МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

1) ~~Бор~~ Т.к. $a, в, c$ – члены геометрической прогрессии, то пусть $в = aq$, $c = aq^2$ и четвёртый член равен aq^3.

2) Тогда уравнение $ax^2 + 2вx + c = 0$ приобретает иной вид: $ax^2 + 2aqx + aq^2 = 0$, но т.к. aq^3 – корень этого уравнения, то подставим его вместо x:

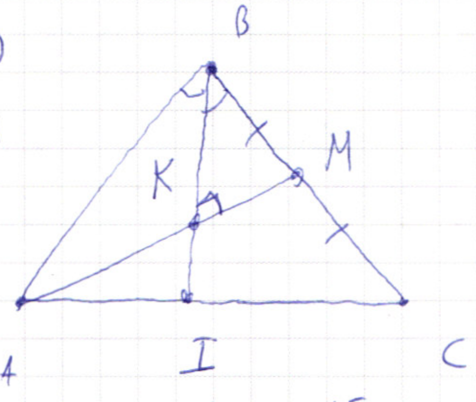
$a^3q^6 + 2a^2q^4 + aq^2 = 0$, но $c = aq^2 \Rightarrow c^3 + 2c^2 + c = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow c(c^2 + 2c + 1) = 0 \Rightarrow c(c+1)^2 = 0 \Rightarrow c = 0$ или $c = -1$.

Ответ: $c = 0$ или $c = -1$.

№ 2

1) Возьмём $\triangle ABC$, у которого периметр равен 1200 и медиана AM и биссектриса BI образуют угол $90°$.



2) Т.к. BK в $\triangle AB\cancel{C}M$ является медианой и биссектрисой, то $\triangle ABM$ – р/б $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = BM = \frac{BC}{2}$.

3) Т.к. BI – биссектриса, то $\frac{AI}{IC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$

4) Пусть $AI = в$, а $AB = a \Rightarrow 3a + 3в = 1200 \Rightarrow a + в = 400$

5) Проверим неравенство треугольника:

I. $a + 3в > 2a \Rightarrow 3в > a \Rightarrow в > \frac{a}{3} \Rightarrow a + \frac{a}{3} < 400 \Rightarrow$

№2

5) $\Rightarrow 3a + a < 1200 \Rightarrow 4a < 1200 \Rightarrow a < 300$

II. $3a > 3b \Rightarrow a > b \Rightarrow a + a > 400 \Rightarrow 2a > 400 \Rightarrow a > 200 \Rightarrow$

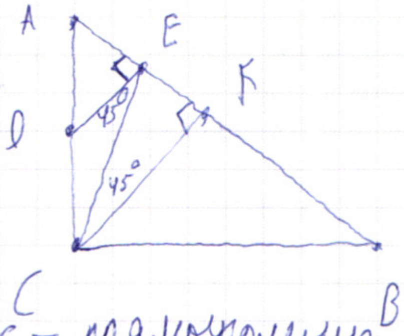
III. т.к. $a + 3b > 2a \Leftrightarrow 2a + 3b > a$

$\Downarrow$

$a \in (200; 300) \Rightarrow$ всего треугольников 99.

Ответ: 99.

№4 (а).



1) $CK \perp AB$

2) $\angle DAE = \angle CAB$ и $\triangle DAE$ и $\triangle CAB$ и прямоугольные $\Rightarrow$ $\Rightarrow \triangle DAE \sim \triangle BAC$.

3) $\angle CAK = \angle BAC$ и $\triangle CAK$ и $\triangle BAC$ – прямоугольные $\Rightarrow$ $\Rightarrow \triangle CAK \sim \triangle BAC$.

4) т.к. $\angle CED = 45^\circ$ и $DE \parallel CK \Rightarrow \angle CED = \angle ECK = 45^\circ$, но т.к. $\angle CKE = 90^\circ \Rightarrow \angle CEK = 45^\circ \Rightarrow EK = CK$.

