МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

© МФТИ, 2022

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1 $a=k$ $b=kd$ $c=kd^2$ x-корень $=kd^3$

$ax^2-2bx+c=kx^2-2\cancel{b}xkd+kd^2=0$

$k(x-d)^2=0 \Rightarrow x-d=0 \Rightarrow x=d \Rightarrow kd^3=d \Rightarrow$

$\Rightarrow d=0 \vee kd^2=1=c$

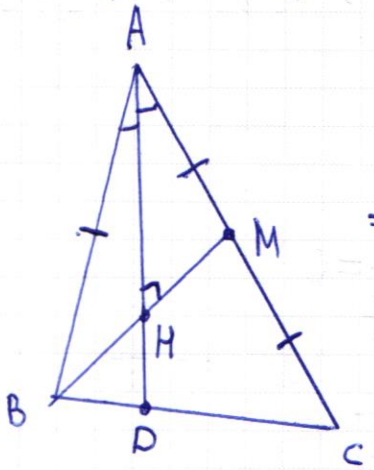
$c=1$

$k\neq 0$ и $d\neq 0$ т.к тогда $a\cdot b=0,\ c=0 \Rightarrow$ прогрессия не образуется

$d=0 \Rightarrow a=k$ $b=0$ $c=0 \Rightarrow x=0$ $kx^2=0 \Rightarrow x=0 \vee k=0$

если такое возможно, то $c=0$. Предполагается, что геометрическая прогрессия непостоянная поэтому $\underline{c=1}$

N2



BM - медиана AH - биссектриса, в.
В $\triangle BAM$ AH - биссектриса и высота $\Rightarrow$
$\Rightarrow AM=AB$. $\frac{BD}{CD}=\frac{AB}{AC}=\frac{1}{2}$

$BD=x$ $AB=a$ $3a+3x=900 \Rightarrow$
$\Rightarrow a+x=300$. $AB+BC>AC \Rightarrow a+3x>2a \Rightarrow 3x>a$

$AB+AC>BC \Rightarrow 3a>3x \Rightarrow a>x$

Поймём, что любой треугольник у которого $2AB=AC$ будет удовлетворять условию т.к ABM в нём равнобедренный $\Rightarrow AH\perp BM$.

$\Rightarrow$ нужно найти кол-во $a,x\in N$: $a>x$, $3x>a$, $a+x=300$.

~~$a=151,\dots 299 \Rightarrow$ всего 149 таких треугольников существует.~~ Чтобы $a>x$ $a\in[151;299]$, чтобы $3x>a$ $a\in[1;224]$

$\Rightarrow a\in[151;224] \Rightarrow$ всего 74 треугольника

№3 $a = x-6 \quad b = y-1$

$a-6b = x-6-6(y-1) = x-6y$

$xy-6y-x+6 = (x-6)(y-1) \Rightarrow a-6b = \sqrt{ab}$

$x^2+12y^2-12x-4y+20 = (x-6)^2+2(y-1)^2-18 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2+2b^2-18=0$

$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2-18=0 \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} (a-6b)^2=ab \\ a \geq 6b \end{cases}$

$(a-6b)^2 = ab \Leftrightarrow a^2-13ab+36b^2=0 \Leftrightarrow (a-4b)(a-9b)=0$

1) $a=4b \Rightarrow 16b^2+2b^2-18=0 \Rightarrow 18b^2=18 \Rightarrow b=\pm 1$

2) $a=9b \Rightarrow 81b^2+2b^2-18=0 \Rightarrow b^2=\frac{18}{83} \Rightarrow b=\pm\sqrt{\frac{18}{83}}$

