



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР \_\_\_\_\_

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа  $a, b, c$  являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа  $a, b, c$  не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения  $ax^2 + 2bx + c = 0$ . Найдите третий член прогрессии.
2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AC$  и гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно, такие что  $AD : AC = 3 : 5$  и  $DE \perp AB$ . Найдите тангенс угла  $BAC$ , если известно, что  $\angle CED = 45^\circ$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $AC = \sqrt{29}$ . Найдите площадь треугольника  $CED$ .
5. [5 баллов] Окружности  $\Omega$  и  $\omega$  касаются в точке  $A$  внутренним образом. Отрезок  $AB$  – диаметр большей окружности  $\Omega$ , а хорда  $BC$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $D$ . Луч  $AD$  повторно пересекает  $\Omega$  в точке  $E$ . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника  $BACE$ , если известно, что  $CD = 1, BD = 3$ .
6. [5 баллов] Найдите все пары чисел  $(a; b)$  такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$$

выполнено для всех  $x$  на промежутке  $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$ .

7. [5 баллов] Функция  $f$  определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел  $a$  и  $b$  из этого множества выполнено равенство  $f(ab) = f(a) + f(b)$ , и при этом  $f(p) = [p/2]$  для любого простого числа  $p$  ( $[x]$  обозначает наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ ). Найдите количество пар натуральных чисел  $(x; y)$  таких, что  $1 \leq x \leq 21, 1 \leq y \leq 21$  и  $f(x/y) < 0$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

n1

Числа  $a, b, c$  представим в виде:  $a=a$ ;  $b=aq$ ;  $c=aq^2$

(т.к. они составляют геометрическую прогрессию и  
явл. первыми её членами)

$$ax^2 + 2bx + c = 0; \quad D = 4b^2 - 4ac = 4a^2q^2 - 4a^2q^2 = 0$$

$$x_{\text{кр}} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} = \frac{-aq}{a} = -q \text{ — четвертый}$$

член прогрессии по условию

$$aq^3 = -q \Rightarrow aq^2 = -1, \text{ а } aq^2 = c, \text{ то есть}$$

$$c = -1, \text{ а } c \text{ — 3-й член прогрессии}$$

Ответ: третий член прогрессии  
равен  $-1$

№ 3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - 2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

Пусть  $x-1=a$ ;  $y-2=b \Rightarrow y-2x = b-2a$

Тогда: 
$$\begin{cases} b-2a = \sqrt{ab} \\ 2a^2 + b^2 - 3 = 0 \end{cases} \quad b = \sqrt{3-2a^2}$$

$$\sqrt{3-2a^2} - 2a = \sqrt{a\sqrt{3-2a^2}}$$

$$3 - 2a^2 + 4a^2 - 4a\sqrt{3-2a^2} = a\sqrt{3-2a^2}$$

$$2a^2 - 5a\sqrt{3-2a^2} + 3 = 0$$

$$2a^2 + 3 = 5a\sqrt{3-2a^2}; \quad 4a^4 + 9 + 12a^2 = 75a^2 - 50a^4$$

$$54a^4 - 63a^2 + 9 = 0 \quad \text{Пусть } a^2 = t \geq 0$$

$$54t^2 - 63t + 9 = 0 \quad D = 2025$$

$$t_{1,2} = \frac{63 \pm 45}{108} \quad \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm 1 \\ a = \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \end{cases}$$

$$a = 1; b = \pm 1; x = 2; y = 3 \quad (\sqrt{ab} \geq 0 \Rightarrow b = -1 - \text{п.к.})$$

$$a = -1; b = \pm 1; x = 0; y = 1 \quad (b - 2a \geq 0 \Rightarrow b = 1 - \text{п.к.})$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{6}}; b = \pm \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}; x = 1 + \frac{1}{\sqrt{6}}; y = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + 2 \quad (b = -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \text{п.к.})$$

$$a = -\frac{1}{\sqrt{6}}; b = \pm \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}; x = 1 - \frac{1}{\sqrt{6}}; y = -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + 2 \quad (b = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \text{п.к.})$$

