МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

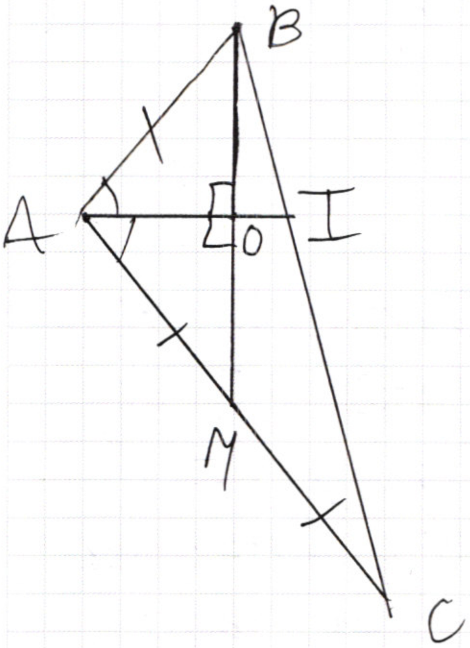
$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2



$\angle AOB = \angle AOM$; $\angle BAO = \angle MAO$, AO - общая $\Rightarrow \triangle AOB = \triangle AOM$, откуда $AB = AM = \frac{1}{2}AC$, то есть одна сторона $\triangle ABC$ больше другой в 2 раза, это также достаточное условие, чтоб $BM \perp AI$, т.к. если одна сторона в 2 раза больше другой, то $\triangle AOM = \triangle AOB$ также по 2 углам и стороне, т.к. $\triangle MAB$ - р/б, также надо учесть, что медиана и бис-са, проведённые из одного угла перпендикулярными быть не могут, т.к. этот угол не больше половины угла с этой вершины в треугольнике, и если медиана и бис-са с разных сторон, то как мы доказали, если одна сторона a, то другая $2a$, а третья $1200 - 3a$, т.к. $P_{\triangle ABC} = 1200 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ главное теперь, чтоб в треугольнике со сторонами a; $2a$; 1200 выполнялись неравенства треугольника, несложно понять, что это происходит при a: $201 \le a \le 299$, тут всего 99 различных вариантов

Ответ: 99

Задача 3

Второе уравнение системы запишем как $2(x-1)^2+(y-2)^2=3$ и сделаем замену $x-1=a$; $y-2=b$, тогда $xy-2x-y+2=ab$, $y-2x=b-2a$, тогда наша система имеет вид:

$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab} \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$ | ОДЗ: $b \ge 2a$; a и b — одинакового знака, проконтролируем это, возведём первое в квадрат, получим

$\begin{cases} b^2-5ab+4a^2=0 \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$ | это однородное уравнение, решим его отдельно,

$b^2-5ab+4a^2=0 \mid :b^2$, т.к. $b=0$; $a=0$ не решение системы делить можно.

$4\frac{a^2}{b^2}-5\frac{a}{b}+1=0$

$\frac{a}{b}=t \Rightarrow 4t^2-5t+1=0$, корни $t=1$ и $t=\frac{1}{4}$,

тогда $a=b$ или $4a=b$, рассмотрим оба случая:

1) $a=b$, тогда из второго уравнения:

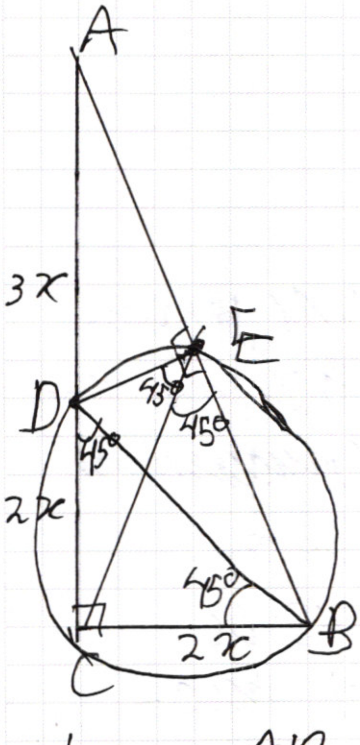
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3a^2=3 \Rightarrow a^2=b^2=1$, откуда $a=\pm1$; $b=\pm1$, из-за ОДЗ подходит только $a=b=-1$, тогда $x=0$; $y=1$, что подходит