1) $b=1 \Rightarrow a=4 \quad 4 \geq 6$ - неверно $\Rightarrow$ не подходит

$b=-1 \Rightarrow a=-4 \quad -4 \geq -6$ верно $\Rightarrow$ подходит

~~2) $b=\sqrt{\frac{18}{83}}$, $b=-\sqrt{\frac{18}{83}}$~~

2) $a=9b \quad a \geq 6b \Leftrightarrow 9b \geq 6b \Leftrightarrow b \geq 0$

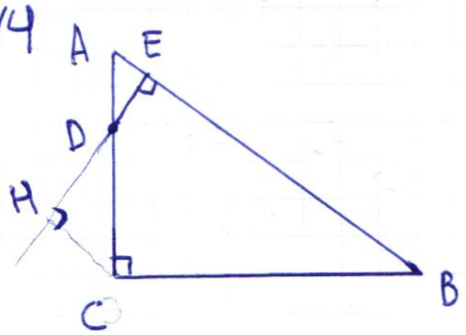
$\Rightarrow b=\sqrt{\frac{18}{83}}, \; a=9\sqrt{\frac{18}{83}}$

1) $x-6=-4 \Rightarrow x=2 \quad y-1=-1 \Rightarrow y=0$

2) $x-6=9\sqrt{\frac{18}{83}} \Rightarrow x=6+9\sqrt{\frac{18}{83}} \quad y-1=\sqrt{\frac{18}{83}} \Rightarrow y=1+\sqrt{\frac{18}{83}}$

Ответ: $\{(2;0), (6+9\sqrt{\frac{18}{83}}; 1+\sqrt{\frac{18}{83}})\}$

№4



BCDE - вписанный т.к $\angle BCD + \angle DEB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle CED = \angle DBC = 30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{DC}{AC} = \frac{2}{3}$ т.к $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \underline{\frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} = tg\angle ABC}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AC=\sqrt{7} \Rightarrow \angle ADE=\angle ABC.$ $tg\angle ABC=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sin\angle ABC}{\cos\angle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2\angle ABC}{\cos^2\angle ABC}=\frac{3}{4}$

$1=\sin^2\angle ABC+\cos^2\angle ABC=1\frac{3}{4}\cos^2\angle ABC \Rightarrow \cos\angle ABC=\frac{2\sqrt{7}}{7} \Rightarrow$

$\cancel{\Rightarrow \cos\angle ABC=\frac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow \sin\angle ABC=} \Rightarrow \sin\angle ABC=\frac{\sqrt{21}}{7}$

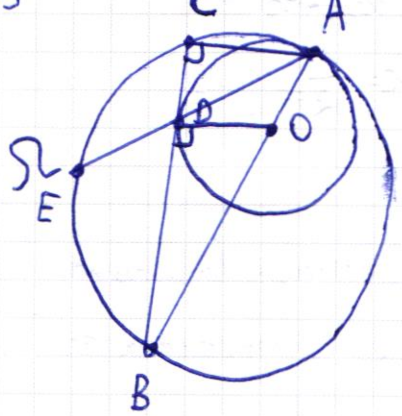
$S_{CDE}=CH\cdot DE\cdot\frac{1}{2}$ $CH\perp DE$ $CH=CD\cdot\sin\angle ABC$

$DE=AD\cdot\cos\angle ABC \Rightarrow CH=\sqrt{7}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{21}}{7}=\frac{2\cdot\sqrt{3}}{3}$

$DE=\sqrt{7}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2\sqrt{7}}{7}=\frac{2}{3}$ $tg\angle BAC=ctg\angle ABC=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow S_{CDE}=\frac{2\cdot\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2\cdot\sqrt{3}}{9}$

N5



AE-биссектриса для CAB по лемме Архимеда. $\angle BCA=90^\circ$ т.к AB-диаметр

$CD=2, BD=3 \Rightarrow BC=5$

$\frac{CD}{BD}=\frac{AC}{AB}$ т.к AD - биссектриса $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AC}{AB}=\frac{2}{3} \Rightarrow \cos\angle BAC=\frac{2}{3} \Rightarrow \sin\angle BAC=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$AB=\frac{BC}{\sin\angle BAC}=\frac{5\cdot 3}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5} \Rightarrow$ радиус Ω равен $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

т.к ω касается BC в точке D, то $OD\perp BC$. $O\in AB$ т.к окр. касаются. $\frac{AO}{BO}=\frac{CD}{BD}=\frac{2}{3} \Rightarrow AO=3\sqrt{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$ AO - радиус ω