5) т.к. $\angle DAE = \angle CAK$ и $\angle AED = \angle AKC \Rightarrow$ $\Rightarrow \triangle DAE \sim \triangle CAK \Rightarrow \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{DE}{CK} = \dfrac{AE}{AK} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow$

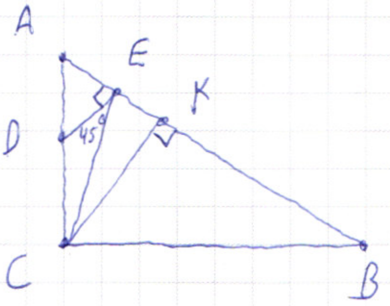
$\Rightarrow \dfrac{AK}{AE} = \dfrac{5}{3} \Rightarrow \dfrac{AE + EK}{AE} = \dfrac{5}{3} \Rightarrow 1 + \dfrac{EK}{AE} = \dfrac{5}{3} \Rightarrow \dfrac{EK}{AE} = \dfrac{2}{3}$,

но $EK = CK \Rightarrow \dfrac{CK}{AE} = \dfrac{2}{3}$, а $\dfrac{DE}{CK} = \dfrac{3}{5}$, а $\operatorname{tg} \angle CAB = \dfrac{DE}{AE} = \dfrac{DE}{CK} \times \dfrac{CK}{AE} = \dfrac{2}{5}$.

Ответ: $\dfrac{2}{5}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 4 (б)



1) Т.к. $AC = \sqrt{29}$, а $\frac{CB}{AC} = \frac{2}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow CB = \frac{2\sqrt{29}}{5}$.

2) $\frac{CK}{AK} = \frac{2}{5} \Rightarrow CK = AK \times \frac{2}{5} \Rightarrow$ по теореме Пифагора

$\Rightarrow$ ~~AK~~ $AC^2 = CK^2 + AK^2 = AK^2 \times \frac{4}{25} + AK^2 = AK^2 \times \frac{29}{25}$

$29 = AK^2 \times \frac{29}{25}$

$25 = AK^2$

$5 = AK \Rightarrow CK = 2$, а $\frac{AE}{AK} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow AE = 3$,

$EK = 2 \Rightarrow CK = 2$, а т.к. $tg \angle DAE = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{DE}{AE} = \frac{2}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow DE = 1{,}2$.

3) $S_\Delta ADE = \frac{DE \times AE}{2} = \frac{1{,}2 \times 3}{2} = 1{,}8$; $S_\Delta EKC = \frac{EK \times KC}{2} = \frac{2 \times 2}{2} =$

$= 2$; ~~S_Δ~~

4) $AK \times KB = CK^2 \Rightarrow KB = \frac{CK^2}{AK} = \frac{4}{5} \Rightarrow S_\Delta CKB = \frac{CK \times KB}{2} =$

$= \frac{\frac{4}{5} \times 2}{2} = \frac{4}{5} = 0{,}8$; $S_\Delta ABC = \frac{AC \times CB}{2} = \frac{\sqrt{29} \times 2\sqrt{29}}{5 \times 2} = 5{,}8$.

5) $S_\Delta CDE = S_\Delta ABC - S_\Delta ADE - S_\Delta EKC - S_\Delta BKC = 5{,}8 - 0{,}8 -$

$- 1{,}8 - 2 = 1{,}2$.

Ответ: $S_\Delta CED = 1{,}2$.

№ 7

1) $f(x/y) + f(y) = f(x)$

$f(x/y) = f(x) - f(y) \Rightarrow$ если $f(\frac{x}{y}) < 0 \Rightarrow f(x) < f(y)$

2) $f(1) = f(1) + f(1)$

$\Downarrow$

$f(1) = 2f(1)$

$\Downarrow$

$f(1) = 0.$

3) $f(2) = 1$; $f(3) = 1$; $f(4) = 2f(2) = 2$; $f(5) = 2$; $f(6) = f(3) + f(2) = 2$; $f(7) = 3$; $f(8) = 3 \times f(2) = 3$; $f(9) = 2f(3) = 2$; $f(10) = f(5) + f(2) = 3$; $f(11) = 5$; $f(12) = 2f(2) + f(3) = 3$; $f(13) = 6$; $f(14) = f(2) + f(7) = 4$; $f(15) = f(5) + f(3) = 3$; $f(16) = 4f(2) = 4$; $f(17) = 8$; $f(18) = f(9) + f(2) = 3$; $f(19) = 9$; $f(20) = f(10) + f(2) = 4$; $f(21) = f(7) + f(3) = 4$.