2) $b=4a$, тогда $2a^2+b^2=3 \Rightarrow 18a^2=3 \Rightarrow$
$\Rightarrow a^2=\frac{1}{6} \Rightarrow a=\pm\sqrt{\frac{1}{6}}$; $b=\pm4\sqrt{\frac{1}{6}}$,
из-за ОДЗ проходит только
$a=\sqrt{\frac{1}{6}}$; $b=4\cdot\sqrt{\frac{1}{6}}$, откуда $x=\sqrt{\frac{1}{6}}+1$, $b=$
$=4\sqrt{\frac{1}{6}}+2$, что подходит

Ответ: $\{0;1\}$; $\{\sqrt{\frac{1}{6}}+1; 4\sqrt{\frac{1}{6}}+2\}$.



Задача 4

$\angle DEB+\angle DCB=180° \Rightarrow$
$\Rightarrow DEBC$ – вписаный,
тогда $\angle CDB=\angle CEB=45°$,
т.к. опираются на одну дугу $\Rightarrow \triangle DCB$ – п/у, р/б.
Откуда $DC=CB$, если $AD=3x$, то $DC=CB=2x$,
значит тангенс по определению:

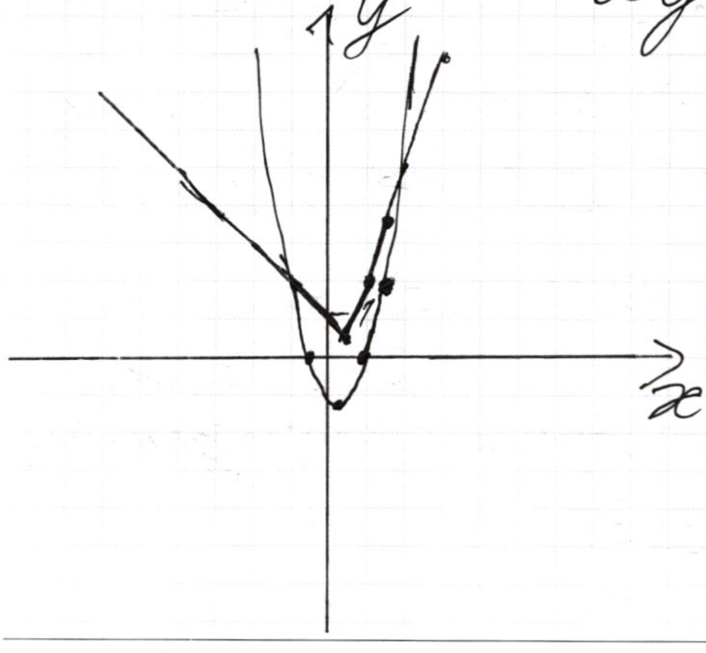
$tg\angle CAB=\frac{CB}{AC}=\frac{2x}{5x}=\frac{2}{5}$.

б) по теореме Пифагора: $AB^2 = AC^2 + BC^2$, откуда $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$, зная, что $tg\angle CAB = \frac{2}{5}$ и то, что $AD = 3$, можно найти DE: если $DE = 2y$, то $AE = 5y \Rightarrow$ по теореме Пифагора: $y^2 = \frac{9}{29} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{9}{29}} \Rightarrow$ $DE = 2\sqrt{\frac{9}{29}}$, тогда из $\triangle DCB$ получаем, что $DB = 2\sqrt{2}$ (по ТП). Тогда по ТП для $\triangle DEB$ получаем, что $EB = \sqrt{\frac{196}{29}}$, $\sin\angle EBC = \frac{5}{\sqrt{29}} \Rightarrow S_\triangle CBE = \frac{1}{2} \cdot EB \cdot CB \cdot \sin\angle EBC = \frac{5}{\sqrt{29}} \cdot \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{29}} = \frac{70}{29}$, $S_\triangle CDB = 2$; $S_\triangle DEB = \frac{1}{2} EB \cdot ED = \frac{14}{2\sqrt{29}} \cdot 2\sqrt{\frac{9}{29}} = \frac{42}{29}$

