# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа $a$, $b$, $c$ являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа $a$, $b$, $c$ не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике $ABC$ на катете $AC$ и гипотенузе $AB$ отмечены точки $D$ и $E$ соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла $BAC$, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника $CED$.

5. [5 баллов] Окружности $\Omega$ и $\omega$ касаются в точке $A$ внутренним образом. Отрезок $AB$ – диаметр большей окружности $\Omega$, а хорда $BC$ окружности $\Omega$ касается $\omega$ в точке $D$. Луч $AD$ повторно пересекает $\Omega$ в точке $E$. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех $x$ на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция $f$ определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел $a$ и $b$ из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа $p$ ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее $x$). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Пусть знаменатель прогрессии равен $q$. Тогда $b = aq$, $c = aq^2$, четвёртый член равен $aq^3$. Тогда

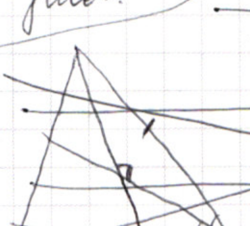
$a^3q^6 + 2a^2q^4 + aq^2 = 0$ (просто подст. числа). Это раскладывается как $aq^2 \cdot (aq^2+1)^2$. Отсюда $c = aq^2$ либо $0$, либо $-1$. Но (по ответу на вопр. по условию) $a \neq 0$ и $q \neq 0$, так что ~~aq~~ $c = -1$.

Ответ: $-1$.

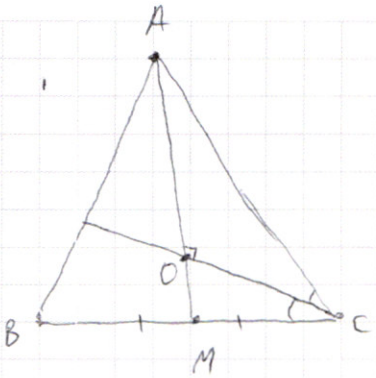
№2.

Пусть биссектриса $\perp$ медиане, проведённой из вершины того же угла: Тогда, как видно из рисунка, угол, отм. одной дугой, больше $90°$, т.е.

какой-то угол $\Delta$ больше $180°$ (ведь „одна дуга" - половина угла), противоречие. Значит, медиана и биссектриса проведены из вершин разных углов.



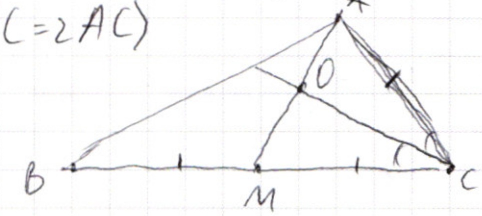
~~Пусть сторона, середина которой является концом медианы, вдвое больше другой стороны. Тогда биссектриса угла между этими сторонами перпендикулярна медиане~~



Пусть это так (точки обозн. на рисунке). Тогда $CO \perp AM$, $\angle ACO = \angle MCO \Rightarrow AC = MC$, т.е. $BC$ вдвое больше $AC$. Таким образом, если для $\Delta$ это выполнено (медиана $\perp$ бис.), то одна его сторона вдвое больше другой.

Пусть в $\Delta$ одна сторона вдвое больше другой.

(на рис. $BC = 2AC$)



(точки обозн. на рисунке). Если (как на рис.) провести медиану и биссектрису, $CO$ будет бис. и б $\Delta AMC$, т.е. $CO \perp AM$ и бис. $\perp$ медиане.

Итак, в $\Delta$ медиана $\perp$ бис. $\Leftrightarrow$ одна сторона вдвое больше другой.

Заметим, что пара сторон, одна из которых вдвое больше другой, может быть только одна (т.к. $4a \geq a + 2a$), кроме случая, когда у $\Delta$ стороны $a$, $2a$ и $2a$ (т.к. в ещё одном не опис. выше случае $-$ $a$, $a$ и $2a$ $2a \geq a + a$, не подх.).

Пусть, БОО, $BC = 2AC$ в $\Delta ABC$ (по вышеск., мы посчитаем каждый $\Delta$ только 1 раз, ведь в $\Delta$ со сторонами $a$, $2a$ и $2a$ (ед. "плохой") способы выбрать 2 стороны, отл. вдвое, симметричны).

