МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{tg(\angle BAC) = \frac{x^2 y^2}{y} = \frac{16x^2-16y^2}{4y}}$

$\frac{z}{4y} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $z = 2\sqrt{3}y$

$4x = 900$

$y > \frac{900}{4}$

$y < \frac{900}{6}$

$\cancel{CH^2 = 6^2y^2 + 3^2y^2 - 6\cdot 3y^2 \cdot}$

$\cancel{CH^2 = y^2(36+9-18) = 27y^2}$

$\cancel{CH = 3\sqrt{3}y}$

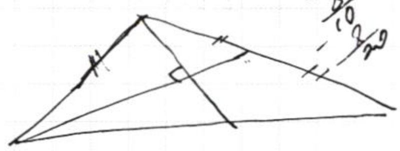
$\cancel{tg(\angle BAC) = \frac{CH}{AH} = \frac{3\sqrt{3}}{4}}$

$tg(\angle BAC) = \frac{CH}{AH} = \frac{2\sqrt{3}y}{3y} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{3}}}$

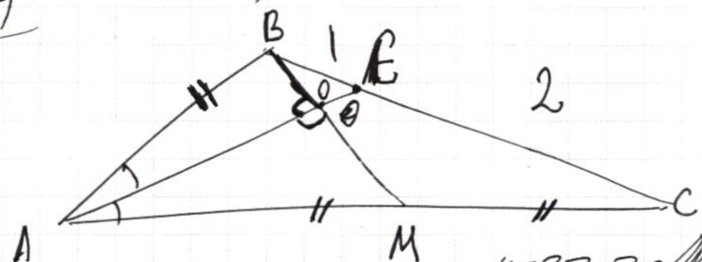
$900|4$, -8, 10, -8, 20, 225

$900|6$, 150

$900|\frac{6}{2}$



$\frac{y(x^2y^2)}{x}$



$300|4$, -28, 20, 75

$y = 3z, z \in \mathbb{N}$

$z < 150$

$z > 75$

74

$3x + y = 900$

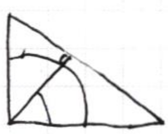
$2x < x + y$

$\cancel{2x > x+y \quad x > y}$ $x < y < 3x$

$\cancel{y > 3x}$

$y < 3x$

$z < x$



$\frac{12}{5}$

$\sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{\sqrt{24}}{3} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

$\begin{cases} x + z = 300 \\ z < x \\ 3z > x \end{cases}$

$\frac{EH}{CH} = ctg\,\alpha$

$CH = EH \cdot tg\,\alpha =$

$x^2 = 46 + \cancel{...} - 32$

$y^2 = \frac{8}{3}y^2$

$c^2 = a^2 + b^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$a^2 = h^2 + x^2$

$b^2 = h^2 + y^2$

$2h^2 = 2xy$

$h^2 = xy$

$h = \frac{ab}{c}$

~~№10~~
№1

Пусть q – частное геометрической прогрессии, тогда:

$b = a \cdot q$, $c = a \cdot q^2$. Обозначим четвёртый член прогрессии за d, тогда (1) $d = a \cdot q^3$. Однако по условию, d – корень $ax^2 - 2bx + c = 0$.

(I) $a \neq 0$: $ax^2 - 2aq + aq^2 = 0$

Дискриминант: $D = (-2aq)^2 - 4a \cdot aq^2 = 4a^2q^2 - 4a^2q^2 = 0$

$d = \frac{2aq}{2a}$

$d = q$ (2)

Приравняем (1) и (2) по d, получим: $aq^3 = q$

$q(aq^2 - 1) = 0$

$q = 0$ или $aq^2 - 1 = 0$

$\underline{c = a \cdot 0^2 = 0}$

$aq^2 = 1$

$\underline{c = aq^2 = 1}$

(II) $a = 0$: в случае, если $a = 0$, все члены геометрической прогрессии тоже равны нулю. Уравнение из условия имеет бесконечное множество решений, одно из которых 0, что удовлетворяет условию. Раз все члены равны нулю, то и третий равен нулю.

