МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

√ 1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

√ 2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

√ 4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30°$.

б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

√ 5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

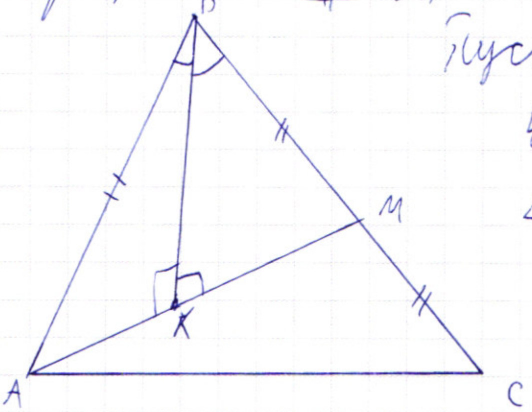
выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Рассмотрим △ где бис. перпенд. ~~м~~ медиан. Из одного ∠ бис. и медиана не может выходить т.к. тогда каждый из 2 ∠ которые получ. от бис. больше 90 => ∠ в △ больше 180 противоречие:



Пусть BK-бис, а AM медиан.

В △ ABM бис. BK совпад. с высотой

△ABM равнобед. => $BM = AB \Rightarrow AB = \frac{1}{2}BC$.

Пусть $AB = x$; $AC = a$. $\Rightarrow x+2x+a = 900$

$\Downarrow$

$BC = 2x$.

$a = 900-3x$.

$a = 3(300-x)$

т.к. стороны целочисл. $\Rightarrow a \vdots 3$.

По неравенству △ $\begin{cases} AB+BC > AC \\ AC+AB > BC \end{cases} \Rightarrow 3x > a$.

$a+x > 2x \Rightarrow a > x \Rightarrow 3x > a > x$.

$\Downarrow$ $\Downarrow$

$900 = 3x+a > 2a$. $4a > 3x+a = 900$

$450 > a$ $a > 225$.

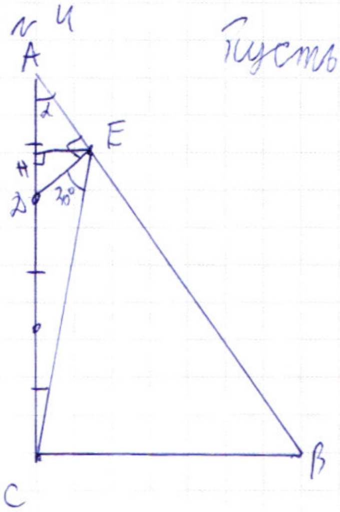
$\Downarrow$

$450 > a > 225$

Чисел делящихся на 3 меньше чем 450 всего 149, чисел не более 225 всего 75 => a может быть всего 74 числами. △ с числами делящимися на 3 в данном диапазоне всегда найд. т.к. выполн нерав. △ и бис. и медиана будут перпен. т.к. все выводы можно постр. и в обрат. сторону.

Ответ: 74 треугольника

№ 4



Пусть $\angle DAE = \alpha \Rightarrow \angle ADE = 90 - \alpha$ (по сумме $\angle$ в $\triangle ADE$)

$\Downarrow$

$\angle CDE = 90 + \alpha$ (как смежн с $\angle ADE$)

$\Downarrow$

$\angle DCE = 60 - \alpha$ (по сумме $\angle$ в $\triangle CDE$)

$\Downarrow$

По т. синусов в $\triangle CDE$: $\frac{DC}{\sin 30} = \frac{DE}{\sin(60-\alpha)}$

$$\frac{DC}{\frac{1}{2}} = \frac{DE}{\sin(60-\alpha)}$$

т.к. $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow DC = \frac{2}{3} AC$ $\quad 4AD = 2DC = \frac{DE}{\sin(60-\alpha)}$