Ответ: ~~(2; 3)~~, ~~(0; 1)~~, (0; 1);  $(1 + \frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + 2)$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle C = 90^\circ$ ;  $D \in AC$ ;  $E \in AB$ ;  $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$ ;  $DE \perp AB$

а)  $\angle CED = 45^\circ$

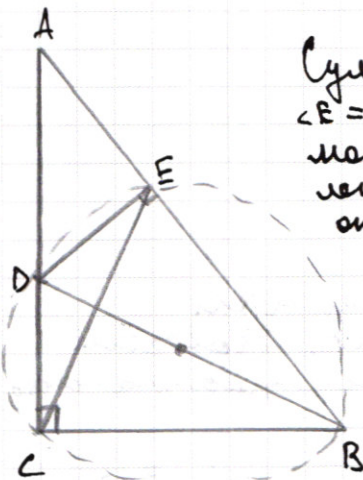
б)  $AC = \sqrt{2}a$

Найти: а)  $\operatorname{tg} \angle BAC$

б)  $S_{CED}$

Решение:

а)  $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow AC = a$ , тогда  $AD = 0,6a$ ;  $DC = 0,4a$



Сумма углов четырехугольника (выпуклого)  $= 360^\circ$   
 $\angle E = 90^\circ$ ;  $\angle C = 90^\circ \Rightarrow \angle D + \angle B = 180^\circ$ . Тогда около CDEB  
 можно описать окружность, примем её центр  
 лежим на середине DB (т.к.  $\angle C = 90^\circ$ , он вписан  $\Rightarrow$   
 описывается на диаметре).

$\angle CED = 45^\circ$ ,  $\angle DEB = 90^\circ \Rightarrow \angle CEB = 45^\circ$

$\angle CEB = \angle CDB = 45^\circ$   
 $\angle CED = \angle CBD = 45^\circ$  как углы, описанные на  
 одну дугу

тогда  $\triangle DCB$  равнобедренный ( $\angle CDB = \angle CBD = 45^\circ$ )

$DC = CB = 0,4a$

тогда  $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{0,4a}{a} = \underline{\underline{0,4}}$

б)  $\angle BAC = \alpha$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$ ;  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 0,4$   $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$   
 $\sin \alpha = \frac{0,4}{\sqrt{1,16}}$ ;  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1,16}}$ ;  $\frac{DE}{AD} = \sin \alpha = \frac{0,4}{\sqrt{1,16}} \Rightarrow DE = \frac{0,24a}{\sqrt{1,16}}$

$\angle EDC = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ + \alpha$ ;

$S_{CDE} = \frac{CD \cdot DE \cdot \sin \angle CDE}{2} = \frac{0,4a \cdot \frac{0,24a}{\sqrt{1,16}} \cdot \sin(90^\circ + \alpha)}{2}$

$= \frac{0,2a \cdot 0,24a \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1,16}} = \frac{0,048a^2 \cos \alpha}{\sqrt{1,16}} = \frac{0,048a^2}{1,16}$

$= \frac{48a^2}{1160} = \frac{12a^2}{290}$  по условию  $a = AC = \sqrt{2}a$ ;  $\frac{12 \cdot 2a}{290} = \underline{\underline{1,2}}$