$S_\triangle DCE = S_\triangle DCB + S_\triangle DEB - S_\triangle CEB = 2 + \frac{42}{29} - \frac{70}{29} = 2 - \frac{28}{29} = \frac{30}{29}$

Ответ: $\frac{30}{29}$

Задача 6



Решим неравенство графически, $2x^2 - x - 1$ рисуется очевидно, также как и $x + |2x-1|$, рассмотрев случаи $x \geq \frac{1}{2}$ и $x \leq \frac{1}{2}$

~~Зад~~

Заметим, что отрезок прямой $ax+b$ $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$ лежит внутри параболы, значит первое пересечение прямой с параболой, а именно координатах, меньше $-\frac{1}{4}$, а второе пересечение имеет координату не меньшую $\frac{3}{2}$.

Если пересечения ровно по $-\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{2}$, то наша прямая имеет вид: $\frac{3}{2}x-0,25$, несложно понять, что подходит, причём можно понять, что только эта прямая подходит, т.к. если пересечения имеют координаты x, большие по модулю чем $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{2}$, то этот отрезок при $x=\frac{1}{2}$ принимает значение, большее $\frac{1}{2}$, что не удовлетворяет $ax+b \leq x+|2x-1|$, это всё верно, т.к. рассмотрев корни $2x^2-x-1=ax+b$ получим, что либо корни по модулю больше $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{2}$, либо $\frac{1}{2}\frac{a}{a}+b \geq \frac{1}{2}$, да и просто подвигав точки пересечения будет понятно, что т.к. они сдвигаются выше, то будет часть отрезка $ax+b$, которая больше $x+|2x-1|$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Пусть p – первое число прогрессии, а q – знаменатель прогрессии, тогда четвёртый член это pq^3, ~~это~~ корень $ax^2+2bx+c$, подставим и получим: $ap^2q^6+2bpq^3+c=0$, где $a; b; c$ числа $p; pq; pq^2$, ~~проведём перебор случаев~~, ~~1) $a=p; b=pq$~~; А нам надо найти pq^2, переберём случаи:

1) $a=p$; $b=pq$; $c=pq^2$, тогда равенство будет: $p(pq^6+2q^4p+q^2)=pq^2(pq^2+1)=0$, либо $pq^2=-1$, либо 0, эти случаи подходят, дальше случаи, где $p=0$ или $q=0$ разбирать не будем

2) $a=p$; $b=pq^2$; $c=pq$, равенство: $p(p^2q^6+2q^5p+q)=0$, также разбирая оставшиеся случаи, окажется что подходит 0 или -1

Ответ: 0 или -1

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Всё таки завершим рассуждение,

$2x^2 - x - 1 = ax + b$

$2x^2 + x(-1-a) - 1 - b = 0$, предположим, что один корень меньше $-\frac{1}{4}$, а другой больше $\frac{3}{2}$.

Рассмотрим значение функции в точке $\frac{1}{2}$: $-\frac{a}{2} - 1 - b$, и надо доказать, что $-\frac{a}{2} - 1 - b < -1{,}5$, тогда $\frac{a}{2} + b > 0{,}5$.

В случае $a = \frac{3}{2}$; $b = -0{,}25$ будет равенство, а вообще по теореме Виета

$x_1 + x_2 = \frac{1+a}{2}$, $x_1 x_2 = \frac{-1-b}{2}$, тогда

$\cancel{x_1 x_2 - x_1 x_2 + \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2} = 1 + b + 0{,}5 + 0{,}5a}$,

~~тогда~~ $\cancel{-x_1 x_2 + \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2} - 1 = b + 0{,}5 + 0{,}5a}$