$S_{BACE}=S_{CAB}+S_{CEB}=AC\cdot AB\cdot\sin\angle CAB\cdot\frac{1}{2}+CE\cdot BE\cdot\sin\angle CEB\cdot\frac{1}{2}$

$CE = BE$ т.к AE - биссектриса ~~и~~ $\sin\angle BAC = \sin\angle BEC$ т.к

$\angle BAC = 180^\circ - \angle BEC$ из-за вписанности

$CE = \sin\angle CAE \cdot 2R$ по теореме синусов $2R = AB$

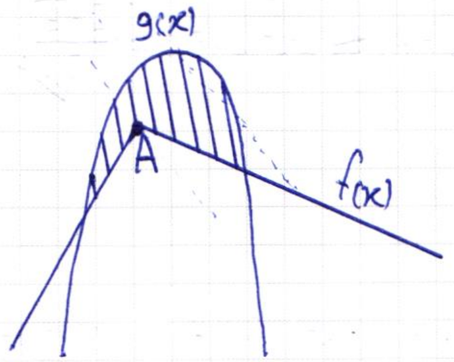
$$\sin\angle CAE = \sqrt{\frac{1-\cos\angle BAC}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{2}{3}}{2}} = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

$$\Rightarrow CE = \sqrt{\frac{1}{6}} \cdot 3\sqrt{5} = 3\sqrt{\frac{5}{6}} \quad AC = AB \cdot \cos\angle BAC = 3\sqrt{5} \cdot \frac{2}{3} = 2\sqrt{5}$$

$$S_{BACE} = \frac{1}{2}\sin\angle BAC\left(AC \cdot AB + CE \cdot BE\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}\left(3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} + 9 \cdot \frac{5}{6}\right) =$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{6}(30 + 7{,}5) = \frac{75\sqrt{5}}{12}$$

N6



Нарисуем схематично графики $8x - 6|2x-1|$ и $-8x^2 + 6x + 7$

Заштрихованная область - это множество чисел x, y подходящих под двойное нер-во.

$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

при $x = \frac{1}{2}$ $8x - 6|2x-1| = 8x = 4 \Rightarrow A = \left(\frac{1}{2}; 4\right)$

при $x = \frac{1}{2}$ $-8x^2 + 6x + 7 = -2 + 3 + 7 = 8 > 4 \Rightarrow A$ лежит внутри параболы т.к $-8 < 0 \Rightarrow$ она направлена вниз $\Rightarrow$ $8x - 6|2x-1|$ пересекает её в 2 точках т.к 1 луч пересекает в 1 точке.

при $x < \frac{1}{2}$ $f(x) = 20x - 6$, при $x \geq \frac{1}{2}$ $f(x) = -4x + 6$, поэтому A - максимум $f(x)$. Нам нужно провести прямую $ax + b$ так чтобы все её точки при $x \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ лежали внутри заштрихованной области. Будем проводить её через A т.к если аналогичная параллельная прямая проходит ниже A, то она не подходит т.к

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$f(2) = [2/2] = 1,$

$f(3) = [1{,}5] = 1,$

$f(4) = f(2) + f(2) = 2,$

$f(5) = [2{,}5] = 2,$

$f(6) = f(2) + f(3) = 2,$

$f(7) = [3{,}5] = 3,$

$f(8) = 3f(2) = 3,$

$f(9) = f(3) + f(3) = 2,$

$f(10) = f(2) + f(5) = 3,$

$f(11) = [5{,}5] = 5,$

$f(12) = f(3) + f(4) = 3,$

$f(13) = [6{,}5] = 6,$

$f(14) = f(2) + f(7) = 4,$

$f(15) = f(3) + f(5) = 3,$

$f(16) = 4f(2) = 4,$

$f(17) = [8{,}5] = 8$

$f(18) = f(2) + f(9) = 3,$

$f(19) = [9{,}5] = 9$

$f(20) = f(4) + f(5) = 4,$

$f(21) = f(3) + f(7) = 4,$

$f(22) = f(2) + f(11) = 6.$

$\cancel{f(x/y) = f(x) + f(}$ $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$, $x, y \in N$

$f(x/y) + f(y) = f(x) \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x/y) = f(x) - f(y) \Rightarrow$

$f(x/y) < 0 \Leftrightarrow f(x) < f(y)$

Теперь можно просто найти число пар.