4) Для каждого x найдём сколько всего y, такие что $f(x) < f(y)$:

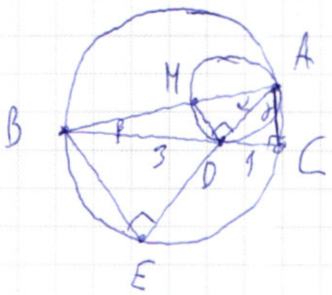
1 − 20	3 − 18	5 − 14	7 − 8	9 − 14	11 − 3	13 − 2
2 − 18	4 − 14	6 − 14	8 − 8	10 − 8	12 − 8	14 − 4
15 − 8	16 − 4	17 − 1	18 − 8	19 − 0	20 − 4	21 − 4.

$\Downarrow$

всего пар: 182.

Ответ: 182.

№ 5



1) Пусть $AB = 2R$, а $AM = 2r$.

2) Пусть $\angle BAE = \alpha$, $\angle DAC = \gamma$ и $\angle ABC = \beta$

3) $\angle BMD = 180^\circ - \angle AMD = 90^\circ + \alpha$, а т.к. $\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ \Rightarrow \angle MDB = \gamma$, но т.к. BC − касательная к окр-ти $AMD \Rightarrow \angle BDM = \angle BAD \Rightarrow \gamma = \alpha. \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAD = \angle CAD.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

4) R и r — радиусы окружностей.

5) Т.к. AD — биссектриса $\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{2R}{\sqrt{4R^2-BC^2}} = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2R = 3\sqrt{4R^2-16}$

$4R^2 = 9(4R^2-16)$

$32R^2 = 144$

$R^2 = 4{,}5$

$R = \sqrt{4{,}5}$

6) $AC = \sqrt{4R^2-16} = \sqrt{2}$

7) $\angle DAC = \angle MAD$ и $\angle ADM = \angle ACD = 90^\circ \Rightarrow \Delta MAD \sim \Delta DAC \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AD}{DM} = \frac{AC}{CD} = \sqrt{2}$ и $AD = \sqrt{AC^2+CD^2}$ (по теореме Пифагора) $= \sqrt{3} \Rightarrow DM = \frac{AD}{\sqrt{2}} =$

$= \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow 2r = \sqrt{AD^2 - DM^2}$ (по теореме Пифагора) $= \sqrt{3-\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3}{8}}$.

8) $\sin\angle ADC = \frac{AC}{AD} = \sqrt{\frac{2}{3}}$; $AD = \sqrt{2}$; $DE = \frac{BD \times DC}{AD}$ (как степень точки D) $= \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow S_{BACE} = \frac{AE \times BC}{2} \times \sin\angle ADC =$

$= \left(\sqrt{2} + \frac{3}{\sqrt{2}}\right)(3+1) \times \sqrt{\frac{2}{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{\sqrt{2}} \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{20}{2\sqrt{3}} =$

$= \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

Ответ: радиусы: $\sqrt{\frac{9}{2}}$ и $\sqrt{\frac{3}{8}}$; $S_{BACE} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

№3

1) $y-2x = \sqrt{(xy-2x-y+2)}$

$(y-2x)^2 = (y-2)(x-1)$

2) $2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

$\Downarrow$

$a = x-1$

$b = y-2$

3) $\begin{cases}(b-2a)^2 = ab \\ 2a^2+b^2=3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2-4ab+4a^2=ab \\ 2a^2+b^2=3\end{cases} \Rightarrow$ $b^2-5ab+4a^2=0$, и $2a^2+b^2=\cancel{0}3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2a^2-5ab+3=0$

$\Downarrow$

$a = \frac{5\pm\sqrt{25b^2-24}}{4} \Rightarrow$ ~~для всех~~ $25b^2-24>0 \Rightarrow b^2>\frac{24}{25} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{-\frac{\sqrt{24}}{5}<y-2<\frac{\sqrt{24}}{5}}$ $y-2 \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{24}}{5}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{24}}{5}; +\infty\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow y \in \left(-\infty; 2-\frac{\sqrt{24}}{5}\right) \cup \left(2+\frac{\sqrt{24}}{5}; +\infty\right)$ для всех таких

y ~~всех~~ соответствуют $x = \frac{9\pm\sqrt{25(y-2)^2-24}}{4}$

Ответ: $x = \frac{9\pm\sqrt{25(y-2)^2-24}}{4}$ для всех $y \in \left(-\infty; 2-\frac{\sqrt{24}}{5}\right) \cup$

$\cup \left(2+\frac{\sqrt{24}}{5}; +\infty\right)$.

