МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2+2bx+c=0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}, \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD:AC=3:5$ и $DE\perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED=45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC=\sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD=1$, $BD=3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$2x^2-x-1\leqslant ax+b\leqslant x+|2x-1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 21$, $1\leqslant y\leqslant 21$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Пусть q – знаменатель геометрической прогрессии с ~~членами~~ членами a, b, c, тогда $a = a$; $b = a \cdot q$; $c = a \cdot q^2$

$ax^2 + 2bx + c = 0$.

$\frac{D}{4} = b^2 - ac = a^2q^2 - a^2q^2 = 0$, значит ур-ие имеет один корень.

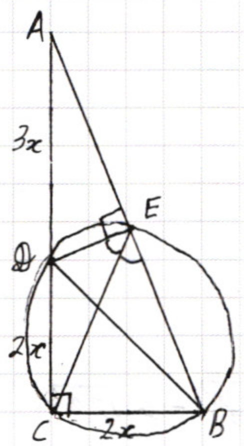
$x = \frac{-b}{a} = \frac{-aq}{a} = -q$ – четвёртый член геометрической прогрессии. $\left.\begin{array}{l} b_4 = -q \\ b_4 = a \cdot q^3 \end{array}\right\} \Rightarrow -q = aq^3$.

Знаменатель геометрической прогрессии не может быть равен 0, тогда мы можем поделить на q.

$-q = aq^3 \mid :q \Leftrightarrow aq^2 = -1$. Но т.к. $aq^2 = c = b_3$, то $c = -1$

Ответ: -1

№ 4



Дано:

$\triangle ABC$ – прямоугольный

$D \in AC$; $E \in AB$; $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$; $DE \perp AB$

$\angle CED = 45^\circ$; $AC = \sqrt{29}$

Найти: а) $tg \angle BAC$

б) $S_{\triangle CED}$

Решение:

а) 1) $\angle DEB + \angle EBC + \angle BCD + \angle CDE = 360°$ – по теореме о сумме углов четырёхугольника.

$\angle DEB + \angle DCB = 90° + 90° = 180°$ } =>

$\Rightarrow \angle EDC + \angle EBC = 180°$

$\angle DEB + \angle DCB = 180°$ } => окр. $\omega(O; OB)$ описана около $CDEB$

2) $\angle DEB = 90°$

$\angle DEB$ опирается на $\smile DCB$ } => DB – диаметр по св-ву вписанного угла.

3) Пусть $\frac{1}{5}AC = x$, тогда $AD = 3x$, $DC = 2x$

4) Из $\triangle DEC$ по теореме синусов:

$$\frac{DC}{\sin\angle DEC} = BD$$

$$\frac{2x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = BD; \quad BD = 2x\sqrt{2}$$

5) Из $\triangle DCB$ по ~~т~~ теореме Пифагора:

$$BD^2 = DC^2 + BC^2; \quad BC^2 = BD^2 - DC^2; \quad BC = \sqrt{BD^2 - DC^2}$$

$$BC = \sqrt{(2x\sqrt{2})^2 - (2x)^2} = \sqrt{8x^2 - 4x^2} = \sqrt{4x^2} = 2x$$

6) Из $\triangle ACB$ ($\angle ACB = 90°$)

$$tg\angle BAC = \frac{BC}{AC}$$

$$tg\angle BAC = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$$

б) 1) $AD = \frac{3}{5}AC$

$$AD = \frac{3\sqrt{29}}{5}$$

2) Из $\triangle ABC$ по теореме Пифагора:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2; \quad AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}; \quad AB = \sqrt{25x^2 + 4x^2} = x\sqrt{29}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $AC \cdot AD = AB \cdot AE$ – по свойству секущих.

$5x \cdot 3x = x\sqrt{29} \cdot AE$

$AE = \frac{15x^2}{x\sqrt{29}}$; $AE = \frac{15x}{\sqrt{29}}$; $AE = \frac{15\sqrt{29}}{5\cdot\sqrt{29}} = 3$

4) Из $\triangle AED$:

$tg\angle EAD = \frac{DE}{AE}$

$\frac{DE}{3} = \frac{2}{5}$; $DE = \frac{6}{5}$

5) Из $\triangle CDE$ по теореме синусов:

$\frac{DE}{\sin\angle DCE} = DB$; $\sin\angle DCE = \frac{DE}{DB}$

$\sin\angle DCE = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{2\sqrt{58}}{5}} = \frac{3}{\sqrt{58}}$; $\angle DCE = \arcsin\left(\frac{3}{\sqrt{58}}\right)$