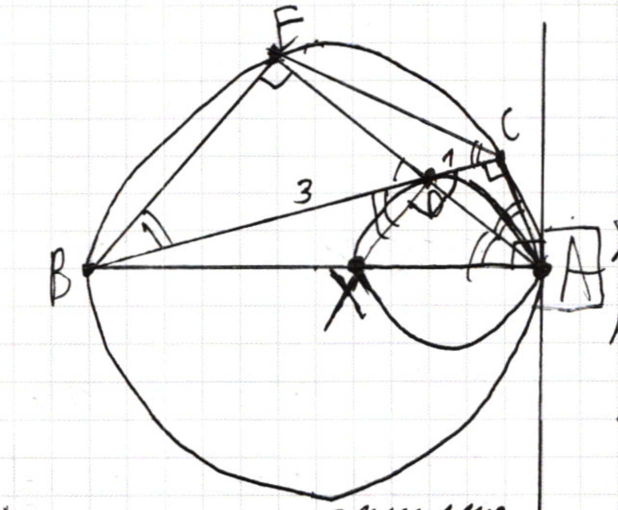
$\cancel{-x_1 x_2 + \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2} = b + 0{,}5a - 0{,}5}$

$-2x_1 x_2 + \frac{x_1}{\cancel{2}} + \frac{x_2}{\cancel{2}} = 0{,}5a + b + 1{,}5 \Rightarrow$

$\Rightarrow -2x_1 x_2 + \frac{x_1}{\cancel{2}} + \frac{x_2}{\cancel{2}} - 2 = 0{,}5a + b - 0{,}5$.

Несложно понять, что при $x_1 < -\frac{1}{4}$, $x_2 > \frac{3}{2}$, левая часть больше 0 и $0{,}5a + b - 0{,}5 > 0 \Rightarrow 0{,}5a + b > 0{,}5$.

Задача 5



X-точка диаметрально противоположная A

$\angle BDF = \angle ADC = \alpha \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BDX = 90° - \alpha$, т.к. $\angle XDA$ – прямой, т.к. XA является перпендикуляром к касательной. $\angle CAD = 90° - \angle CDA = 90° - \alpha$, т.к. $\angle BCA$ – прямой, т.к. опирается на диаметр BA, $\angle BDX = \angle XAD$, как ~~угла~~ угол между касательной и хордой, тогда AD – бис-са $\angle BAC \Rightarrow$
$\Rightarrow$ по свойству бис-сы: $\frac{CA}{AB} = \frac{CD}{BD} = \frac{1}{3}$)

тогда если $CA = x$, то $BA = 3x$, и т.к. $\angle BCA$ – п/у, то по Т.П.: $16 = 10x^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{16}{10}}$, а значит $BA = 3x = 3\sqrt{\frac{16}{10}}$, и это радиус большей окружности.

$tg\angle(90° - \alpha) = \frac{DC}{CA} = \frac{1}{\frac{4}{\sqrt{10}}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$ в п/у $\triangle CDA$, тогда DA из $\triangle CDA$ будет $\sqrt{\frac{26}{10}}$,

$XD = DA \cdot tg(90° - \alpha) = \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{4} = \frac{\sqrt{26}}{4}$.

$XA^2 = \frac{26}{16} + \frac{26}{10} = \frac{13}{8} + \frac{13}{5} = \frac{169}{40} \Rightarrow$

$\Rightarrow XA = \frac{13}{\sqrt{40}} = \frac{13\sqrt{40}}{40}$, $\triangle BED$ и $\triangle DCA$ подобны

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

по 2 углам, значит $k_{под} = \frac{DA}{BD} = \frac{\sqrt{\frac{26}{10}}}{3} \Rightarrow$

$\frac{CD}{FD} = \frac{\sqrt{\frac{26}{10}}}{3} \Rightarrow FD = \frac{3}{\sqrt{\frac{26}{10}}} = \frac{3\sqrt{\frac{26}{10}}}{\frac{26}{10}} = \frac{30\sqrt{\frac{26}{10}}}{26}$, тогда

$FA = \frac{30\sqrt{\frac{26}{10}}}{26} + \sqrt{\frac{26}{10}} = \frac{56\sqrt{\frac{26}{10}}}{26}$. $\sin_{\angle}\alpha = \frac{CA}{AD}$ из

$\triangle DCA \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{\frac{16}{26}}$,

$S_{BECA} = \frac{1}{2}\sin_{\angle}\alpha \cdot d_1 \cdot d_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{16}{26}} \cdot \frac{56}{26} \cdot \sqrt{\frac{26}{10}} \cdot 4 =$

$= 2 \cdot \sqrt{\frac{16}{10}} \cdot \frac{56}{26} = \frac{56}{13} \cdot \sqrt{\frac{16}{10}}$.