$2a^2+b^2 = 3$

$ab = (b-2a)^2$

$\cancel{ab} = 4a^2 + b^2 - 5ab$

$0 = 2a^2 - 5ab + 3$

1 11

$$\frac{5 \pm \sqrt{25b^2-24}}{4}$$

черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

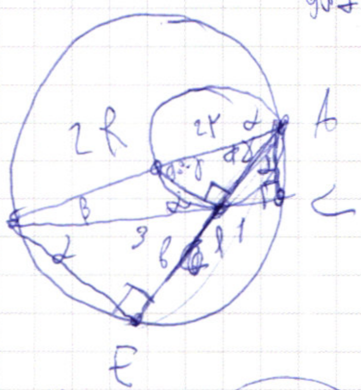
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(x-1)(y-2)=(y-2x)^2$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

a^2-1+
$+16=$
$=4R^2$



$90° + 2\alpha + \varphi$

$9\times 16 = 144$

144

$ab=3$

$ab=3$

$a^2+15=4R^2$

$\frac{ab}{a+b}=\frac{r}{R}$

$\frac{3}{a}=b$

$36\times 0,1$

$\frac{a+b}{a}=\frac{R}{r}$

$\frac{b}{a}=\frac{R-r}{r}$

$\frac{3}{a^2}=\frac{R-r}{r}$

$\frac{2R}{\sqrt{4R^2-16}}=3$

$\frac{20}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2}\,\frac{b}{a}=\frac{R-r}{r}$

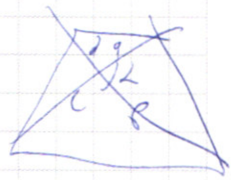
$180-2\alpha$

$4,5\times 4=$
$=18$

$\frac{5}{\sqrt{2}}\times 4$

$\frac{2}{\sqrt{2}}$

$2R=3\sqrt{4R^2-16}$



$\cancel{4R^2=12R^2+}$

$\frac{ab\sin\alpha}{2}+\frac{bc\sin\alpha}{2}+\frac{cd\sin\alpha}{2}+\frac{ad\sin\alpha}{2}=\frac{(a+c)(b+d)\sin\alpha}{2}$