~~Пусть тогда $AC = a$. По нер-ву $\Delta$, $1200 > 3a \geq 600$ (т.к. ещё и периметр 1200), то есть $400 > a > 200$. Вариантов длины $a$ получается 199. Универсальный пример - $\Delta$ со ст. $a$, $2a$ и $1200 - 3a$. Действительно, $3a > 1200 - 3a$ (т.к. $a > 200$);~~

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~1200 - 2a > 2a (т.к. a > 300), (т.к.~~

Пусть $AC = a$. Тогда $BC = 2AC = 2a$, $AB = 1200 - 3a$.

Должно выполняться:
$$\begin{cases} a < 1200 - a \Leftrightarrow a < 600 \\ 2a < 1200 - 2a \Leftrightarrow a < 300 \\ 3a > 1200 - 3a \Leftrightarrow a > 200 \\ 1200 - 3a > 0 \Leftrightarrow a < 400 \end{cases} \Leftrightarrow 200 < a < 300.$$

Отсюда $a$ от 201 до 299, т.е. вариантов $a$ 99.

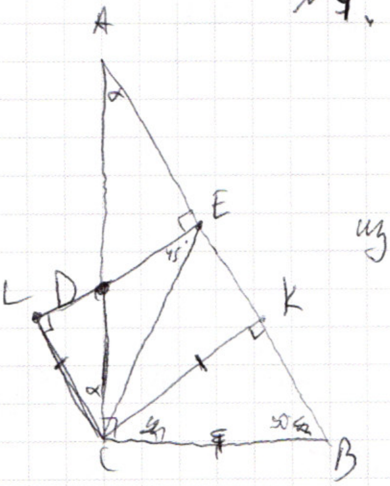
Пример: $\triangle ABC$, $AC = a$, $BC = 2a$, $AB = 1200 - 3a$. Т.к. в запис. выше неравенствах стоит знак „$\Leftrightarrow$", поэтому эти примеры подходят.

Значит, есть 99 таких треугольников (напомню, что у $\triangle$ сост. $a$, $2a$ и $2a$, $a$ одинаковое, и он посчитан 1 раз)

Ответ: 99.

№4.

$AD : DC = 3 : 2$




Заметим, что т.к. $\angle BED = 90°$, $EC$ – бис. $\angle BED$. Опустим из т. $C$ перпендикуляры $CK$ и $CL$ на $AB$ и $ED$ соотв.. $CK = CL$, т.к. $EC$ бисс. $\angle BED$.

Отметим $\angle BAC$ как $\alpha$. ~~Тогда~~ ~~$\angle ABE = 90° - \alpha$, $\angle BCK = \alpha$,~~ $CL \perp ED \perp AB \Rightarrow AB \parallel CL$, т.е. $\angle DCL = \alpha$. Пусть $\sin\alpha = a$, $\cos\alpha = b$. Тогда $CL = AC \cdot \frac{2}{5} \cdot b = AC \cdot a = CK$ ($\triangle CDL$ и $\triangle ACK$). То есть $\frac{2}{5} b = a$, и

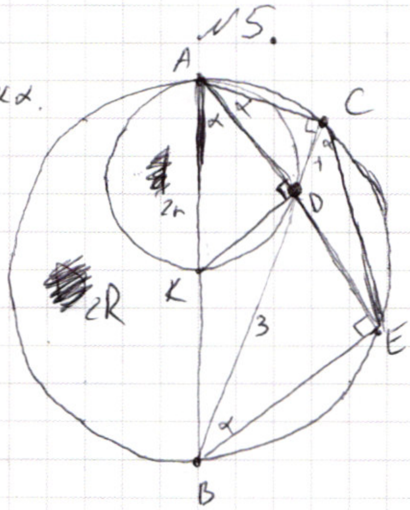
$tg\alpha = \frac{a}{b} = \frac{2}{5}$.

Ответ (а): $\frac{2}{5}$.