1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 6, 8, 9

Эти числа. И нужно посчитать число способов выбрать 2 различных не учитывая порядок.

если 1-ое в паре 1, то $2 \cdot 19 = 38$

если 1-ое в паре 2, то $4 \cdot 17 = 68$

если 1-ое в паре 3, то $6 \cdot 15 = 90$

если 1-ое в паре 4, то $4 \cdot 17 = 68$

5, то $1 \cdot 20 = 20$

6, то $2 \cdot 19 = 38$

8, то $1 \cdot 20 = 20$

9, то $1 \cdot 20 = 20$

$\Rightarrow$ в сумме $38 + 68 + 90 + 68 + 20 + 38 + 20 + 20 =$
$= 362$, Мы учитывали порядок $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ результат нужно поделить на 2
$\Rightarrow$ Ответ: 181 пара

в точке $x=\frac{1}{2}$ не лежит в области, а если выше А, то отрезок до её допустимых значений x сужается т.к нам подходит только кусок прямой внутри области $\Rightarrow$ если рассматривать прямые проходящие через А хуже не станет.

$$a\cdot\frac{1}{2}+b=4 \Rightarrow b=4-\frac{1}{2}a.$$

$-4\leq a\leq 20$ т.к иначе ~~от~~ прямая выйдет из области вблизи $x=\frac{1}{2}$ т.к пойдёт ниже $f(x)$.

$\Rightarrow$ формула прямой $ax+4-\frac{1}{2}a$. Найдём её точки пересечения с ~~графиком~~ $g(x)$. $-8x^2+6x+7=ax+4-\frac{1}{2}a$

~~Эти точки пересечения должны быть~~ отрезок между этими корнями должен включать в себя отрезок $[-\frac{1}{2};1]$

$$-8x^2+(6-a)x+3+\frac{1}{2}a=0 \Leftrightarrow 8x^2+(a-6)x-\frac{1}{2}a-3=0$$

$$\cancel{D=(a-6)^2-32\cdot\left(\frac{a-6}{2}\right)=(a-22)(a-6)}$$

$$D=(a-6)^2+(a+6)\cdot16=a^2-12a+16a+36+96=a^2+4a+132$$

$$D=a^2+4a+132=(a+2)^2+128\geq128$$

$$x=\frac{6-a\pm\sqrt{D}}{16}$$

$$\begin{cases}\dfrac{6-a+\sqrt{D}}{16}\geq1 \Rightarrow 6-a+\sqrt{D}\geq16 \Rightarrow \sqrt{D}\geq10+a \Rightarrow D\geq a^2+20a+100\\ \dfrac{6-a-\sqrt{D}}{16}\leq-\dfrac{1}{2} \Rightarrow 6-a-\sqrt{D}\leq-8 \Rightarrow 14-a\leq\sqrt{D} \Rightarrow D\geq a^2-28a+196\end{cases}$$

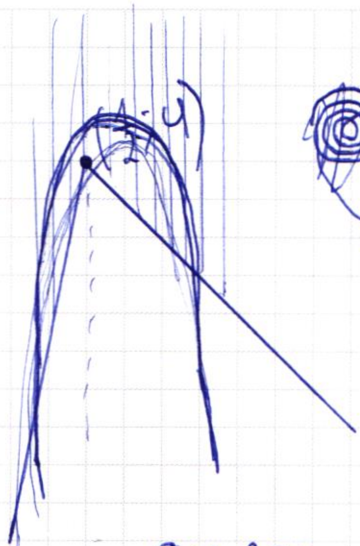
$$\left.\begin{array}{l}a^2+4a+132\geq a^2+20a+100 \Rightarrow 16a\leq32 \Rightarrow a\leq2\\ a^2-28a+196\leq a^2+4a+132 \Rightarrow 32a\geq64 \Rightarrow a\geq2\end{array}\right| \Rightarrow a=2$$