$4R^2-16$

$4R^2=36R^2-144$

$144=32R^2$

$4a^2+b^2-$

$3^2 = f(3)+f(3)$

$2a^2+b^2=3$

299

$b \quad a$

$y-2-2(x-1)$

$(b-2a)^2 = ab$

$2a^2+b^2=3$

201

$ab=(y-2x)^2$

$= y - 2x + 2$

$y-2x$

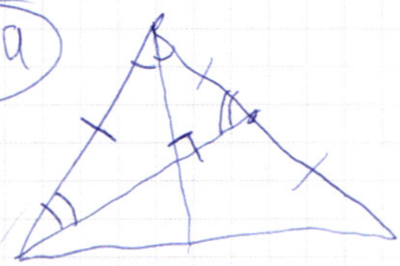
$a+3b>2a$

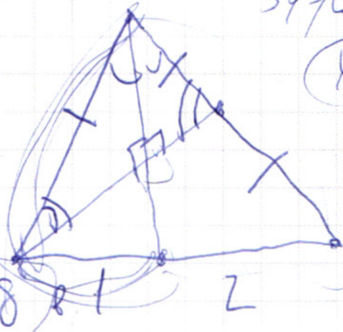
$f(2)+f(2)=$

$=$

$3b>a$

$b>\frac{a}{3}$





7, 8, 10, 12, 15, 18

1

2

$f(1)=0$

$f(2)=1$

$2b+b$

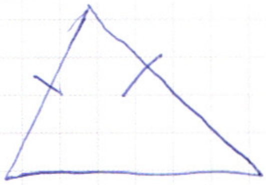
$f(3)=1$

$3b+3a=$

$f(4)=2$

$=1200$

$f(5)=1$



1 до 399

$f(6)=2$

$a+b=400$

2×7

$f(2)+f(7)=$

$a+b=400$

$f(7)=3$

$3a>3b$

$f(8)=3$

$=1+3$

$a+\frac{a}{3} \leq 400$

$2^2\times3$

$a>b$

$f(9)=2$

$2\times f(2)+f(3)$

$f(10)=3$

$3a+a \leq 1200$

$f(11)=5$

$\cancel{a+2b}$

$f(12)=3$

$200 < 4a \leq 1200$

$a+a>400$

$f(13)=6$

$2a^2+b^2=3$

$f(3)+f(3)$

$f(14)=4$

$a>200$

$50 < a < 300$

$f(15)=3$

$a \in (50;300)$

$\frac{1}{128} - \frac{1}{4} - 1 =$

$ab=(a-2b)^2$, $b-2a$

$p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3}$

81 до 299

$= -\frac{1}{8}-1=$

$ab = a^2 - 4ab + 4b^2$

$= -1{,}125$

$\alpha_1 \times \left(\frac{p_1}{2}\right)$

1 до 299

1 до 50

$a = b^2 - 5ab + 4a^2$

249

50

$2\times2\times2\times2$

$f(16)=4$

$0 = 3 - 5ab + 2a^2$

$f(17)=$

$=8$

$a = \frac{5 \pm \sqrt{25b^2-24}}{4}$

4^2-k^2

$f(18)=3$

$f(x/y) = f(x)-f(y)$

$f(19)=9$

$f(20)=4$

$f(21)=4$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

20

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$20+18+2+14\times4+8\times6+4\times4+3+2+1$

$a,\ aq,\ aq^2,\ aq^3$

$20+36+56+48+16+6$

ax^2+2aq

112 $\quad 160+16+6=182$

aq^3

$a \quad b$

$(y-2)(x-1)=(y-2x)^2$

$2(y-x-1)^2+(y-2)^2=3$

$ax^2+2aqx+aq^2=0$

$a\times a^2q^6+2a^2q^4+aq^2=0$

$a^3q^6+2a^2q^4+aq^2=0$

$c^3+2c^2+c=0$

$c(c^2+2c+1)=0$

$c(c+1)^2=0.$

$(a-2b)^2=$

$=a^2+4b^2-$

$-4ab$

$a^2b^2=$

$=2b^2-4ab+$

$+3$

$\cancel{2b(b-2a)}$

$ab=(a-2b)^2$

$(a+2)-2(b+1)=$

$=a+2-2b-2=$

$=a-2b$

90^0

$\alpha+\beta=90^0$

$90^0-\beta$

$2b^2+a^2=3$

0 (16)

1 (2,3)

$y(x-1)-2(x-1)$ 2 (4,5,6,9)

3 (7,8,10,12,15,18)

4 (14,16,20,21)

5 (11)

6 (13)

8 (17)

9 (19)

$y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$

$\cancel{y^2-5xy+4x^2+2x+y-2=0}$

$b-2a$

$a \quad b$

$(y-2x)^2=(y-2)(x-1)$

$y-2$

$b \quad 10$

$y-2-2(x-1)=$

$=y-2-2x+2$

a

$2x^2-$

b

$2(x^2-2x+1)+y^2-4y+4$

$\cancel{2x^2-4x+2+y^2-4y+4}=0$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(y-2x)^2 = (x-1)(y-2)$