Ответ: 0 ; 1

№3

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{(y-1)(x-6)} & (1) \\ (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 & (2) \end{cases}$$

Условие существования (1): $\begin{cases} x - 6y \geq 0 & (1.1) \\ (y-1)(x-6) \geq 0 & (1.2) \end{cases}$

Введём замену: $t = x - 6$ и $p = y - 1$, $\begin{cases} t - 6p \geq 0 & (1.3) \\ tp \geq 0 & (1.4) \end{cases}$, тогда (1) и (2) примут вид:

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$ax+b\le 5$

$\frac{a}{2}+b=4$

$a+b=5$

$-\frac{a}{2}=-1$

$a=2,\ b=3$

$2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+3=2$

Ответ $(2;3)$

$273y^4-138x^2y^2+9x^4=0\ |:3$

$91y^4-46x^2y^2+3x^4=0$

$91=7\cdot 13$

$(15y^2-3x^2)^2=16\cdot 3y^2(x^2-y^2)$

$225y^4-90x^2y^2+9x^4=48y^2x^2-48y^4$

$46\times46=276+184=2116$, 1092, $1024=2^{10}$

$9x^2=36y^2+x^2-y^2-\sqrt{3}\cdot 6y\sqrt{(x-y)(x+y)}$

$\cancel{8x^2-35y^2}$

$35y^2-8x^2=6y\sqrt{3(x-y)(x+y)}$

$(35y^2-8x^2)^2=36y^2\cdot 3(x^2-y^2)$

$35^2y^4-35\cdot 16x^2y^2+64x^4=-36\cdot 3y^4+36\cdot 3x^2y^2$

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=[p/2]$

$f(2)=1$

$f(3)=1$ $f(7)=$

$f(5)=2$

$f(x/y)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)<0$

$\sqrt{\frac{29}{32}}$

$\forall p>2,\ f(p)=\frac{p-1}{2}$

$\log_k(ab)=\log_k a+\log_k b$

$\log_k(p)=\frac{p-1}{2}$

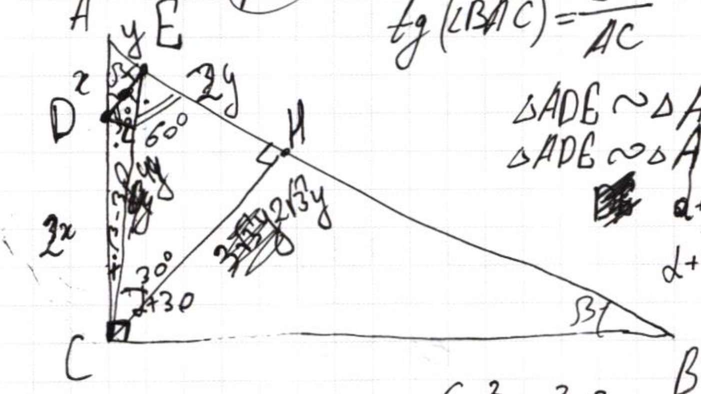
$2\log_k(p)=p-1$

$p^2=k^{p-1}$

$138\,|\,3$, $46=2\cdot 23$

$32\times 9=288$

нет. фалеса



$tg(\angle BAC)=\frac{BC}{AC}$

$\triangle ADE\sim\triangle ABC$

$\triangle ADE\sim\triangle ACH$

$\alpha+\beta=90\Rightarrow\alpha=90-\beta$

$\alpha+90+30+x=180$

$90-\beta+90+30+x=180$

$x=\beta-30$

$90-(\beta-30)=90-\beta+30=120-\beta$

$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x^2=y^2+DE^2$ $DE^2=x^2-y^2$

$16x^2=16y^2+CH^2$ $9x^2=36y^2+x^2-y^2-2\left(\sqrt{x^2-y^2}\right)6y\sqrt{3}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№3 (продолжение)

$$\begin{cases} t-6p=\sqrt{tp} & (3) \\ t^2+2p^2=18 & (4) \end{cases}$$

Т.к. $t-6p \geq 0$, можем возвести обе части (3) в квадрат. Получим:

$$t^2-13tp+36p^2=0 \quad (5)$$

$$t=\frac{13p+\sqrt{13p^2-4\cdot 36p^2}}{2} \quad \text{или} \quad t=\frac{13p-\sqrt{13p^2-4\cdot 36p^2}}{2}$$

$$t=\frac{13p+5|p|}{2} \qquad\qquad t=\frac{13p-5|p|}{2}$$

Рассмотрим все возможные случаи:

① $\begin{cases} t=\frac{13p+5|p|}{2} \\ p\geq 0 \end{cases}$

$t=9p$

(1.3) и (1.4) выполняются

Из (4): $81p^2+2p^2=18$

$p=\sqrt{\frac{18}{83}}$

$y=\sqrt{\frac{18}{83}}+1$

$x=9\sqrt{\frac{18}{83}}-6$

(1.1) и (1.2) выполняются, значит

$\left(9\sqrt{\frac{18}{83}}-6;\ \sqrt{\frac{18}{83}}+1\right)$ - корень уравнения

② $\begin{cases} t=\frac{13p+5|p|}{2} \\ p<0 \quad (6) \end{cases}$

$t=9p$

Из (6) и (1.3):

$\begin{cases} p<0 \\ 3p\geq 0 \end{cases}$

Корней нет

③ $\begin{cases} t=\frac{13p-5|p|}{2} \\ p<0 \end{cases}$

$t=4p$

(1.3) и (1.4) выполняются

Из (4): $16p^2+2p^2=18$

$p=-1$

$y=0$

$x=2$

(1.1) и (1.2) выполняются, значит

$(2;0)$ - корень уравнения

④ $\begin{cases} t=\frac{13p-5|p|}{2} \\ p\geq 0 \ (7) \end{cases}$

$t=4p$

Из (1.3) и (7):

$\begin{cases} p\geq 0 \\ 4p-6p\geq 0 \end{cases}$

$\{p\geq 0$

Ⅰ $p\geq 0$: $t=\frac{13p+5p}{2}$ или $t=\frac{13p-5|p|}{2}$

$t=9p$

Из (4) $81p^2+2p^2=18$

$p=\sqrt{\frac{18}{83}}$

$t=4p$

Из (1.3): $4p-6p\geq 0$

$-2p\geq 0$

т.к. $p\geq 0$, имеем

$p=0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

$y=\sqrt{\frac{18}{83}}+1$

$x=9\sqrt{\frac{18}{83}}+6$

$t=0$
$x=6$
$y=1$

Обе пары $(x;y)$ удовлетворяют (1.2) и (1.1)

II $p<0$: $t=\frac{13+5p}{2}$ или $t=\frac{13-5p}{2}$

$t=9p$ $\qquad$ $t=4p$

Из (4) ~~$81p^2+2p^2=18$~~ $\qquad$ Из (4) $18p^2=18$

$p=-1$

$y=0$

$x=2$

Из (1.3): $9p-6p\geq 0$

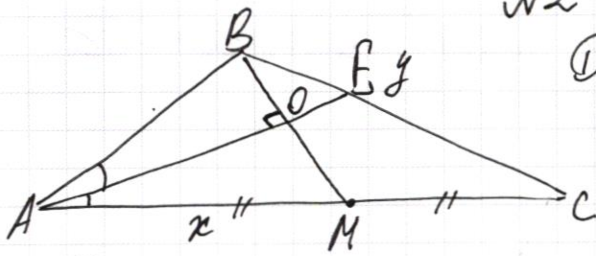
$3p\geq 0$

Однако $p<0$, значит корней нет

$(2;0)$ удовлетворяет (1.1) и (1.2)

Ответ: $(2;0)$, $(6;1)$, $\left(9\sqrt{\frac{18}{83}}+6;\ \sqrt{\frac{18}{83}}+1\right)$

№2



① AO — общая
$\angle OAM=\angle OAB$ т.к. AE — биссектриса
$\angle AOB=\angle AOM=90^\circ$ по условию $\Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta AOB=\Delta AOM \Rightarrow AB=AM=\frac{AC}{2}$

Обозначим AM за x, а BC за y, тогда периметр ΔABC будет $3x+y$. Т.к. 2 меньшие стороны треугольника должны быть в сумме больше большей, имеем $\begin{cases} x<y \\ y<3x \end{cases}$

По условию имеем систему: $\begin{cases} 3x+y=900 & (1) \\ x<y<3x & (2) \end{cases}$

~~Выразим x из (1) и подставим в (2): $x=300-\frac{y}{3}$~~

~~$300-\frac{y}{3}<y<900-y \quad |+y$~~

~~$300+\frac{2}{3}y<2y<900 \quad |\cdot\frac{3}{2}$~~

~~$450\ 300+y<3y<900 \quad |-y$~~

~~$450\ 300<2y<900$~~

Заметим, что при $y=x$, $y=\frac{900}{4}=225$, но ~~по условию~~ из (2) $y>x$, значит $y>225$

Аналогично получаем, что при $y=3x$, $y=\frac{900}{2}=450$, но $y<3x$, значит $y<450$.