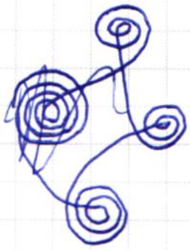
Поймём, что при $a=2$ корни точно равны $-\frac{1}{2}$ и 1 $\Rightarrow$ подойдет только прямая с $a=2$ и сдвинуть её вверх мы не сможем т.к тогда допустимый отрезок уменьшится $\Rightarrow$ $\boxed{a=2 \quad b=3}$

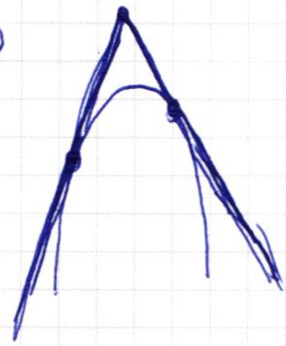
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА







$a+x=300$ $\qquad -8x^2+6x+7=-4x+6$

$x<\frac{1}{2}$ $\quad 3x>a$

$x<\frac{1}{2}$ $\quad x>75$ $\qquad 8x^2-10x-1=0$

$4x>300$

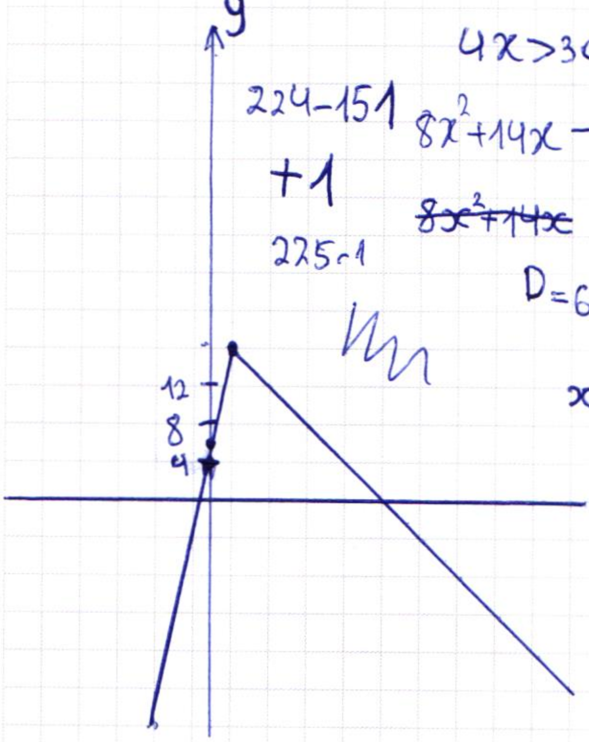
$224-151$ $\quad 8x^2+14x-13=0$ $\quad \frac{10}{16}$ $\quad 100+32$

$+1$ $\quad \cancel{8x^2+14x}$ $\quad a<225$ $\quad +24$ $\quad \frac{10\pm\sqrt{132}}{16}>\frac{1}{2}$