6) Из $\triangle CDE$ по теореме о сумме углов треугольника:

$\angle DCE + \angle CED + \angle EDC = 180^\circ$

$\angle CDE = 180^\circ - 45^\circ - \arcsin\left(\frac{3}{\sqrt{58}}\right) = 135^\circ - \arcsin\left(\frac{3}{\sqrt{58}}\right)$

$\sin\angle CDE = \sin\left(135^\circ - \arcsin\frac{3}{\sqrt{58}}\right) =$

$= \sin 135^\circ \cos\left(\arcsin\frac{3}{\sqrt{58}}\right) - \sin\left(\arcsin\frac{3}{\sqrt{58}}\right)\cos 135^\circ =$

$= \sin 135^\circ \left(\sqrt{1-\sin^2\left(\arcsin\frac{3}{\sqrt{58}}\right)}\right) - \frac{3}{\sqrt{58}}\cdot\cos 135^\circ =$

$= (\sin 90^\circ \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cos 90^\circ)\cdot\frac{7}{\sqrt{58}} - (\cos 90^\circ \cos 45^\circ - \sin 90^\circ \sin 45^\circ)\cdot\frac{3}{\sqrt{58}} =$

$= \frac{7\sqrt{2}}{2\sqrt{58}} + \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{58}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{58}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$

7) $S_{\triangle CED} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot DE \cdot \sin\angle CDE$

$S_{\triangle CED} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2\sqrt{29}}}{5} \cdot \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{\sqrt{29}}} = \frac{6}{5}$

Ответ: а) $\frac{2}{5}$

б) $\frac{6}{5}$

№ 6

$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$

Построим график функции $f(x) = 2x^2 - x - 1$ и $g(x) = x + |2x-1|$

$f(x) = 2x^2 - x - 1$

График – парабола.

Ветви – вверх, т.к. $2 > 0$

$x_в = \frac{1}{4}$ $\qquad f\left(\frac{1}{4}\right) = 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 = -1\frac{1}{8}$

$f\left(-\frac{1}{4}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - \left(-\frac{1}{4}\right) - 1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{8}$

$f\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} - 1 = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1 = 2$

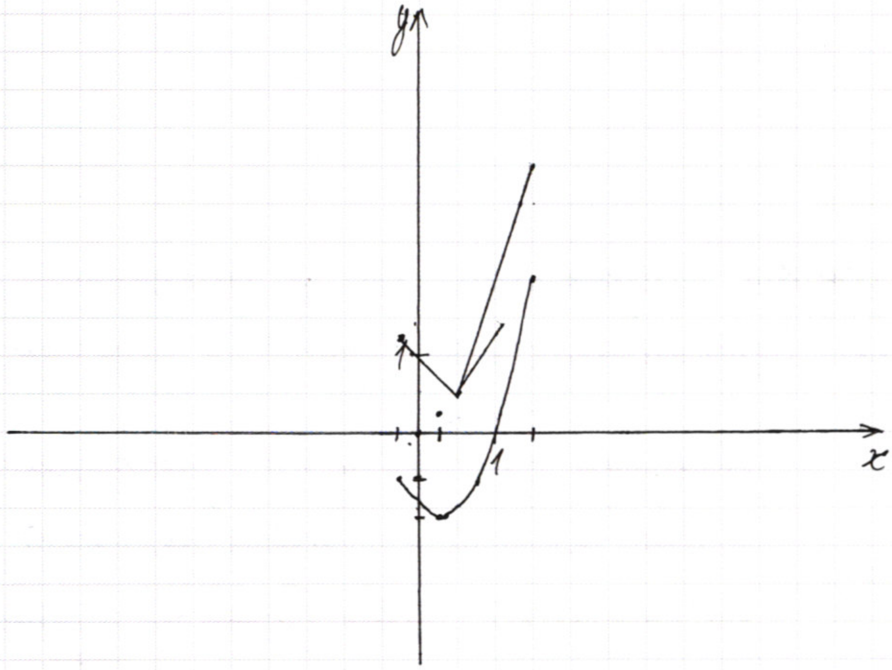
$g(x) = x + |2x - 1|$ $\qquad x + |2x-1| = \begin{cases} x + 2x - 1 = 3x - 1, \text{ если } x \geq \frac{1}{2} \\ x - 2x + 1 = 1 - x, \text{ если } x < \frac{1}{2} \end{cases}$