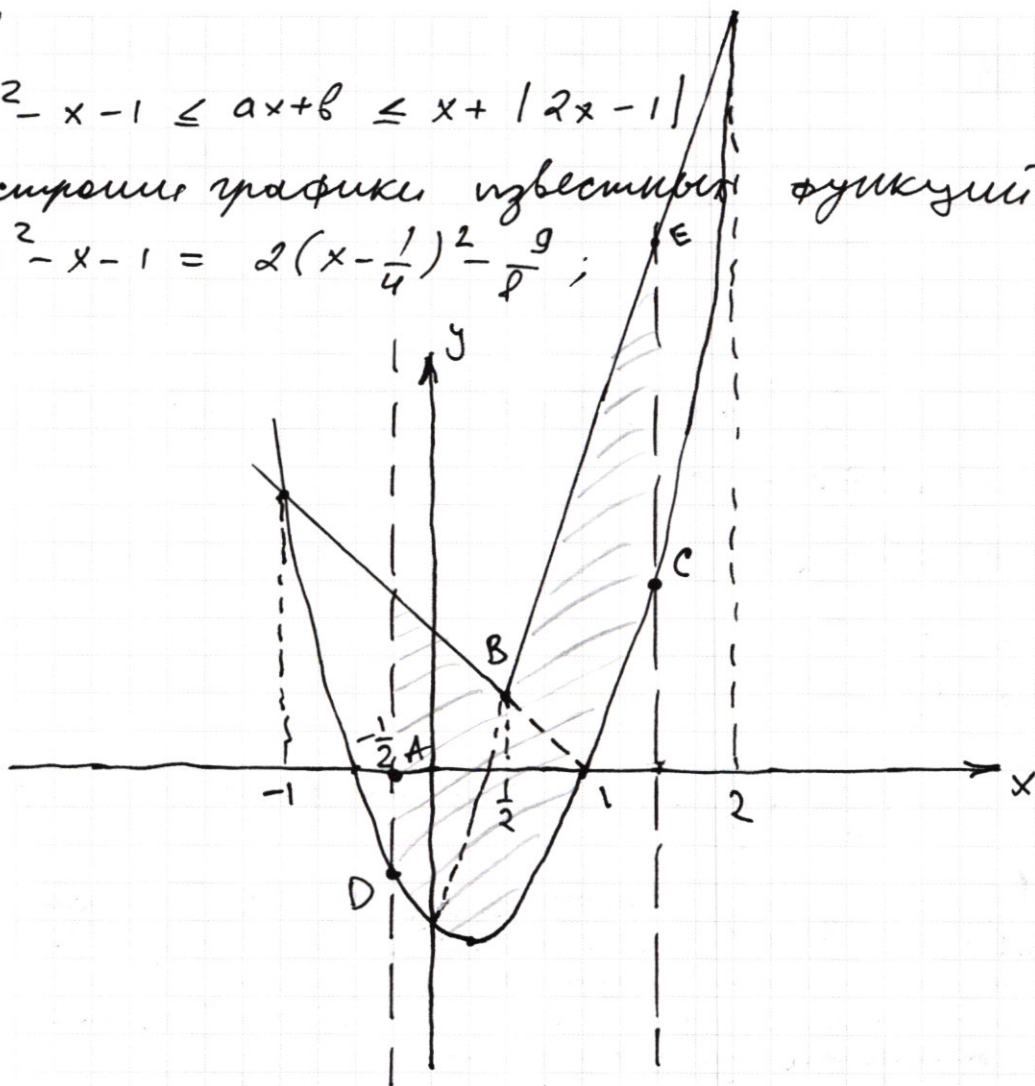
ответ: а) 0,4 б) 1,2

н 6

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$$

Построим графики известных функций:

$$2x^2 - x - 1 = 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8};$$



приравняв уравнения графиков получили точки пересечения параболы и функции модуля. Проверим предположение  $x = -\frac{1}{4}$  и  $x = \frac{3}{2}$ , чтобы ограничить пространство, подходящее к условию.

$(ax + b)$ -прямая; все её точки промежутка  $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$  лежат внутри параболы и за функцией модуля.

Заширируем нулевые части и введём A, B, C, D, E как на чертеже.  $(ax + b)$  будет  $\cap$  отрезки AD и CE (иначе она будет выходить за поставленные рамки). Координаты  $D(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8})$ ;  $A(-\frac{1}{4}; 0)$ ;  $C(\frac{3}{2}; 2)$ ;  $B(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ ; Уравнение прямой AC:  $y = \frac{8}{7}x + \frac{2}{7} \Rightarrow$

AC проходит выше точки B  $\Rightarrow$  AB пройдёт ниже точки C

Уравнение DC:  $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$ ; и DC пройдёт через B,