$225-1$

$D=612$

$x=\frac{-14\pm\sqrt{612}}{16}$ $\qquad 20x-6$ $\quad -8+6+7$

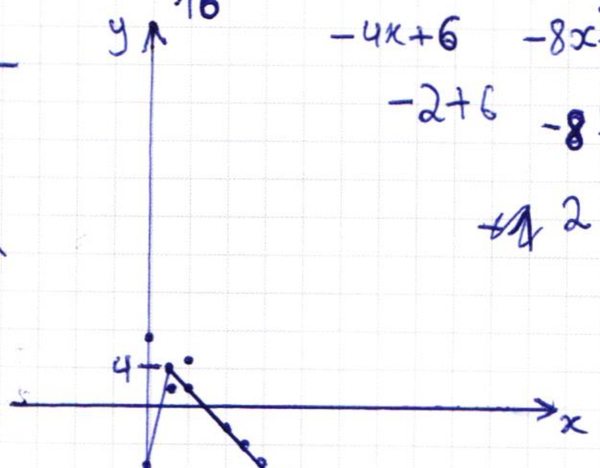


$-4x+6$ $\quad -8x^2+6x+7$

$-2+6$ $\quad -8\frac{1}{4}$

2 $\quad -2-3+7$

$-2+3+7=$



$a+3x>2a$

$3x>a$

$a>x$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{f(1)-?}$

$f(x/y) = f(x) - f(y)$

$f(2)=1$

$f(3)=1$

$f(4)=2$

$f(5)=2$

$f(6)=2$

$f(7)=3$

$f(8)=3$

$f(9)=2$

$f(10)=3$

$f(11)=5$

$f(12)=3$

$f(13)=6$

$f(14)=4$

$f(15)=3$

$f(16)=4$

$f(17)=8$

$f(18)=3$

$f(19)=9$

$f(20)=4$

$f(21)=4$

$f(22)=6$

150 + 212 = 362

$f(x)<f(y)$

$x-6y$

$x-6 \quad 6(y-1)$

$x-6y$

$x^2+2y^2-18=0$

$100+3\sqrt{3}$

$\sqrt{33}$

$x^2+2y^2=18$

$xy=(x-6y)^2$

$635-48+1$

$x^2-12xy+36y^2=xy$

$x^2-13xy+36y^2=0$

$(x-9y)(x-4y)=0$

$34y^2-13xy+18=0$

$x=4y$

$y=\pm1$

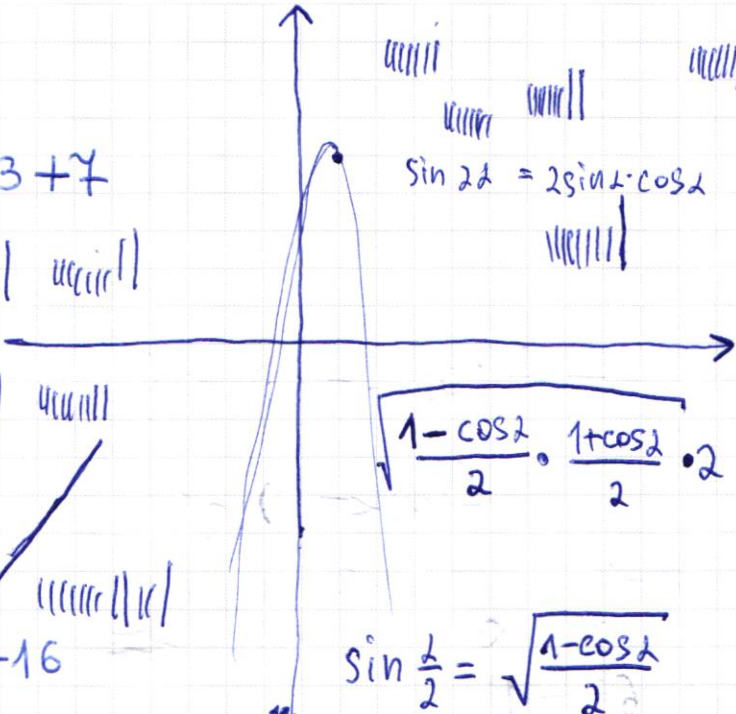
$x=\dfrac{34y^2+18}{13y}$

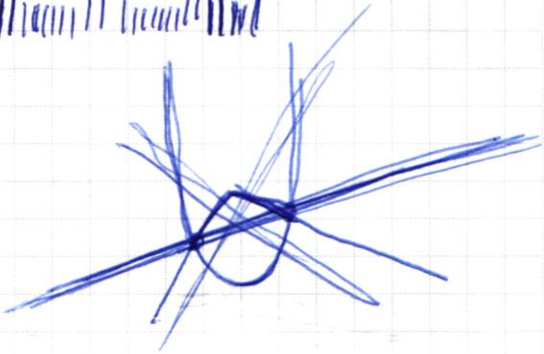
$\dfrac{34y^2+18}{13y}$

$\left(\dfrac{34}{13}y+\dfrac{18}{13y}\right)^2+2y^2=18$

$-2-3+7$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$





$\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}\cdot\frac{1+\cos\alpha}{2}}\cdot 2$