Если $AC=\sqrt{29}$. ~~[зачёркнуто]~~ Заметим, что, т.к. ~~[зачёркнуто]~~ $\frac{2}{5}b = a$, $\frac{4}{25}b^2+b^2=1$, т.е. $\frac{29}{25}b^2=1$, и $b=\frac{5}{\sqrt{29}}$, в то время как $a=\frac{2}{5}b=\frac{2}{\sqrt{29}}$. $CL = AC\cdot\frac{2}{5}b = 2$. $LE = CL$ (ведь $\triangle CLE$ имеет углы $90^\circ$, $45^\circ$ и $45^\circ$), и пл. $\triangle CLE = \frac{2\cdot 2}{2} = 2$. $LD$ же равно $\frac{2}{5}CL = \frac{4}{5}$, и пл. $\triangle CLD = \frac{4}{5}\cdot 2 : 2 = \frac{4}{5}$. Итак, пл. $\triangle CDE$ равна пл. $\triangle CLE$ − пл. $\triangle CLD = 2 - \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$.

Ответ (б): $\frac{6}{5}$.

№5.




Отм. угол $BAE$ как $\alpha$. По лемме Архимеда о сегменте, $E$ — сер. дуги $CEB$. Значит, $\angle EAC = \alpha$. Далее, по вписанности,

пусть $r$ — радиус $\omega$, $R$ — радиус $\Omega$. $K$ — пересеч. $AB$ и $\omega$.

$\angle EBC = \angle ECB = \alpha$. Заметим также, что т.к. $AB$ — диаметр $\Omega$, $\angle ACB = \angle AEB = 90^\circ$. ~~Пусть ... При гомотетии с центром в т. A и радиусом ... K перех. в B, D перех. в E, ω перех. в Ω (то, что нап. до этого следствие)~~

$\angle ADK = 90^\circ$, т.к. $AK$, очев., диаметр $\omega$.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть $\sin\alpha = a$, $\cos\alpha = b$. Тогда $AC = \frac{b}{a}$, $AD = \frac{1}{a}$, $AK = \frac{1}{ab}$, $DK = \frac{1}{b}$, $DE = 3a$, $BE = 3b$. Отсюда

$\frac{r}{R} = \frac{1}{a} : \left(\frac{1}{a} + 3a\right) = \frac{1}{b} : 3b$ (из подобия $\triangle AKD$ и $\triangle ABE$ в коэфф. $\frac{r}{R}$). Значит, $3b^2 = 3a^2 + 1 \Rightarrow 3(b^2 + a^2) + 1 = 6b^2$; но $b^2 + a^2 = 1$, так что $6b^2 = 4$, и $b^2 = \frac{2}{3}$, откуда $a^2 = \frac{1}{3}$.

Итак, $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Также вспомним, что

$\frac{R}{r} = 3b^2 = 2$, то есть радиусы $\Omega$ и $\omega$ отл. в 2 раза.

$AK = 2r = \frac{1}{ab} = \frac{3}{\sqrt{2}}$,

откуда $r = \frac{3}{2\sqrt{2}}$, $R = \frac{3}{\sqrt{2}}$.

$BC = 4$, $AE = 3a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$, $\sin\angle ADC = \sin 90^\circ - \alpha = \cos\alpha = b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. $S$ четыр. $BACE = \frac{BC \cdot AE \cdot \sin\angle ADC}{2} = \frac{4 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{2} = 4\sqrt{2}$.

Ответ: $\frac{3}{2\sqrt{2}}$, $\frac{3}{\sqrt{2}}$, $4\sqrt{2}$.

№7.

Заметим, что т.к. $f(1) = f(1) + f(1)$, $f(1) = 0$. Заметим, что тогда $f(a \cdot \frac{1}{a}) = f(a) + f(\frac{1}{a}) = 0$ (ведь $\frac{a}{a} = 1$), поэтому $f(\frac{1}{a}) = -f(a)$. Это значит, что $f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$.

Запишем $f(n)$ для всех нат. $n$ от 1 до 21.

$f(1)=0$

Для простых: $f(2)=1$ Для сост.: $f(4)=f(2)+f(2)=2$

$f(3)=1$ $f(6)=f(2)+f(3)=2$

$f(5)=2$

$f(7)=3$ $f(8)=f(2)+f(2)+f(2)=3$

$f(11)=5$ $f(9)=f(3)+f(3)=2$

$f(13)=6$ $f(10)=f(2)+f(5)=3$

$f(17)=8$

$f(19)=9$ $f(12)=f(2)+f(2)+f(3)=3$

$f(14)=f(2)+f(7)=4$

$f(15)=f(3)+f(5)=3$

$f(16)=4f(2)=4$

$f(18)=f(2)+2f(3)=3$

$f(20)=2f(2)+f(5)=4$

$f(21)=f(3)+f(7)=4$

Итак, для разных знач. $f(n)$ получ. след. кол-ва чисел:

| $f(n)$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | другое |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| кол-во таких $n$ | 1 | 2 | 4 | 6 | 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

При $f(x)\neq f(y)$ либо $f(x)-f(y)<0$, либо $f(y)-f(x)<0$, поэтому любая пара чисел с неравными знач. функции ~~в них~~ от подходит (при чём только 1 способом: если $f(x)-f(y)<0$, то $f(y)-f(x)>0$).