Получаем, что $\begin{cases} 3x+y=900 & (3) \\ 225<y<450 & (4) \end{cases}$

Каждому значению соответствует единственное значение x. Заметим, что т.к. $3x$ делится на 3 и 900 делится на 3, то и y должен делиться на 3. Пусть $z=y/3$, $z\in\mathbb{Z}$, тогда:

$$\begin{cases} x+z=300 & (5) \\ 75<z<150 & (6) \end{cases}$$

Система из (5) и (6) имеет столько же решений, сколько система из (3) и (4), т.к. каждому z соответствует единственный y. Система же (5)-(6) имеет $150-75-1=74$ решения, т.к. z может быть любым натуральным числом больше 75 и меньше 150

Ответ: 74.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

~~Заметим, что чтобы выполнялась правая часть неравенства из условия для всех $x \in [-\frac{1}{2}; 1]$~~

Обозначим $f(x) = 8x - 6|2x-1|$ и $g(x) = -8x^2+6x+7$, и $k(x) = ax+b$

Заметим, что чтобы выполнялось $ax+b \leq g(x)$, $ax+b$ должно быть меньше уравнения прямой проходящей через точки $(-\frac{1}{2}; g(-\frac{1}{2}))$ и $(1; g(1))$. Обозначим эту прямую за $h(x)$. $g(-\frac{1}{2}) = 2$; $g(1) = 5$. Нетрудно заметить, что через точки $(-\frac{1}{2}; 2)$ и $(1; 5)$ проходит прямая $h(x) = 2x+3$.

Рассмотрим теперь $f(x)$. По определению модуля раскроем его:

$$f(x) = \begin{cases} -4x+6, & x \geq \frac{1}{2} \\ 20x-6, & x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Заметим, что при $x \geq \frac{1}{2}$ функция ~~возра~~ убывает, а при $x \leq \frac{1}{2}$ возрастает. Значит максимум функции $f(x)$ находится при $x = \frac{1}{2}$. Чтобы выполнялось $k(x) \geq f(x)$ как минимум должно выполняться

$$k\left(\frac{1}{2}\right) \geq f\left(\frac{1}{2}\right) = -4 \cdot \frac{1}{2} + 6 = 4$$

Тогда, чтобы неравенство из условия выполнялось для всех $x \in [-\frac{1}{2}; 1]$, как минимум должно выполняться

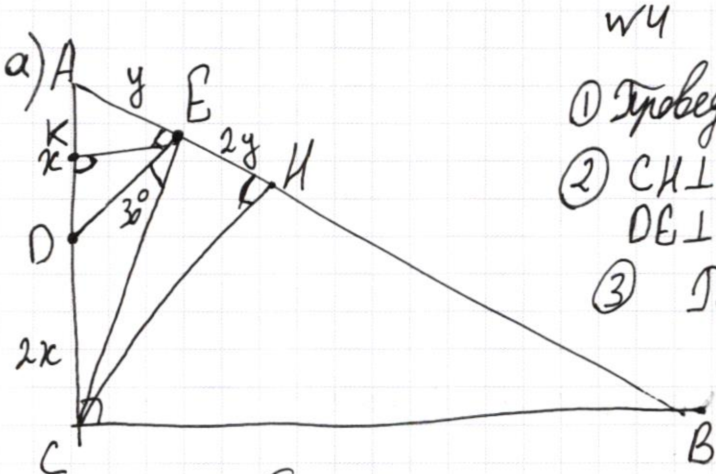
$$\begin{cases} k\left(\frac{1}{2}\right) \geq 4 \\ k(x) \leq h(x) \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} a \cdot \frac{1}{2} + b \geq 4 \\ ax+b \leq 2x+3 \end{cases}$$

$$\cancel{\begin{cases} a\frac{1}{2}+b \geq 4 \\ a \leq 2, \\ b \leq \end{cases}} \quad \begin{cases} \frac{a}{2}+b \geq 4 \\ a \leq 2 \\ b \leq 3 \end{cases}$$

Система имеет только одно решение $a=2$ и $b=3$

Ответ: $(2; 3)$

№4

а) 

① Проведём высоту CH в $\triangle ABC$

② $\left.\begin{matrix} CH \perp AB \\ DE \perp AB \end{matrix}\right| \Rightarrow DE \parallel CH$

③ По теореме Фалеса для угла $\angle CAB$, т.к. $DE \parallel CH$, $\frac{AE}{AH} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

Обозначим AD за x, а AE за y, тогда $DC = 2x$, $EH = 2y$.