$\Downarrow$

$DC = 2AD$ $\quad \frac{4(\sin(60-\alpha))}{1} = \frac{DE}{AD} = \sin\alpha$ (в $\triangle ADE$)

$$4\sin(60-\alpha) = \sin\alpha.$$

$$4(\sin 60 \cos\alpha - \sin\alpha \cdot \cos 60) = \sin\alpha.$$

$$4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha\right) = \sin\alpha.$$

$$2\sqrt{3}\cos\alpha - 2\sin\alpha = \sin\alpha$$

$$2\sqrt{3}\cos\alpha = 3\sin\alpha$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\,\alpha$$

$$\parallel$$

$$tg(\angle BAC)$$

б) $AC = \sqrt{7} \Rightarrow \frac{BC}{AC} = tg\,\alpha$

$$\frac{BC}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$BC = \frac{2\sqrt{21}}{3} \Rightarrow$ по т. пифагора: $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$$7 + \frac{4 \cdot 21}{9} = AB^2.$$

$$\frac{21 + 4 \cdot 7}{3} = AB^2$$

$$\frac{7(3+4)}{3} = AB^2$$

$$AB = \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4 (прод.).

$\triangle AED \sim \triangle ACB$ по 2 $\angle$ ($\angle AED = 90 = \angle ACB$ и $\angle DAE = \angle BAC$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{ED}{BC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{AE}{\sqrt7} = \frac{\frac{1}{3}\sqrt7}{\frac{4\sqrt3}{3}} \Rightarrow AE = \frac{\sqrt7\cdot\sqrt7}{3} : \frac{\sqrt3\cdot4}{3} = \frac{1}{\sqrt3} = \frac{\sqrt3}{3}$.

Проведём высоту EH в $\triangle AED$.

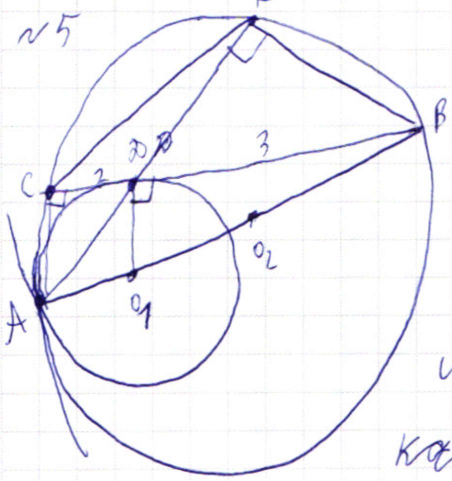
$\triangle AHE \sim \triangle ACB$ по 2$\angle$ ($\angle AHE = 90 = \angle ACB$ и $\angle HAE = \angle CAB$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{HE}{BC} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow HE = \frac{AE\cdot BC}{AB} = \frac{\sqrt7}{3}\cdot\frac{2\sqrt{21}}{3} : \frac{7\sqrt3}{3} = \frac{7\cdot2\sqrt3}{9}\cdot\frac{3}{7\cdot\sqrt3} = \frac{2}{3}$.

$S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2}h\cdot DC$ т.к. DC - тупой $\Rightarrow h = HE \Rightarrow S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\sqrt7 = \frac{2\sqrt7}{9}$.

Ответ: а) $\frac{2\sqrt3}{3}$; б) $\frac{2\sqrt7}{9}$

№5



Пусть O_1 центр ω, а O_2 центр Ω.

Центры окружностей лежат на AB т.к. O_2 по усл., а O_1 покажу что если провести касател к окруж. в точке A то это будет общ. касат. $\Rightarrow$ как известн. центр окр. лежит на перпендик. к касат. и т.к. O_2A и O_1A перпенд. к одной прямой то O_1, A, O_2 лежат на одн. прямой $\Rightarrow O_1 \in AB$.