Всего пар разл. чисел от 1 до 21 $\frac{21\cdot 20}{2}=210$. Пар разл. чисел с равными знач. $f$ ~~в~~ от них $0+\frac{2\cdot 1}{2}+\frac{4\cdot 3}{2}+\frac{6\cdot 5}{2}+\frac{4\cdot 3}{2}+$ $+0+0+0+0+0+0=1+6+15+6=28$. Значит, подх. пар $210-28=182$.

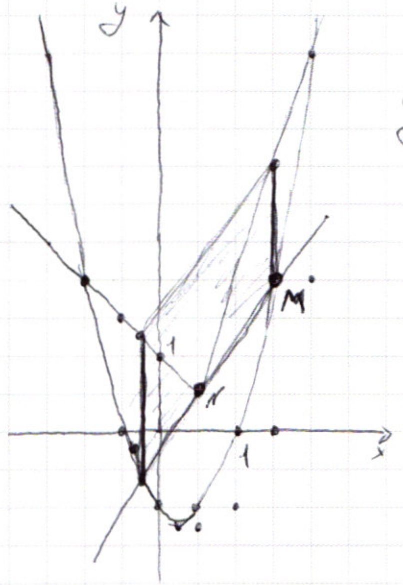
Ответ: 182.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.

Пусть $f(x) = 2x^2 - x - 1$, $g(x) = x + |2x - 1|$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $0$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $\frac{3}{2}$ | $2$ |
| $f(x)$ | $2$ | $0$ | $1\frac{1}{4}$ | $1$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{1}{2}$ (верш.) | $2$ | $\frac{7}{2}$ | $5$ |
| $g(x)$ | $2$ | $\frac{3}{2}$ | $-\frac{5}{8}$ | $-1$ | $-\frac{5}{4}$ (верш.) | $-1$ | $0$ | $2$ | $5$ |




Так как $ax+b$ — это ур-е прямой, $ax+b$ на отр. $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$ — это отрезок с концами на жирных отрезках.

Заметим, что прямая, проход. через максимально высокую точку на прямой, сод. левый жирный отрезок, проходящая через правый жирный отрезок, и ~~не лежащая~~ такая, что $\frac{a}{2} + b \le \frac{1}{2}$ (что обяз. должно быть выполнено для неравенства) — это прямая, проход. через $M$ и $N$, где $M = (\frac{3}{2}; 2)$, $N = (\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$. $\frac{a}{2} + b = \frac{1}{2}$; $\frac{3a}{2} + b = 2 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{4}$.

Тогда $-\frac{a}{4} + b = -\frac{5}{8}$, то есть наивысшая возм. точка

пересечения – нижний конец левого жирного отрезка. Значит,
нер-во выполнено может быть только для таких $a$ и $b$ ($a = \frac{3}{2}$, $b = -\frac{1}{4}$).

Как видно из графика, для таких $a$ и $b$ оно выполнено.

Ответ: $a = \frac{3}{2}$, $b = -\frac{1}{4}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y^2 \boxed{-4xy} + 4x^2 \boxed{-xy} + 2x + y - 2 = 0$

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$y^2 - 5xy + 4x^2 + 2x + y - 2 = 0$

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$4x^2 + y^2 - 5xy + 2x + y - 2 = 0$

$2x^2 + y^2 + 0xy - 4x - 4y + 3 = 0$

$2x^2 \quad - 5xy + 6x + 5y + 1 = 0$

$4x^2 + 2y^2 - 8x - 8y + 6$

$4x^2 + y^2 - 5xy + 2x + y - 2$

$y^2 + 5xy - 6x - 9y + 8$

$\boxed{2x^2 - 5xy + 6x + 5y + 1 = 0}$

$y^2 + 5xy - 6x - 9y + 8 = 0$

при отр. x при ув. y растёт

при отр. y при ув. x падает

$f(ab) = f(a) + f(b)$

~~f(0)=~~

$f(1) = 0$

~~$\frac{21 \cdot 20}{2} = 210$~~

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) =$

$= f(x) - f(y)$

$f(a) = -f\left(\frac{1}{a}\right)$

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 7 | 14 | 11 | 13 | ~~8~~ | 17 | 19 |
| | 3 | 5 | 8 | 16 | | | | | |
| | | 6 | 18 | 20 | | | | | |
| | | 9 | 12 | 21 | | | | | |
| | | | 15 | | | | | | |
| | | | 18 | | | | | | |

