin{aligned} a &\geq 1/b \\ a &> 0 \\ a &\leq 0 \\ a &\leq 0 \\ a &\geq 0 \\ a &\geq 1/b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a-b &> 0 \\ a-b &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (x-h)^2 + (y-k)^2 - 3 \\ 0 &= 1 - (x-h)^2 + (y-k)^2 - 1 = 0 \\ 0 &= 1 - (x-h)^2 + (y-k)^2 - 1 = 0 \\ y-k-x &= \sqrt{(y-k)^2 + (x-h)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 4 - 4 + \varepsilon + h^2 - y^2 - h^2 + (x-1+x^2-x) \varepsilon + \dots \\ (1-x)(x-h) &= (1-x)(x-h) - (x-h)h = x^2 - h^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 4 + h^2 - x^2 - y^2 + 4 - 4 + \varepsilon \\ x+h-x-h &= x^2 - h^2 \end{aligned}$$