$\triangle ACB \sim \triangle O_1DB$ по 2 $\angle$ ($\angle ACB = 90$ т.к. опир. на диам. $= \angle O_1DB$ т.к. угол между кас. и центр.; $\angle DBO_1 = \angle CBA$)

$\Rightarrow \frac{O_1D}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{BO_1}{AB}$

Пусть R - радиус Ω и r - радиус $\omega \Rightarrow O_1D = r$, $AB = 2R$, $BO_1 = 2R - r$

$\Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{BD}{BD+DC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2R-r}{2R} \Rightarrow 10R - 5r = 6R \Rightarrow r = \frac{4}{5}R$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$\frac{3}{5} = \frac{r}{AC}$

$3AC = 5r$

$AC = \frac{5}{3}r = \frac{4}{3}R.$

По т. Пифагора: $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$\frac{16}{9}R^2 + 5^2 = 4R^2$

$16R^2 + 15^2 = 36R^2$

$15^2 = 20R^2$

$\frac{3\cdot\sqrt{20}}{4} = \frac{15}{\sqrt{20}} = R \Rightarrow r = \frac{3\sqrt{20}}{5} \Rightarrow AC = \sqrt{20}$

По т. Пифагора: $AC^2 + DC^2 = AD^2 \Rightarrow 20 + 4 = AD^2$

$AD = 2\sqrt{6}$

Степень точки D относит. Ω – с одной стороны равен $-AD\cdot DE$ с другой стороны равен $-CD\cdot BD \Rightarrow -CD\cdot BD = -AD\cdot DE$

$2\cdot 3 = 2\sqrt{6}\cdot DE$

$\frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{3}{\sqrt{6}} = DE$

~~Как известно~~

$\angle AEB = 90^\circ$ т.к опирается на диаметр окр Ω. $\Rightarrow$

По т. Пифагора: $EB^2 = DB^2 - DE^2 = 9 - \frac{6}{4} = \frac{30}{4} \Rightarrow EB = \frac{\sqrt{30}}{2}.$

$S_{\triangle EDB} = \frac{EB\cdot ED}{2} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot\frac{\sqrt{30}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{30}}{8} = \frac{3\sqrt{5}}{4}$

ED делит отрезок BC как $\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle CED}}{S_{\triangle EDB}} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{\triangle CED} = \frac{S_{\triangle EDB}\cdot 2}{3} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow S_{\triangle CEB} = S_{\triangle CED} + S_{EDB} = \frac{5\sqrt{5}}{4}.$

$S_{\triangle ACB} = \frac{AC\cdot BC}{2} = \frac{\sqrt{20}\cdot 5}{2} = 5\sqrt{5} \Rightarrow S_{\square ACEB} = S_{\triangle CEC} + S_{\triangle ACB} = 5\sqrt{5} + \frac{5\sqrt{5}}{4} = \frac{25\sqrt{5}}{4}.$

Ответ: $R = \frac{3\cdot\sqrt{5}}{2}$; $r = \frac{3\sqrt{20}}{5}$; $S_{\square BACE} = \frac{25\sqrt{5}}{4}.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть k - первый член послед. $\Rightarrow$ $a=k$, $b=kq$, $c=kq^2$, $x_1=kq^3$

$a(kq^3)^2 - 2b(kq^3)+c=0 \Rightarrow k^3q^6 - 2k^2q^4+kq^2=0.$

$kq^2(k^2q^4 - 2kq^2+1)=0.$

$kq^2(kq^2-1)^2=0$

$\left[\begin{array}{l} kq^2=0 \\ kq^2=1. \end{array}\right.$

$kq^2=0$ ← противоречие т.к. ~~[illegible]~~ нами не рассматр. прогрессии с первым членом или с знаменат. 0.

$\Rightarrow$ т.к. kq^2 - это 3 член геомет. прог. что и требовалось найти.

Ответ: ~~$kq^2=0$ или~~ $kq^2=1$.

№3.

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-6y)^2=(y-1)(x-6) \\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18. \end{cases}$$

$(x-6)^2+2(x-6)(y-1)+(y-1)^2+(y-1)^2=18+2(x-6y)^2$

$(x+y-7)+(y-1)^2-2(x-6y)^2=18.$

$(2x-5y-7)(y-7)+(y-1)^2-(x-6y)^2=18.$

$7(2x-5y-7+y-1)(y-1)-(x-6y)^2=18.$

$7(2x-4y-8)(y-1)-(x-6y)^2=18.$

$14(x-2y-4)(y-1)-(x-6y)^2=18.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(x-6)^2+2(y-1)^2=18$