-16

$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

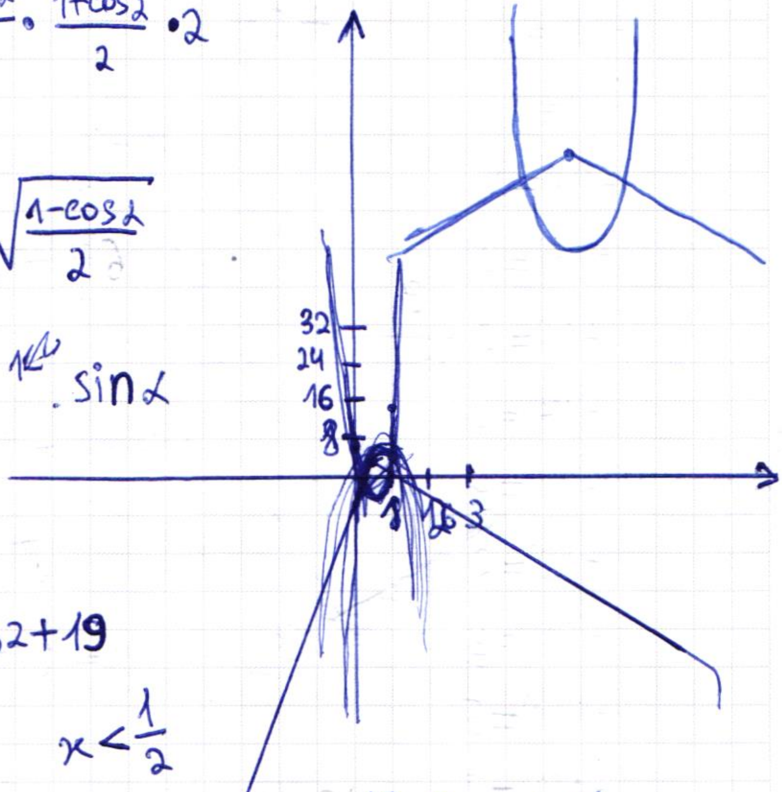
$-4-12$

$-\frac{6}{-16}$

$\sin\alpha$

$(\quad -7)(\quad +1)$

$\frac{6}{16}$



$8x^2-6x-7$

$-32+19$

28

$-8+6+7$

$x<\frac{1}{2}$

$13\cdot 2-1\cdot 4$

$32 \cdot 13 = 96$

$8x-6|2x-1|$

32
416

$-4x+6$

$196+13\cdot 8\cdot 4$

$20x-6$

$x<\frac{1}{2}$

$36+56\cdot 4$

416
196
612

$8x-6|2x-1|\leq -8x^2+6x+7$

224
260

$20x-6\leq 8x^2+6x+7$

612

$-14+\sqrt{612}$

$8x^2+14x-13\leq 0$

$-\frac{1}{2}$ и 1

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

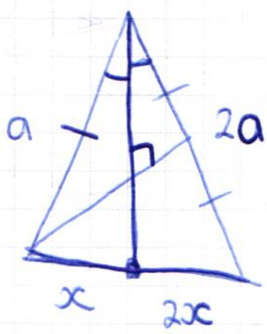
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