Ответ: $r = \frac{13\sqrt{40}}{40}$; $R = 3\sqrt{\frac{16}{10}}$, $S_{BECA} =$

$= \frac{56}{13} \cdot \sqrt{\frac{16}{10}}$.

Задача 4

Подставив $a=1$, получим $f(b) = f(1) + f(b)$, откуда $f(1) = 0$, рассмотрим числа $a = a$ и $b = \frac{1}{a}$, тогда $f(1) = f(a) + f(\frac{1}{a}) \Rightarrow$ $f(a) + f(\frac{1}{a}) = 0$; $f(a) = -f(\frac{1}{a})$, а значит $f(a)$ и $f(\frac{1}{a})$ разных знаков, либо равны 0, несложно понять, что $f(a)$ целое и больше 0, при натуральных a, это верно, т. к. при простых a

это верно по условию, а остальные можно представить как ~~произво~~ произведение простых, тогда $f(\frac{1}{a})$ - при ~~целых~~ натуральных а также целое и отрицательно, тогда

$f(\frac{c}{a}) = f(c) - f(a)$ при натуральных c ~~больше 0~~ также целое, если $c \neq a$, то $f(\frac{c}{a})$ не ноль, тогда все числа $\frac{x}{y}$ и $\frac{y}{x}$ делятся на пары, а $x=y$ не подходит, всего чисел $21 \cdot 21 = 441$, вычитаем 21 $x=y$ пар: ~~420~~ будет 420, тогда $\frac{420}{2} = 210$, это и будет ответом, т.к. $f(a) = -f(\frac{1}{a})$ и всё не равно нулю при $x \neq y$. А при $x=y$ очевидно ноль. Причём не учтена только пара $\frac{3}{2}$ и $\frac{2}{3}$, $f(3) = 1 = f(2)$, и ответом будет 209

Ответ: 209

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

1 20 $\frac{1}{2}a+$ $a+1200-3a>2a$ $1200>4a$

a $300>a$

$p(p^2q^7+pq^5+1)=0$ $p^2q^6+2q^5$

$pq^5(pq^2+1)=-1$ $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}a-1-b$

$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-1=\frac{5}{8}$ $pq^2=\frac{-c}{2pq^3}-\frac{ap^2q^3}{2}$

$p^2q^8+pq^5=-1$

$(pq^3)^2q+pq^3\cdot q^2=-1$ $-\frac{1}{2}a-b$ $-\frac{1}{2}a-1-b>1$ $-0{,}5$

$\frac{3}{2}x-0{,}25$ $\frac{(pq^4)^2}{q}+pq^4q=-1$

$pq^2=\frac{-c-ap^2q^6}{2pq^3}$

$\frac{3}{2}$ 2

$\frac{t^2}{q}+tq=-1$ $x_1x_2=$

$x_1+x_2=1+a$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$t^2+tq^2+q=0$ $\frac{1}{2}a+b>\frac{1}{2}$

$(pq^2)^2\cdot q^2a+$ $(t+q)=0$ $b=\frac{-c-ax^2}{2x}$

$2b$

$t\frac{3}{8}-\frac{1}{4}-\frac{5}{8}$ $pq^4=-q$

$q(pq^3+1)=0$

$t^2\cdot q$ $\frac{3}{2}$ $4{,}5-1{,}5-1$

$b-\frac{1}{q^3}$ $pq^3=-1$

2

$t^2q^2a+2tbq+c=0$ pq^2 $t^2q+tq^2+1=0$

$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}-\frac{1}{4}$

$-\frac{1}{4}$ $ax+2b+\frac{c}{x}=0$ $a+\frac{2b}{x}+\frac{c}{x^2}=0$

$\frac{3}{4}+\frac{3}{8}-\frac{1}{8}-2$

$a^3b^2+2ab^2+c=0$ pq pq^3 $\frac{t^2}{q}+\frac{2t^2}{p}+1=0$

$\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{2}+\frac{3}{2}-\frac{1}{8}-2$ $p^2q^5+2q^4p+1=0$ ab bc ac

p

$-t^2\cdot pq+2\cdot t^2$

$\frac{3}{2}+\frac{3}{8}-\frac{1}{8}-2$ $q^4p(p^2q+2p)=-1$ $\sqrt{pq}\cdot pq$ $q(t+1$