т.к.  $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow$  все прямые (другие) будут либо выше B, либо выше E, либо ниже D. Мы получили единственную прямую, удовлетворяющую условию, и т.к. она проходит ч/з 3 точки  $\Rightarrow$  другие прямые не смогут удовлетворять условию  $\Rightarrow a = \frac{3}{2}$  и  $b = -\frac{1}{4}$   
Ответ:  $(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4})$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a, b, c$ ;  $a \quad an \quad an^2 \quad an^3$

$$ax^2 + 2bx + c = 0; \quad D = 4b^2 - 4ac = 4a^2n^2 - 4a^2n^2 = 0$$

$$= 4a^2n^2 \cancel{(-n^2)}$$

$$x = \frac{-2b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2b \pm \sqrt{4a^2n^2(n^2-1)}}{2a} = \frac{-2b \pm 2an\sqrt{n^2-1}}{2a} = an^3$$

$$-b \pm an\sqrt{n^2-1} = a^2n^3; \quad an^2$$

$$y = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} = \frac{-an}{a} = -n$$

$$an^2 = \frac{-b \pm an\sqrt{n^2-1}}{an} = \frac{-b}{an} \pm \frac{an\sqrt{n^2-1}}{an} = -1 \pm \sqrt{n^2-1}$$

$$\begin{aligned} an^2 &= -b \\ an^2 &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{y - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 = 4x + 4y - 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y^2 - 4xy + 4x^2 &= xy - 2x - y + 2 \\ y^2 - 5xy + 4x^2 + 2x + y - 2 &= 0 \end{aligned}$$

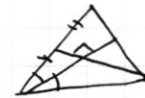
$$(\sqrt{2}x - \sqrt{2})^2 = 2(x-1)^2$$

$$2x^2 - 4x - 2$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + 4x + y^2 - 4y + 3 &= 0 \\ 2x^2 - 4x - 2 + y^2 - 4y + 5 &= 0 \end{aligned}$$

$$2(x-1)^2 + (y-2)^2 - 3 = 0$$

$$2x^2 - 4x + 2 + y^2 - 4y + 4 - 3 = 0$$

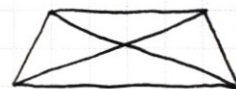


$$2x^2 - x - 1 = 1 - x$$

$$2x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

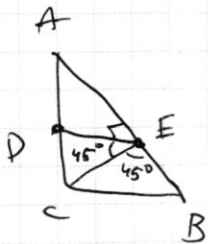
$$x = \pm 1$$



$$2x^2 - x - 1 = 3x - 1$$

$$2x^2 - 4x = 0$$

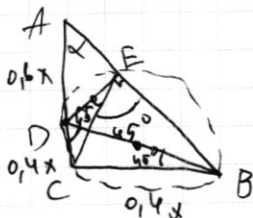
$$x(x-2) = 0$$



$$\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\angle CED = 45^\circ$$

tg  $\angle BAC = ?$



$$R = \frac{a}{2\sin\alpha}$$

$$AC = \sqrt{2}a$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{0.4x}{x} = 0.4$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 0.4$$

$$\sin\alpha = 0.4 \cos\alpha$$



$$\sin \alpha = 0,4 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{0,4}$$

$$1,16 \cos^2 \alpha = 1 ; \cos^2 \alpha = \frac{1}{1,16} ;$$

$$\sin^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{0,16} = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1,16}$$

$$\sin \alpha = \frac{0,4}{\sqrt{1,16}}$$

$$1,16 \sin^2 \alpha = 0,16$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{0,16}{1,16}$$

$$\frac{DE}{AD} = \frac{0,4}{\sqrt{1,16}} ; DE = \frac{0,24x}{\sqrt{1,16}}$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \sin 90^\circ \cos \alpha + \cos 90^\circ \sin \alpha = \underline{\cos \alpha}$$

$$S = \frac{0,24x \cdot 0,24x}{\sqrt{1,16} \cdot \sqrt{1,16}} = \frac{0,048x^2}{1,16}$$

$$0,048x^2 \cdot 1,16 ;$$

$$\frac{48x^2}{1160}$$

$$= \frac{24x^2}{580}$$

$$= \frac{12x^2}{290}$$

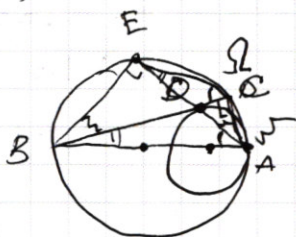
$$= \frac{1160}{290} = 4$$

$$\frac{1160}{16} = \frac{580}{8} = \frac{290}{4}$$

$$x = \sqrt{29}$$

$$S = \frac{12 \cdot 29}{290} = \underline{\underline{1,2}}$$

н5



$$CD = 1$$

$$BD = 3$$

н6

$$2x^2 - x - 1 = \left(\sqrt{2}x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{9}{8}$$