все пары, кроме сост. в 1

| 1 | 2 | 4 | 6 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 6 | 15 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 |

21 мини. пар

210 норм. пар

Всего 182 пары

$f(2) = 1$

$f(3) = 1$

$f(4) = 2$

$f(5) = 2$

$f(6) = 2$

$f(7) = 3$

$f(8) = 3$

$f(9) = 2$

$f(10) = 3$

$f(11) = 5$

$f(12) = 3$

$f(13) = 6$

$f(14) = 4$

$f(15) = 3$

$f(16) = 4$

$f(17) = 8$

$f(18) = 3$

$f(19) = 9$

$f(20) = 4$

$f(21) = 4$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

произв. $4x-1$

произв. $3$ при $x \geq \frac{1}{2}$

произв. $-1$ при $x < \frac{1}{2}$

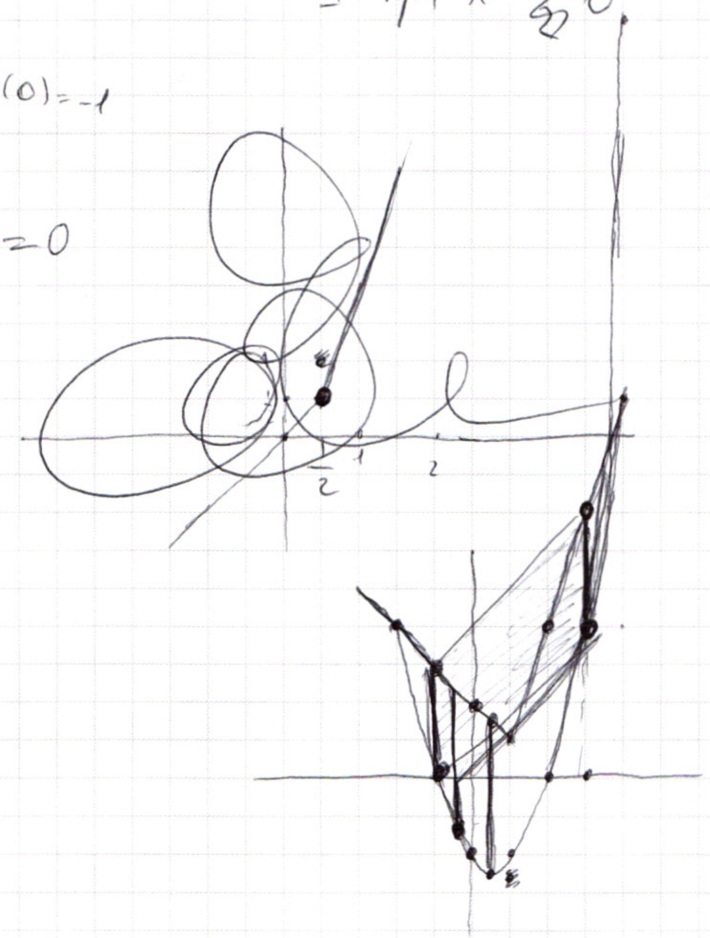
при $x = \frac{1}{2}$ не опр.

$4x-1=3$ при $x=1$

$4x-1=-1$ при $x=0$

$f(0)=-1$

$f(1)=0$




$\frac{1}{8}-\frac{1}{4}-1$

$2\cdot 4-2-1$

$2+1-1$

$\frac{2}{16}+\frac{1}{4}-1=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-1=-\frac{5}{8}$

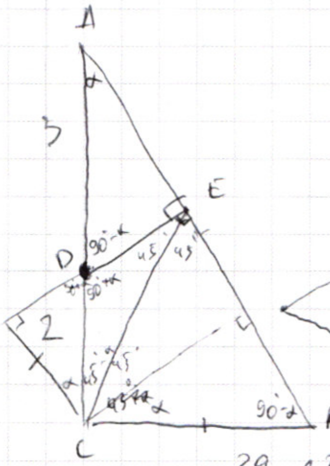
$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ $\quad \frac{3}{2}, 2$