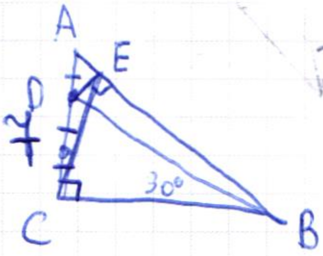
$ax^2 2bx+c$

$D=4b^2-4ac$

$\frac{2b-2\sqrt{b^2-ac}}{2a}$

$\frac{b\pm\sqrt{b^2-ac}}{a}$





a b c x

a ak ak^2 ak^3

$a+x=300$

$\frac{CD}{CB}=\frac{1}{\sqrt3}\cdot\frac{3}{2}$

$3a+3x=900$

$\frac{\sqrt3}{2}$

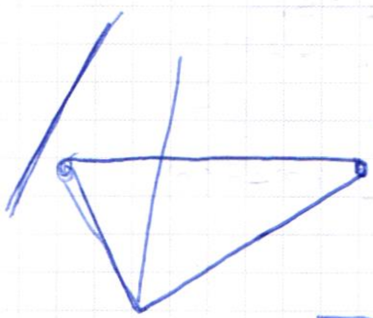
$(x-6y)^2=(x-6)(y-1)$

$\frac{ak\pm\sqrt{a^2k^2-a^2k^2}}{a}$

$a+x=300$

~~3a >~~ sin

a > x tg



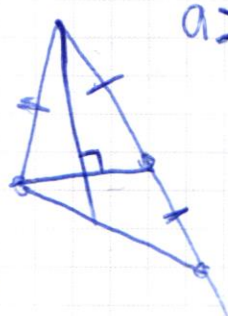
k

a ak

$ak^3=k$

$ak^2=1$

~~$x<\sqrt{18}$~~



$\frac{\frac{7}{14}}{\sqrt3}\cdot 7$ / 2

$\frac{49}{2\sqrt3}$

a

$(x-6)^2+2(y-1)^2-18=0$

$x^2-13xy+36y^2+6y+x-6=0$

~~$x<5$~~

~~5672~~

151

299

$(x-6)(y-1)=(x-6y)^2$

$(x-6y)^2= xy-6y-x+6$

$x^2-12xy+36y^2-xy+6y+x-6=0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

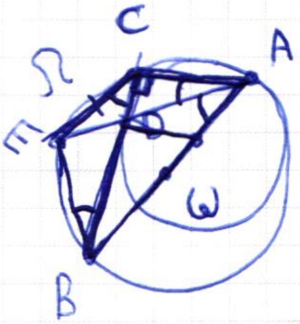
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

4

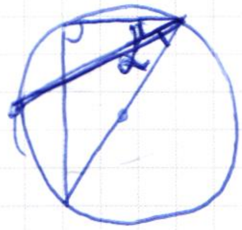
$x=2 \quad y=5,7,11\ldots\ldots$ $f\left(\frac{4}{pq}\right)=2-f(pq)$

$f(x/y)<0$



$f\left(\frac{2}{n}\right)=1-f(n)$

$f(pq)+f\left(\frac{2}{pq}\right)=$



$f(p)+f(q)=f(pq)$

$CD=2 \quad BD=3$

$\cos\alpha=\frac{2}{3}$

$f(p)+f\left(\frac{2}{p}\right)=f(2)=1$

$\boxed{f\left(\frac{2}{p}\right)=1-f(p)}$

S_{BACE}

$f(4)=1+1$

$\Downarrow$

$\sin\alpha \ \frac{\sqrt{5}}{3}$

$BC=5$ $\quad \frac{AC}{AB}=\frac{2}{3}$ $\cancel{f(pq)>}$

$f(p)=[p/2]$

$\frac{5\cdot 3}{\sqrt{5}}$

$8x-6|2x-1|\leq ax+b$

$\sqrt{5}\cdot 3\cdot\frac{2}{5}$

$2\leq x\leq 22$

$2\leq y\leq 22$

$f(x/y)<0$

$-8x^2+6x+7$

$\frac{6}{\sqrt{5}}$

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$x=2 \quad y=4,\ldots\ldots 22$

$x=3 \quad y=4,\ldots 22$

$x\in\left[-\frac{1}{2};1\right]$

$x\geq\frac{1}{2}$

$(a-6)^2-32(b-7)>0$

$8x-12x+6$

$a^2-12a+36+224-32b>0$

$6-4x\leq ax+b$

$a^2-12a+260-32b>0$

$(6-b)\leq x(a+4)$

$x\geq\frac{a+4}{6-b}$

$-8x^2+(6-a)x+7-b\geq 0$

$8x^2+(a-6)x+b-7\leq 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)