$pq^2=t$ $t^2q+tq^2+1=0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

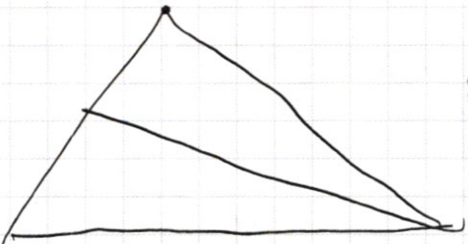
Страница №__

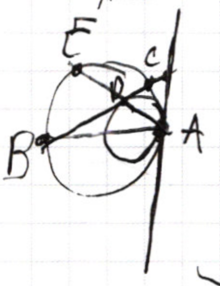
(Нумеровать только чистовики)

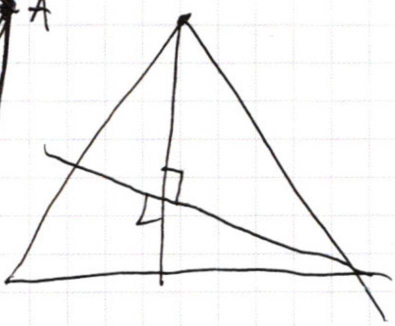
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

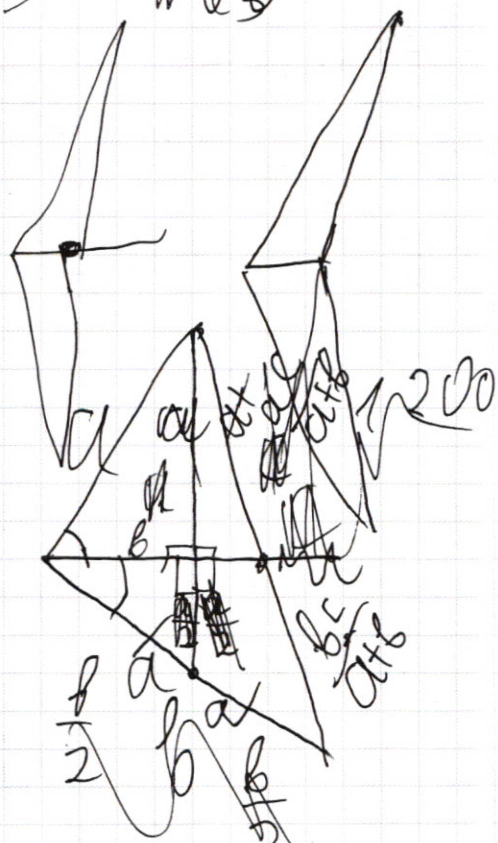
$\cancel{\frac{c}{pq^3}+pq^3a=-2b}$

$\frac{1}{2} \to \frac{1}{3}$









$a \quad b \quad c$

$f(2)=1$ $\quad$ $\cancel{f(10)=f10}$

$f(3)=1$

$f(a)+f(\frac{1}{a})$

$f(6)=f(6)+f(1)$

$a+b+c=1200$

$f(1)=0$

$0=+1$

$\frac{\sqrt{\frac{16}{10}}}{\sqrt{\frac{26}{10}}}=\sqrt{\frac{16}{26}}$

$1200-3a$

$a \quad 2a$

$y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}=(y-2)(x-1)$ $\quad 232-36$

$2(x-1)^2+(y-2)^2-3=0$ $\quad a \quad b \quad a\sqrt{\frac{196}{29}}$ $\quad 8-\frac{36}{29}$