$(x-6y)^2=(x-6)(y-1)$

$(x-6)^2+(y-1)^2=17-y^2+2y$

$x^2-12xy+36y^2$

$1>x$

$\geq \frac{1}{2}$

$8x-6x-6 \leq -8x^2+6x+7 \quad = D.$

$(x-6+y-1)^2=17+73y^2+2x^2-24xy+2y$

$36+32\cdot 7.$

$(x+y-7)^2=$

$4(8\cdot 7+6)=4\cdot 62$

$x_1=\frac{-6\pm 2\sqrt{62}}{16}=\frac{-3\pm\sqrt{62}}{8}$

$(x+y$

$x-6y=\sqrt{xy-6y-6x+6}$

$\sqrt{62}<\sqrt{64}=8.$

$y(x-6)+(6-x)$

$\frac{-3-8}{8}$

$x \geq 6y.$

$x-6y=\sqrt{(y-1)(x-6)}$

$\frac{-3}{8}$ 71.

$x^2+2y^2-12x-4y+20=0.$

$2(x-6y)^2=2(x-6)(y-1)$

$18-(y-1)^2+2(x-6y)^2=(x+y-7)^2$

$x(x-12)+2y^2($

$17-2x^2+24xy-73y^2+2y.$

$(x-6y)^2-(y-1)^2$

$x^2 \quad 36 \quad y$

$(x-6y-y+1)(x-6y+y-1)=(x-7y+1)(x-5y-1)$

$(x-6)^2+2(y-1)^2=18.$

$(x-6)^2-2(x-6)(y-1)+(y-1)^2=18-2(x-6y)^2-(y-1)^2$

$(x-y+5)^2=18-2x^2+24xy-72y^2-y^2+2y-1.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(x-6y)^2 = (x-6)(y-1)$ $\Rightarrow (x-6) = \frac{(x-6y)^2}{y-1}$

$x^2 - 12x + 36 + 2y^2 - 4y + 2 = 18$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18$

$(x-6)^2 = 2(9-(y-1)^2) = 2(2-y)(y-8)$

$(x+y-7)^2$

$(x-6+y-1)^2 + (y-1)^2 = 18 + 2(x-6y)^2$

$(x+y-7)^2 + (y-1)^2 = 18 + 2(x-6y)^2$

$(x+y-7)^2 + (y-1)^2 = 18$

$(x-6y)^2$

$(2x-5y-7)(4y-17) + (y-1)^2 = 18$

$7(2x-5y-7+y-1)(y-1) = 18$

$7(2x-4y-8)(y-1) = 18$

$7(x-2y-4)(y-1) = 9$

$7(xy-4y^2-4y-x+2y+4) = 9$

$7(xy-4y^2-2y \ldots) = 9$

$(x-2y-4)(y-1) = \frac{9}{7}$

$((x-2)+2(y-1))(y-1)$

$(x-2)(y-1) + 2(y-1)^2 = \frac{9}{7}$

$x(y-1) - 2y^2 - 4y + 4 + 2y = \frac{9}{7}$

$x = \dfrac{\frac{9}{7} + 2y^2 - 2y + 4}{(y-1)}$

$\left(\dfrac{\frac{9}{4} + 2y^2 - 2y - 4}{y-1} - 6y\right)^2 =$

$(y-1)^2 - (x-6y)^2$

$y-1+x-6y$

$(x-5y-1)$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{DC}{\sin 30} = \frac{EC}{\sin(90-\alpha)}$$