④ $\angle CEH = 90° - \angle CED = 60°$

⑤ $CH = EH \cdot tg(\angle CEH) = 2y \cdot tg(60°) = 2\sqrt{3}\, y$

⑥ $tg(\angle BAC) = tg(\angle HAC) = \frac{CH}{AH} = \frac{2\sqrt{3}\, y}{3y} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Ответ: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

б) ① По т. косинусов в $\triangle DEC$: $DC^2 = DE^2 + EC^2 - 2 \cdot DE \cdot EC \cdot \cos\angle DEC$

$\cancel{4x^2}$ $4x^2 = (x^2 - y^2) + (4y^2 + 12y^2) - \sqrt{(x^2 - y^2)} \cdot \cancel{2} \cdot 4y \cdot \sqrt{3}$

$4x^2 = x^2 - y^2 + 16y^2 - 4\sqrt{3} \cdot y \cdot \sqrt{x^2 - y^2}$

$(15y^2 - 3x^2)^2 = 16 \cdot 3y^2 (x^2 - y^2)$

$3x^4 - 46x^2y^2 + 91y^4 = 0$

$x^2 = \frac{46 - 32}{6} y^2$

$x = \frac{4\sqrt{6}}{3} y$, т.е. $y = \frac{3}{4\sqrt{6}} x = \frac{3\sqrt{6}}{24} x = \frac{\sqrt{6}}{8} x$

② KE – высота в $\triangle EDC$. $KE = \frac{DE \cdot AE}{AD} = \frac{y\sqrt{(x^2 - y^2)}}{x} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{8} x \sqrt{\left(x^2 - \frac{6}{64} x^2\right)}}{x} =$

$= x \cdot \frac{\sqrt{6}}{8} \cdot \sqrt{\frac{58}{64}} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{58}}{64} x = \frac{\sqrt{3 \cdot 29}}{32} x$

③ $S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} DC \cdot KE = \frac{\sqrt{3 \cdot 29}}{64} x \cdot 2x = \frac{\sqrt{3 \cdot 29}}{32} x^2$, т.к. по условию $AC = \sqrt{7}$,

~~DC~~ $x = \frac{\sqrt{7}}{3}$, значит: $S_{\triangle DEC} = \frac{\sqrt{3 \cdot 29}}{32} \cdot \frac{7}{9} = \frac{7\sqrt{87}}{288}$

Ответ: $\frac{7\sqrt{87}}{288}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

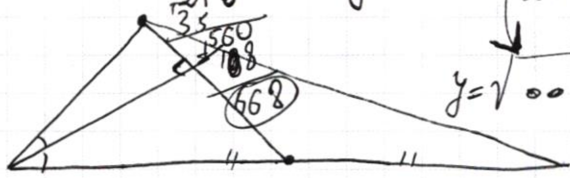
$35 \times 35 = 175 + 105\cdot 10 = 1225$

$1225 + 108 = 1333$

$36 \times 3 = 108$

$35 \times 16 = 210 + 350 = 560$

$560 + 108 = 668$



$1333y^4 - 668x^2y^2 + 64x^4 = 0$

$y^2 = \dfrac{668 \pm \sqrt{668^2 - 4\cdot 64\cdot 1333}}{2666}\cdot x^2$

$y = \sqrt{\dots}\cdot x$

$x(y-1) - 6(y-1) = (y-1)(x-6)$

$xy - 6y - x + 6 \geq 0$

$\boxed{x - 6y \geq 0}$

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$$

$(x-6)^2 \quad x^2 - 12x + 36 + 2(y^2 - 2y + 1) = 18$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \quad \Big| \cdot \frac{1}{2}$