$g\left(\frac{1}{2}\right) = \cancel{x+0=x}\ \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$

$g\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4} + \left|2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - 1\right| = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

$g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} + \left|2 \cdot \frac{3}{2} - 1\right| = 3\frac{1}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Зададим функцию, которая будет пересекать график $f(x)$ в точках $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8}\right)$ и $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

$h(x) = ax + b$

$$\begin{cases} -\frac{5}{8} = -\frac{a}{4} + b \\ 2 = \frac{3a}{2} + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{5}{8} = -\frac{a}{4} + 2 - \frac{3a}{2} \\ b = 2 - \frac{3a}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7a}{4} = \frac{21}{8} \\ b = 2 - \frac{3a}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$h(x) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$$

Проверим будет ли точка $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ принадлежать $h(x)$:

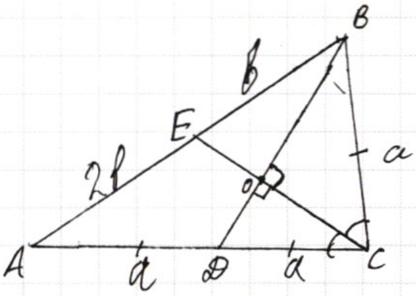
$h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, значит точка $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ принадлежит.

Двигая и вращая график ~~[illegible]~~ $ax+b$ мы получаем, что либо ~~он пересекает~~ при некоторых значениях он будет выше гр-ка $g(x)$, либо ниже гр-ка $f(x)$, значит $a=\frac{3}{2}$; $b=-\frac{1}{4}$ – единственные подходящие значения.

Ответ: $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$

№2

Возьмём произвольный треугольник ABC у которого одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан:



Поскольку $CO \perp DB$ и CO – биссектриса $\angle BCD$, то $\triangle BCD$ – равнобедренный по признаку равнобедренного треугольника,

значит $\left.\begin{array}{l} BC=CD \\ CD=AD \end{array}\right\} \Rightarrow BC=CD=AD$

Пусть $BC=CD=AD=a$, тогда $AC=2a$.

$\frac{BE}{AE}=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$ – по св-ву биссектрисы.

Пусть $BE=b$, тогда $AE=2b$, $AB=3b$.

Мы знаем что длина ~~сторон~~ каждой стороны ~~[illegible]~~ должна ~~[illegible]~~ быть меньше суммы двух других сторон:

$$\begin{cases} 3a+3b=1200 \\ a<3b+2a \\ 2a<3b+a \\ 3b<3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=400 \\ a>-3b \\ a<3b \\ b<a \end{cases}$$

~~$\Leftrightarrow$~~ ~~$\begin{cases} a+b=400 \end{cases}$~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=400 \\ b<a<3b \end{cases}$

~~Исходя из условия~~ Опираясь на эту систему можно сказать что при $200<a<300$ система выполняется, то есть таких треугольников: $300-200-1=99$

Ответ: 99

№3

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-2x)^2 = xy-2x-y+2 \\ y-2x\geq 0 \\ (2x+y)^2-4(2x+y)+3+4x-2\sqrt{2}xy=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

~~$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy-(2x+y)+2 \\ y-2x\geq 0 \\ (2x+y)^2-4(2x+y)+3+4x-2\sqrt{2}xy=0 \end{cases} \Leftrightarrow$~~

~~$\Leftrightarrow \begin{cases} (2x+y)^2=9xy-(2x+y)+2 \\ y-2x\geq 0 \\ (2x+y)^2-4(2x+y)+3+4x-2\sqrt{2}xy=0 \end{cases}$~~

$\Leftrightarrow$ ~~$(y-2x)^2=xy-(2x+y)+2$~~ $\Leftrightarrow \begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2 \\ y-2x\geq 0 \\ (2x+y)^2-4(2x+y)+3+4x-2\sqrt{2}xy=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (2x+y)^2=9xy-(2x+y)+2 \\ y-2x\geq 0 \\ (2x+y)^2-4(2x+y)+3+4x-2\sqrt{2}xy=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2x+y)^2 = 9xy - (2x+y)+2 \\ y-2x \geq 0 \\ (2x+y)^2 - 3(2x+y) + 3 + 2x - y - 2\sqrt{2}\, xy = 0 \end{cases}$$