$$2DC \cdot \sin(90-\alpha) = EC$$

$$2DC \cdot \cos\alpha = EC$$

$$Kx^2 - 2Kqx + Kq^2 = 0$$

$$K^3q^6 - 2K^2q^4 + Kq^2 = 0$$

$$Kq^2(K^2q^4 - 2Kq^2 + 1) = 0$$

$$x(x^2 - 2x + 1)$$

$$x(x-1)^2 = 0$$

$Kq^2 = x$

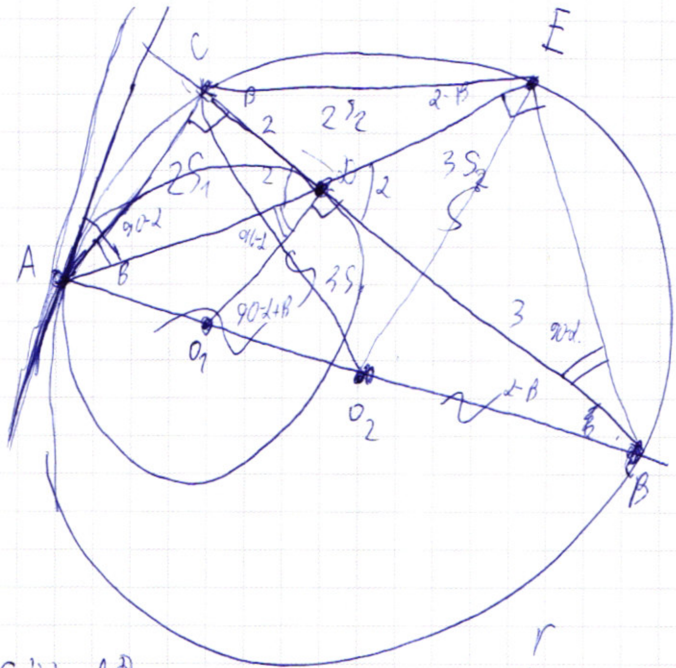
Kq^{11}

$\cancel{Kq^2 = 0}$

$$\frac{4S_1^2}{9S_2^2}$$

$Kq^2 - 1 = 0$

$Kq^2 = 1$



$AD \cdot ED = 6$

K

$\boxed{0.}$

$$ED \cdot \overset{2\sqrt{6}}{4} = ED \cdot AD = 6$$

$$\frac{4}{\sqrt{6}}$$

$K \cdot q^2 = 0$

$K = 0$

$q = 0$

x^2

$$\frac{CD}{DE} = \frac{AD}{BD}$$

$$6 = AD \cdot DE$$

$$\frac{2R-r = BO_1}{2R = AB} = \frac{O_1D}{AC} = \frac{3}{5}$$

$Kq^2 = 1$

$11.\ x^2 - 2x + 1 = 0$

$$5^2 + \frac{16}{9}R^2 = 4R^2$$

$$15^2 + 16R^2 = 36R^2$$

$$15^2 = 20R^2$$

$$\frac{15^2}{20} = R^2$$

$$\frac{15}{\sqrt{20}} = R = \frac{3\cdot\sqrt{20}}{4}$$

$$\frac{2R-r}{2R} = \frac{3}{5}$$

$$6R = 10R - 5r$$

$$r = \frac{4}{5}R$$

$$\frac{20^2}{20} + 4 = AD^2$$

$$24 = AD^2$$

$$2\sqrt{6} = AD$$

$$\frac{20}{\sqrt{20}} = AC$$

$$\frac{2R - \frac{4}{5}R}{2R} = \frac{\frac{4}{5}R}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$4R = 3AC$$

$$AC = \frac{4}{3}R$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$a = k \cdot q^p$

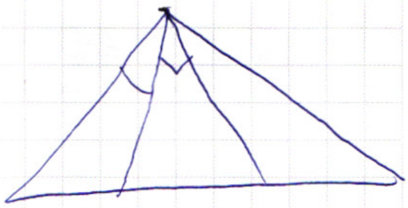
$b = k \cdot q^m$

$c = k \cdot q^n$

$4k^2 q^{2m} \geq 4k^2 \cdot q^{p+n}$

$\boxed{q^{2m} \geq q^{p+n}}$

kq^3



$a(kq^3)^2 - 2bkq^3 + c = 0$

$8x - 6|2x-1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 4$

$k^3 q^{6+p} - 2k^2 q^{3+m} + kq^n = 0$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$\boxed{kq^n} \left(k^2 q^{6+p-n} - 2kq^{3+m-n} + 1 \right) = 0$