$$\left(2x^2 - x + \frac{1}{8}\right) - \frac{1}{8}$$

$$2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$$

$$x + |2x - 1|$$

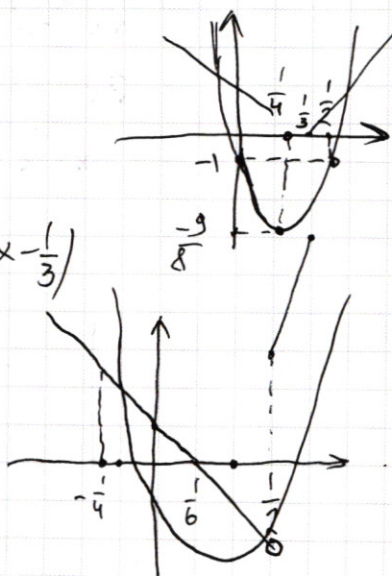
$$\text{при } x \geq \frac{1}{2} ; 3x - 1$$

$$x < \frac{1}{2} ; 1 - x$$

$$x + |2x - 1|$$

$$x \geq \frac{1}{2} : 3x - 1 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)$$

$$x < \frac{1}{2} : 1 - x$$



$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

$$(y-2)^2 = 3 - 2(x-1)^2$$

$$\begin{aligned} y^2 - 4xy + 4x^2 &= xy - 2x - y + 2 \\ y(y-1) + 2x(2x+1) - 5xy - 2 &= 0 \\ 2x^2 - 4x + 2 + y^2 - 4y + 4 - 3 &= 0 \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x(y-2) - (y-2)} = \sqrt{(y-2)(x-1)}$$

$$\begin{cases} y-2 = b \\ x-1 = a \end{cases} ; \quad \begin{cases} 2x-2 \\ y-2-2x+2 = y-2x = b-2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} b-2a = \sqrt{ab} \\ 2a^2 + b^2 - 3 = 0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} b^2 - 4ab + 4a^2 = ab \\ 2a^2 + b^2 = 3 \end{cases}$$

$$b = \sqrt{3-2a^2}$$

$$\sqrt{3-2a^2} - 2a = \sqrt{a\sqrt{3-2a^2}}$$

$$3 - 2a^2 + 4a^2 - 4a\sqrt{3-2a^2} = a\sqrt{3-2a^2}$$

$$2a^2 - 5a\sqrt{3-2a^2} + 3 = 0$$

$$2a^2 + 3 = 5a\sqrt{3-2a^2}$$

$$4a^4 + 9 + 12a^2 = 25a^2(3-2a^2) = 75a^2 - 50a^4$$

$$54a^4 - 63a^2 + 9 = 0$$

$$54t^2 - 63t + 9 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{63 \pm 45}{108}$$

$$t = 1$$

$$t = \frac{1}{6}$$

$$a^2 = 1; \frac{1}{6}$$

$$(x-1)^2 = 1 \text{ или } \frac{1}{6} ; \quad x-1 = \pm 1 ; \quad x = 0; 2; 1 + \frac{1}{\sqrt{6}}; 1 - \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\sqrt{3 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 63 \\ \hline 378 \\ 378 \\ \hline 3969 \\ \underline{2046} \\ 1923 \\ \underline{3969} \\ 1944 \\ \underline{2025} \end{array}$$

$$\frac{1944}{4} = 486$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$D = 2025(45)$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ 63 \\ \underline{-45} \\ 18 \end{array}$$

$$\frac{18}{108} = \frac{9}{54}$$

$$= \frac{1}{6}$$

$$x-1 = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$0 = -\frac{x}{4} \cdot \frac{1}{2} + b = -\frac{x}{8} + b$$

$$y = kx + b$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{6}}} = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{9}}$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{4}x + b \\ 2 = \frac{3}{2}x + b \end{cases}$$