Пусть $2x+y=a$, тогда $(2x+y)^2 = a^2$

$xy = b$,

$(2x+y)^2 = 4x^2+4xy+y^2$

$(2x-y)^2 = a^2 - 8b$

$2x-y = \sqrt{a^2-8b}$

$$\begin{cases} a^2 = 9b - a + 2 \\ \sqrt{a^2-8b} \leq 0 \\ a^2 - 3a + 3 + \sqrt{a^2-8b} + 2\sqrt{2}\, b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + a - 9b - 2 = 0 \\ a^2 - 8b = 0 \\ a^2 - 3a + 3 + \sqrt{a^2-8b} + 2\sqrt{2}\, b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{\begin{cases} 8b + 2\sqrt{2b} - 9b - 2 = 0 \\ a^2 = 8b \\ 8b - 6\sqrt{2b} + 3 + 2\sqrt{2}\, b = 0 \end{cases}} \qquad \begin{cases} a^2 + a - (9b+2) = 0 \\ a^2 - 8b = 0 \\ a^2 - 3a + 3 + 2\sqrt{2}\, b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\cancel{a^2 + a - (9b+2) = 0}$

$\cancel{\begin{cases} a_1 \cdot a_2 = (9b+2) \\ a_1 + a_2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a_1 \\ a_1 = -1 - a_2 \end{cases}}$ $\cancel{D = 1 + 36b + 8 = 36b + 9}$

$\cancel{x_1 = \frac{-1 \pm 3\sqrt{4b+1}}{2}}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8b + 2\sqrt{2b} - 9b - 2 = 0 \\ a^2 = 8b \\ 8b - 6\sqrt{2b} + 3 + 2\sqrt{2}\, b = 0 \end{cases}$$

Пусть $\sqrt{b} = t$,

$t^2 + 2\sqrt{2}\, t - 2 = 0 \qquad t = \sqrt{2}$

$$\begin{cases} b = 2 \\ a^2 = 16 \\ 16 - 12 + 3 + \end{cases} \qquad \begin{cases} b = 2 \\ |a| = 4 \end{cases} \qquad \text{Обратная замена:}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x+y=4\\ xy=2\end{cases}\\ \begin{cases}2x+y=-4\\ xy=2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=4-2x\\ \cancel{4x\,7\,0}\ x(4-2x)=2\end{cases}\\ \begin{cases}y=-4-2x\\ x(-4-2x)\end{cases}\end{array}\right.$$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

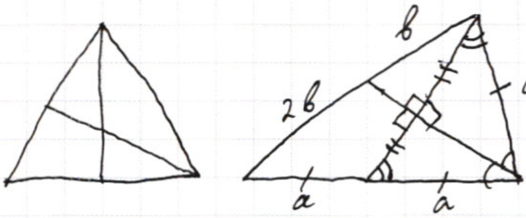
$a; b; c$

$a = a \quad b = a\cdot q \quad c = a\cdot q^2$

$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad \frac{D}{4} = b^2 - ac \quad ; \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$

$x = \frac{-aq \pm \sqrt{a^2q^2 - a^2q^2}}{a} = \frac{-aq}{a} = -q$

$aq^3 = -q \quad \cancel{a = -\frac{1}{q^2}} \quad ; \quad aq^2 = \underline{-1} = c$



$\begin{cases} 3a + 3b = 1200 \\ a < 2a + 3b \\ 2a < a + 3b \\ 3b < 9a \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 400 \\ a > -3b \\ a < 3b \\ b < a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 400 \\ b < a < 3b \end{cases}$

$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2 \\ y - 2x \geqslant 0 \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2 - 5xy + 2x + y + 4x^2 - 2 = 0 \\ \end{cases}$

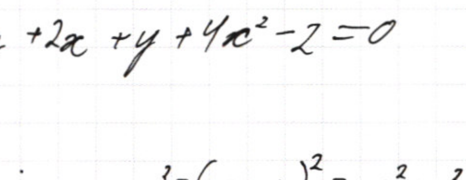
$x + y = a; \quad a^2 = (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$a^2 - 4a + 3 + x^2 - 2xy$

$\frac{2x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = BD$

$BD = \frac{4x}{\sqrt{2}}$

$BD = 2\sqrt{2}x$



а) $\frac{2}{5}$

$\angle BAC = \alpha$

$\cancel{DE}$ $tg \angle BAC = \frac{DE}{AE}$; $DE = \sin\alpha \cdot AD$

$AB = x\sqrt{29}$

$AE = \cos\alpha \cdot AD \quad tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$5x = \sqrt{29} \qquad x = \frac{\sqrt{29}}{5} \qquad AB = \frac{29}{5}$