$\dfrac{(x-6)^2}{2} + (y-1)^2 = 3^2$

$\uparrow^2 \quad x^2 - 12xy + 36y^2 = xy - 6y - x + 6$

$t^2 = 18 - 2p^2$

$t = \pm\sqrt{18 - 2p^2}$

Замена: $t = x - 6$
$p = y - 1$

$x - 6y = \sqrt{(y-1)(x-6)}$

$13 \times 3 = 39$, $13 \times 13 = 169$, $36 \times 4 = 144$

$169 - 144 = 25 = 5^2$

$x - 6y = t - 6p$

$x - 6 - 6y + 6 = x$

$(x-6y)^2 = (x-6)(y-1)$

$tp \geq 0$

$t - 6p \geq 0$

$$\begin{cases} t - 6p = \sqrt{tp} \\ t^2 + 2p^2 = 18 \end{cases}$$

$t = \sqrt{tp} + 6p$

$(\sqrt{tp} + 6p)^2 + 2p = 18$

$t^2 - 12tp + 36p^2 = tp$

$t^2 - 13tp + 36p^2 = 0$

$t = \dfrac{13p \pm \sqrt{13^2p^2 - 4\cdot 36p^2}}{2} = \dfrac{13p \pm 5p}{2}$

(1) $t = 9p$

~~$3p = \sqrt{9p^2}$ $3p = 3|p|$~~

$81p^2 + 2p^2 = 18$

$83p^2 = 18 \Rightarrow p^2 = \dfrac{18}{83}$

$|p| = \sqrt{\dfrac{18}{83}}$ $\quad p \geq 0$

$t = \dfrac{9\cdot 18}{83}$

$x = \dfrac{9\cdot 18}{83} + 6$

$y = \dfrac{18}{83} + 1$

(2) $t = 4p$

$16p^2 + 2p^2 = 18$

~~$|p| = 1$~~

$p^2 = 1$

$p = -1 \quad t = -4$

$x - 6 = 4\cdot(-1) = -4 \Rightarrow x = 2$

$y = p + 1 = 0$

$(2;0)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

~~d-разность~~

~~$b=a+d$~~

~~$c=a+2d$~~

~~$ax^2-2(a+d)x+a+2d=0$~~

~~$D=(2(a+d))^2-4a(a+2d)=$~~

~~$=4a^2+8ad+4d^2-4a^2-8ad=4d^2\geq 0$~~

$\sqrt{D}=2|d|$

~~$x=\frac{2(a+d)\pm 2|d|}{}$~~

~~$b=ad$~~

~~$c=ad^2$~~

$b=aq$

$c=aq^2$

$b=0$

$c=0$

$-2bx+c=0$

$x=\frac{c}{2b}=\frac{aq^2}{2aq}=\frac{q}{2}$

$ax^2-2aq\,x+aq^2=0$

$D=4a^2q^2-4a^2q^2=0$

$x=\frac{2aq}{2a}=q$

$x=aq^3=q$

$aq^3=q$

$q(aq^2-1)=0$

$q=0$

$aq^2-1=0$

$c=a\cdot 0^2=0$

$x_в=\frac{-6}{-16}=\frac{3}{8}$

-6

$aq^2=1$

$c=aq^2=1$

$y_в=-\frac{8\cdot 9}{8^2}+6\cdot\frac{3}{8}+7=-\frac{9}{8}+2\cdot\frac{9}{8}+7=$

$=\frac{7+9\cdot 8}{8}=8{,}125$

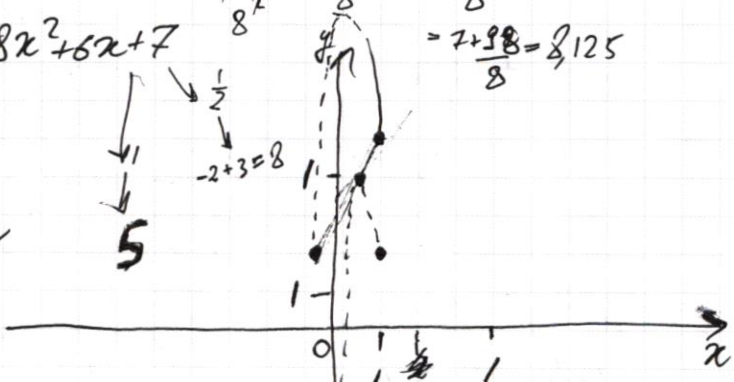
$8x-6|2x-1|\leq ax+b\leq -8x^2+6x+7$

$\frac{1}{2}$

$-2+3=8$

1

5



$2x-1$

$8x-12x+6,\ x\geq\frac{1}{2}$ → 1 → 2

$-4x+6,\ x\geq\frac{1}{2}$

$8x+12x-6,\ x\leq\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}\to -\frac{8}{4}+-3+7=2$

$20x-6,\ x\leq\frac{1}{2}$ → $-\frac{1}{2}\to -16$

$-16\leq -\frac{a}{2}+b\leq 2\ |\cdot(-2)$

$4\leq\frac{a}{2}+b\leq 8\ |\cdot 2$

$2\leq a+b\leq 5$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)