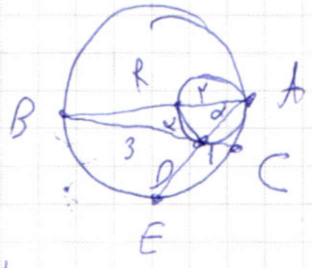
3-2,8

0,2

$AD \times DE =$

$= 3$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$



0,04

$(b-2a)^2 = ab$

$2a^2 + b^2 = 3$

$x = 1,4$
$y = 3$

$b^2 + 4a^2 - 4ab = ab$

$3 - 2a^2 = b^2$

$b^2 + 4a^2 - 5ab = 0$

$\cancel{(b-2a)^4 = a^2 b^2}$

$= 4,2$

$3 - 2a^2 + 4a^2 - 5ab = 0$

0,4

$\cancel{(b-2a)^4 = a^2(3-2a^2)}$

$2a^2 - 5ab + 3 = 0$

$\cancel{(b^2-4ab+4a^2)^2 = 3a^2 - 2a^4}$

$a^2 - 2,5ab + 1,5 = 0$

$1 \times 0,4 =$
$= 0,4$

$2a^2 + b^2 - 3 =$
$= b^2 + 4a^2 - 5ab$

$a = \dfrac{5 \pm \sqrt{25b^2 - 24}}{10}$

$(0,4 : 1)$

$(0,2)^2 =$
$= 0,04$

$\cancel{25b^2 - 24 > 0}$

$\dfrac{5 \pm 1}{10}$

0,6; 0,4

0,4

$0,4 \times 1 = 0,4$

$1 - 0,8 = (0,2)^2 =$
$= 0,04$

$\dfrac{24}{25}$

$\dfrac{\sqrt{24}}{5}$

0,5

$b = 1$

$a = 0,4$

0,4

$4a^2 + b^2 - 4ab = ab$

$4a^2 + b^2 - 5ab = 0$

$2a^2 - 5ab + 3 = 0$

$4a^2 + 2b^2 = 6$

$a = 1$

$b =$

$-b^2 - 5ab + 6 = 0$

$b^2 + 5ab - 6 = 0$

$a = 1$
$b = 1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$b-2a$

b

$(y-2x)^2 = (x-1)(y-2)$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$

$(b-2a)^2 = ab$ 5-

$2a^2 + b^2 = 3$ $3-1{,}8 =$ $=1{,}2$

$b^2+4a^2-4ab = ab$

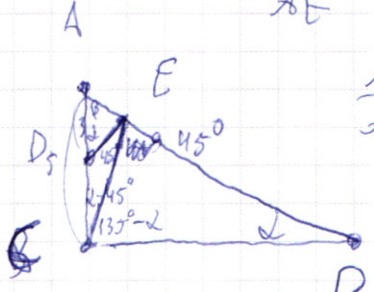
$3+2a^2-5ab = 0$

$2a^2+b^2+2\sqrt{2}ab = 3+2\sqrt{2}ab$

$(\sqrt{2}a+b)^2 = 3+2\sqrt{2}(b-2a)^2$

$\frac{EK}{AE} = \frac{2}{3}$

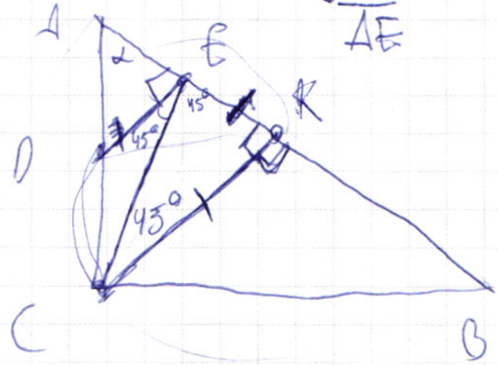
$\frac{AE}{AK} = \frac{3}{5}$



$180° - (180° - \alpha + 45°) =$

$= \alpha - 45°$

$\frac{DE}{AE}$



$\frac{2}{3} = \frac{CK}{AE}$

$\frac{DE}{AE} = \frac{DE}{CK}\times\frac{CK}{AE} = \frac{3}{5}\times\frac{2}{3} = \frac{2}{5}$

$\frac{DE}{CK} = \frac{3}{5}$

$\frac{5}{3} = \frac{CK}{DE} = \cancel{\frac{AE}{AK}}\frac{AK}{AE} = 1+\frac{EK}{AE}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{CK}{DE} = 1+\frac{CK}{AE}$

$\frac{2}{3} = \frac{EK}{AE} = \frac{DE}{CK} = \frac{AE}{AK}$

$\frac{5}{3} = 1+\frac{CK}{AE}$

$= \frac{CK}{AE}$ $\frac{CK}{DE} = 1+\frac{EK}{AE}$

$\frac{CK}{AE}\times\frac{DE}{CK} = \frac{2}{3}\times 5$

$\frac{2}{3} = \frac{CK}{AE}$

$\frac{5}{3} - 1 = \frac{EK}{AE}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)