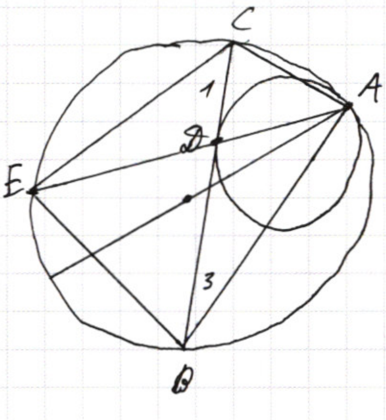
$\sqrt{29} \cdot \frac{3\sqrt{29}}{5} = \frac{29}{5} \cdot AE \; ; \quad \frac{3 \cdot 29}{5} = \frac{29}{5} \cdot AE \quad AE = 3$

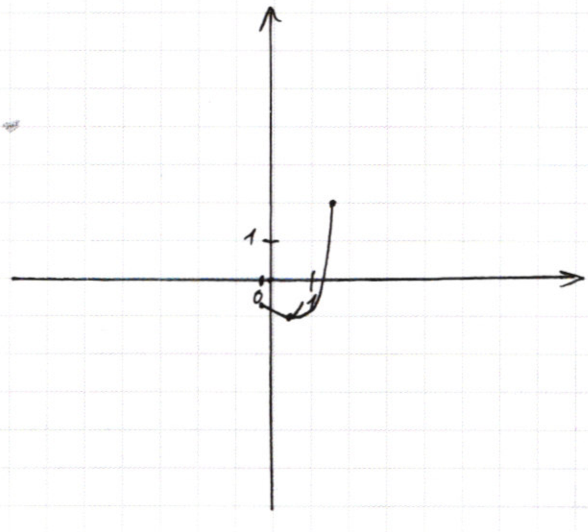
$\frac{DE}{3} = \frac{2}{5} \qquad DE = \frac{6}{5} \quad ; \frac{DE}{\sin\angle DCE} = BD = \frac{2\sqrt{58}}{5}$

$2\sqrt{58} \cdot \sin\angle DCE = 6 \qquad \sin\angle DCE = \frac{3}{\sqrt{58}}$

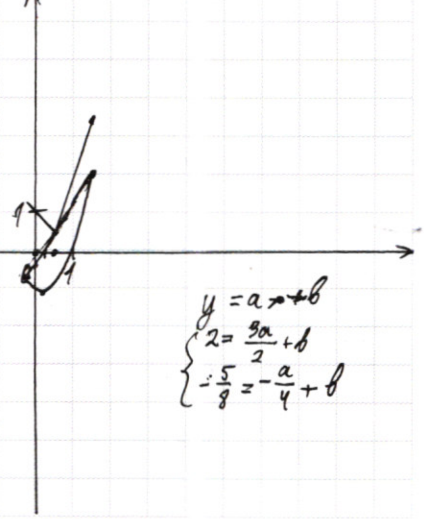
$\sin\left(135^\circ - \arcsin\frac{3}{\sqrt{58}}\right) = \sin 135^\circ \cos\left(\arcsin\frac{3}{\sqrt{58}}\right) - \sin\left(\arcsin\frac{3}{\sqrt{58}}\right)\cos 135^\circ =$

$=$





$1 - x$



$y = ax + b$

$\begin{cases} 2 = \frac{3a}{2} + b \\ -\frac{5}{8} = -\frac{a}{4} + b \end{cases}$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} b = 2 - \frac{3a}{2} \\ -\frac{5}{8} = -\frac{a}{4} + 2 - \frac{3a}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} b = 2 - \frac{3a}{2} \\ \frac{7a}{4} = \frac{21}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 - \frac{9}{4} = -\frac{1}{4} \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \quad y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$f(p) = f(1) + f(p) = \left[\frac{p}{2}\right]$$

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y - 2x)^2 = xy - 2x - y + 2 \\ (2x+y)^2 - 4x - 4y + 3 - 2\sqrt{2}xy = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2 \\ (2x+y)^2 - 4(2x+y) + 3 + 4x - 2\sqrt{2}xy \end{cases}$$

$$(2x+y)^2 = xy + 8xy - (2x+y) + 2$$

$$(2x+y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2 = a^2$$

$$\sqrt{a^2 - 8xy}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)