$$\frac{2\sqrt{2} - 6}{3\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{3} - 6}{3\sqrt{6}} \rightarrow \frac{4\sqrt{3} + 36 - 48\sqrt{3}}{9 \cdot 6} = \frac{4 + 36 - 48\sqrt{3}}{9}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{6} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{8}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} \quad x - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$$

$$-\frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{8}}{3} < 0 \quad 3 - \frac{2}{6} = 3 - \frac{1}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{6}}} \quad \frac{2}{3\sqrt{3}} \quad y=0$$

$$\frac{3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1 \quad \frac{\sqrt{8} - \sqrt{6}}{3(\sqrt{8} + \sqrt{6})} \quad \frac{2}{3\sqrt{3}} \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \quad \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad \frac{2 = \frac{7}{4}x}{\frac{1}{2} = \frac{8}{7} \cdot b = +\frac{2}{7}}$$

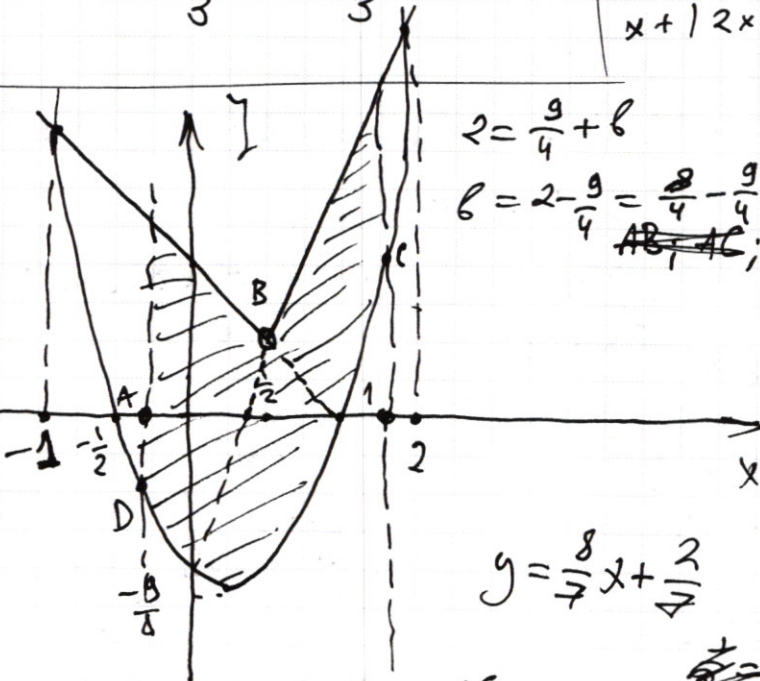
$$b - 2a = \sqrt{ab} \quad \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}, \quad \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$+\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \neq 0 \quad \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{3} < 0 \quad \frac{2(x - \frac{1}{4})^2 - 9}{4}$$

$$D(-\frac{1}{4}; \frac{5}{8}) \quad \begin{cases} -\frac{5}{8} = -\frac{1}{4}k + b \\ 2 = \frac{3}{2}k + b \end{cases}$$

$$C(\frac{3}{2}; 2) \quad \frac{2 + \frac{5}{8} = \frac{7}{4}k; \quad \frac{21}{8} = \frac{7}{4}k}{k = \frac{21 \cdot 4}{8 \cdot 7} = \frac{3}{2}}$$



$$2 = \frac{9}{4} + b \quad 1 - x$$

$$b = 2 - \frac{9}{4} = \frac{8}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{1}{4} \quad 3x - 1 = 3(x - \frac{1}{3})$$

~~AB, AC~~; DC, ABC

сум ~

B ∈ AC

AC om-ko

B - ?

DC

$$y = \frac{8}{7}x + \frac{2}{7}$$

$$2(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{9}{4}$$

$$2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{9}{4} = \frac{1}{2} - \frac{9}{4}$$

$$= -\frac{5}{4}$$

$$\frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$2 \cdot \frac{25}{16} - \frac{9}{4} = \frac{25}{8} - \frac{9}{4} = \frac{25}{8} - \frac{18}{8} = \frac{7}{8}$$

черновик  чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №      
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)