$f(p) = [p/2]$

$k = 0$

$kq^3 = y$

$kx^2 = 0$

$k^2 q^6 = y^2$

$f(1)$

$4q^{6+2m-2n} \geq 4q^{6+p-n}$

$f(2) = [2/2] = 1$

$q^{2m-2n} \geq q^{p-n}$

$f(2 \cdot 1) = f(1) + f(2)$

$$\frac{2q^{3+m-n} \pm 2\sqrt{q^{6+2m-2n} - q^{6+p-n}}}{2q^{6+p-n}} = \_\_\_$$

$-2y + 1$

$f(1) = 0$

$f(2) = 1$

$f(3) = 1$

$kx^2 - 2k$

$225 \,|\, 13$

$f(n) > 0$

$f(x+1) > f(x)$

$f(4) = f(2) + f(2) =$

$449 \,|\, 3$

$$\frac{-(-2b)}{2a} = x_b$$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f\left(\frac{1}{y}\right) =$

$\frac{x}{y}$

$\frac{x}{y} \geq 1$

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{b}{a} = x_b$

$f\left(\frac{1}{y}\right) =$

$a < 0$

$f\left(\frac{x}{y}\right) \geq 0$

$f\left(\frac{1}{2}\right) =$

$c = akq^3(-akq^3 + 2b)$

$a > 0$

$x_b > 0$

$x_b < 0$

kq^3

$b < 0$

$b < 0$

$a < 0$

$y^2 \cdot q^{p-n} - 2yq^{m-n} + 1 = 0$

$$\frac{2b \pm 2\sqrt{b^2 - ac}}{2a} = kq^3$$

$x_b > 0$

$\boxed{b < 0}$

$D = 4q^{2m-2n} - 4q^{p-n}$

$b \pm \sqrt{b^2 - ac} = kq^3 a$

$q^{2m} \geq q^{2p}$

$b^2 - ac = k^2 q^6 a^2 - 2abkq^3 + b^2$

$$\frac{2q^{m-n} \pm 2\sqrt{q^{m-n} - q^{p-n}}}{2q^{p-n}}$$

$-ac = akq^3(akq^3 - 2b)$

$\frac{q^{m-n}}{q}$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$k \quad kq \quad kq^2 \quad kq^3$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$a k^2 q^6 - 2bkq^3 + c = 0$

$a = 900 - 3x$

$450 > a = 3(300 - x)$

$150 > 300 - x$

$x > 150$

$4(b^2 - ac) = D$

$a = 300$

$x = 200$

$a + x > 2x$

$a > x$

$a = kq^m$

$c = kq^n$

$4b^2 \geq 4ac$

$b^2 \geq ac$

$k^2 \geq k \cdot kq^3$

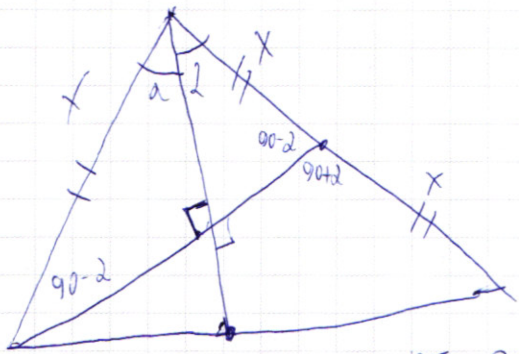
$\frac{2b \pm 2\sqrt{b^2 - ac}}{2a} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a} = k \cdot q^3$

$b \pm \sqrt{b^2 - ac} = k \cdot q^3 \cdot a$

$\pm\sqrt{b^2 - ac} = k \cdot q^3 \cdot a - k \cdot q^p = k \cdot q^p (q^{3-p} \cdot a - 1)$