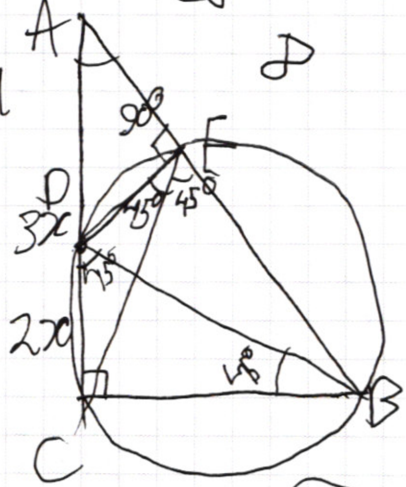
$\cancel{+2+4-3}$

$b \quad 8-4\cdot\frac{9}{29}$

$2a^2+b^2=3$

$\cancel{y-2-2x+2}\sqrt{\frac{232}{29}}$

$-2a+b=\sqrt{ab}$ $\quad b\geq 2a$



$b-2a=\sqrt{ab}$

$b^2-4ab+4a^2=ab$

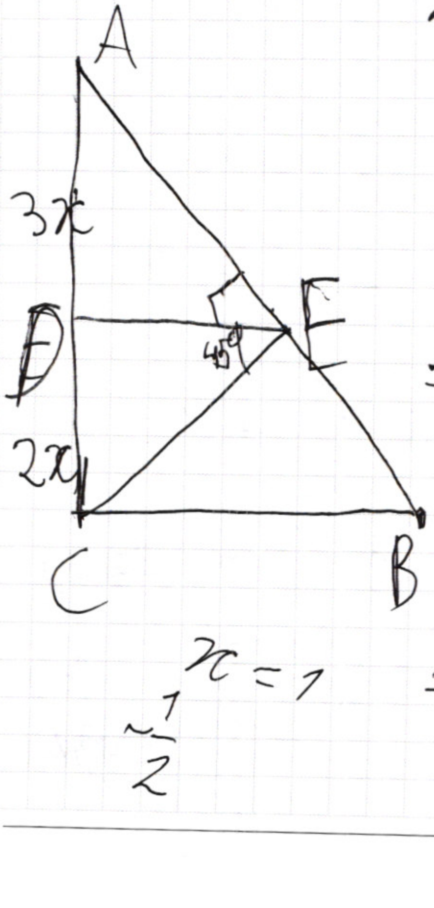
$b^2-5ab+4a^2=0$

$2a^2+b^2-3$ $\quad 29x^2$ $\quad x=1$ $\quad a=\sqrt{\frac{3-b^2}{2}}$

$2a^2=3-b^2$ $\quad 5и4$

$6-2b^2+b^2-5ab=0$

$5ab+b^2-6=0$



$5\sqrt{\frac{3-b^2}{2}}\cdot b+b^2=6$

$5\left(\frac{3-b^2}{2}\right)=6-b^2$

$29b^2$

$25\cdot\left(\frac{3-b^2}{2}\right)=36-$

$x=1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8}-\frac{1}{4}-1 \quad -\frac{9}{8} \quad 2y \quad 5y$

$-\frac{1}{2}$ $\quad 3$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

pq^3

$ax^2+2bx+c=0$

$\frac{c}{pq^3a}+pq^3=-\frac{2b}{a}$

$p:q$

$\frac{c}{pq^3}+pq^3a=-2b$

6 2

6 1 2 24

$ap^2q^6+2bpq^3+c=0$

pq pq^2

$c=p$

$q\neq a$

$\vdots q$

$\vdots p$

$p(apq^5+2bq^3+1)=0$

$x_1+x_2=-\frac{2b}{a}$

pq^3

$(p^2q^8+2pq^4+1)=0$

$(pq^4+1)=0$

$\frac{c}{a}=x_1x_2$

$pq^4=-1$

$\frac{c=}{a}$

pq^3 ap^2q^6+2bpq

ax^2+bx+c

$\frac{c}{pq^3a}=x_2$

$ap^2q^6+2bpq^3+c=0$

$p:q$

$p^2q^7+pq^5+1=0$

$p^3q^{6+n_1}+p^2q^{3+n_2}+p\cdot q^{n_3}=0$ $(pq^2)^2q^3(pq^2)^3_4$

$p(p^2\cdot q^{6+n_1}+pq^{3+n_2}+q^{n_3})=0$

$x_1+x_2=-1$

$x_1x_2=\frac{1}{q^3}+1=0$

$p^2q^5+2pq^4+q^2$ q^2

$tq^3+tq^3+1=0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)