$a <$

$x < 300$



№2

a

$b^2 - ac = k^2 \cdot q^{2p} (q^{3-p} \cdot a - 1)^2$

$k^2 \cdot q^{2p} - k^2 q^{m+n} = k^2 \cdot q^{2p} (q^{3-p} \cdot a - 1)^2$

$q^{2p} - q^{m+n} = q^{2p} (q^{3-p} \cdot kq^m - 1)^2$

228

$a = 228$

$q^{2p} - q^{m+n} = q^{2p} (kq^{(3-p+m)2} - 2kq^{3-p+m} + 1)$

$3x > a > x$

$3a > 3x$

$6a > 3a + 3x = 900 + 2a$

$4a > 900$

$a > 225$

$-q^{m+n} = kq^{6+2m} - 2kq^{3+p+m}$

$-q^{m+n} = kq^{3+m}(q^{3+m} - 2q^p)$

$-q^n = kq^3(q^{3+m} - 2q^p)$

$3x + a = 900$

$3x + a > 2a$

$3x > a$

$450 > a > 225$

$a \vdots 3$

449 | 3
149

2244 | 3
744

45

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x+4y+20=0 \end{cases}$$

$x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)}$

$x^2-12xy+36y^2=(x-6)(y-1)$

$x(x-6)+36y^2-6xy=(x-6)(y-1)$

$(x-6)(y-1)=(x-6y)^2$

$xy-6y-x+6=x^2-13xy+36y^2$

$x^2+2y^2-12x-4y+20=0=x^2-13xy+34y^2+x+6y-6$

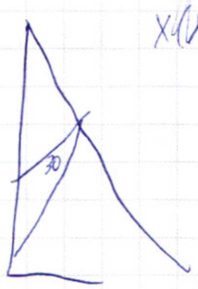
$26=34y^2+13x+10y-13xy$

$26=2y(17y^2+5)+13x(1-y)$

$\frac{EC}{\sin(90+\alpha)}=\frac{DE}{\sin(60-\alpha)}$

$EC=\frac{DE\cdot\sin(60-\alpha)}{\sin(90-\alpha)}$

$DE\cdot EC$



$\frac{BC}{AC}=tg\alpha=\frac{2\sqrt3}{3}$

$\sqrt7$

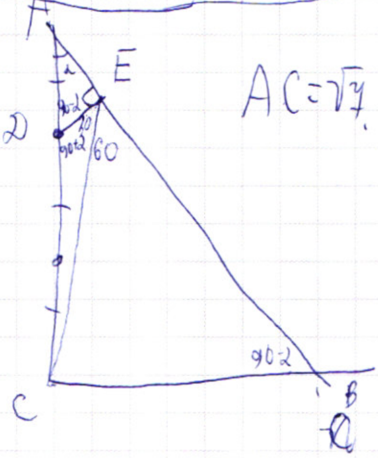
$BC=\frac{2\sqrt3\ \sqrt7}{3}$

$\sin\alpha=4\sin(60-\alpha)=4(\sin60\cdot\cos\alpha-\sin\alpha\cdot\cos60)$

$\sin\alpha=2\sqrt3\cdot\cos\alpha-2\sin\alpha$

$3\sin\alpha=2\sqrt3\cos\alpha$

$\boxed{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{2\sqrt3}{3}=tg\,\alpha}$



$AC=\sqrt7$

$\triangle AED\sim\triangle ACB$

$\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$

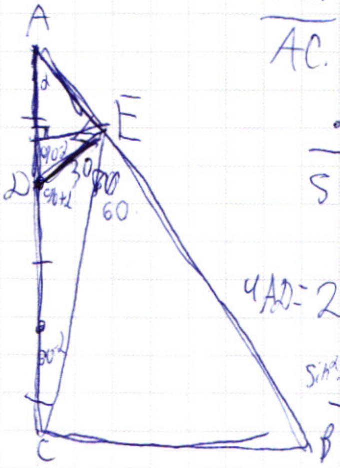
$tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{BC}{AB}:\frac{AC}{AB}=\boxed{\frac{BC}{AC}=\frac{DE}{AE}}$

$\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

$\triangle CED$

$\sin\alpha=\frac{DE}{AD}$

$\cos\alpha=\frac{AC}{AB}$



$\frac{DC}{\sin30}=\frac{DE}{\sin(60-\alpha)}$

$4AD=2DC=\frac{DE}{\sin(60-\alpha)}$

$\sin\alpha=\frac{DE}{AD}=4\sin(60-\alpha)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)