$\frac{a}{2}+b=\frac{1}{2}$ $\quad \frac{3a}{2}+b=2$

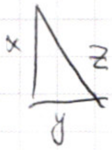
$a=\frac{3}{2}$ $\quad b=-\frac{1}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)



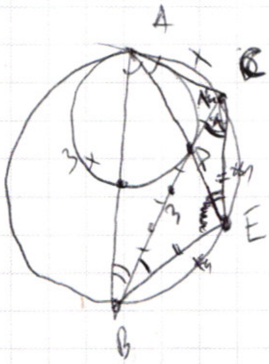
$$y=\frac{2}{3}x\cdot\frac{x}{z}$$



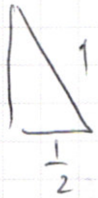
$$y=\frac{2}{3}\,\frac{x^2}{z}$$

$$b^2+\frac{4}{25}b^2=1 \qquad \frac{29}{25}b^2=1 \qquad b=\frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$x^2+y^2=z^2$$



$$\frac{\sqrt3}{2}$$



$$y=\frac{2}{3}\,\frac{z^2-y^2}{z}$$

$$1=\frac{2}{3}\,\frac{z^2-y^2}{yz} \qquad z=1$$

$$\frac{z^2-y^2}{yz}=1{,}5$$

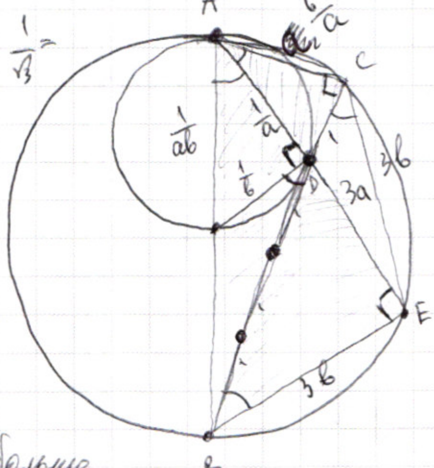
$$1-y^2=1{,}5y \qquad \frac{1-y^2}{y}=1{,}5$$

$$\frac{2\sqrt3\cdot4}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt3}=$$

$$=4$$

$$y^2+1{,}5y-1=0$$

$$\left[\begin{array}{l}y=0{,}5\\ y=-2 \text{ — бессмысл.}\end{array}\right.$$



$$\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1 \qquad y=\frac{1}{2}$$

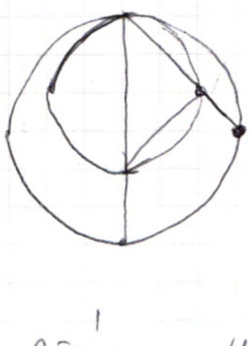
$\sin\alpha=a$
$\cos\alpha=b$

$$\frac{r}{R}=\frac{1}{b}:3b=\frac{1}{3b^2}$$

R вдвое больше r

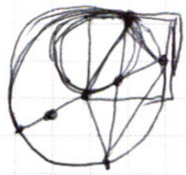
$$r=\frac{1}{ab}=\frac{3}{\sqrt2}$$

$$R=3\sqrt2$$



$$\frac{R}{r}=\frac{1}{3b^2}=\frac{1}{3\cdot\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}$$

$$3a^2 \qquad a=b\ \left(=\frac{1}{\sqrt2}\right)$$



$$\frac{1}{b}:3b=$$

$$3b^2=3a^2+1$$

$$=\frac{1}{a}:\left(3a+\frac{1}{a}\right)$$

$$b=\sqrt{\frac{2}{3}} \qquad a=\frac{1}{\sqrt3} \qquad \frac{4}{3}=2b^2 \qquad b^2=a^2+\frac{1}{3} \qquad a^2+b^2+\frac{1}{3}=2b^2$$

$$b^2=\frac{2}{3} \qquad a^2=\frac{1}{3}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a, b, c$

$a, aq, aq^2$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$

$ax^2+2aqx+aq^2=0$

$x=aq^3$

$a^3q^6+2a^2q^4+aq^2=0$

~~при $a\neq0$~~

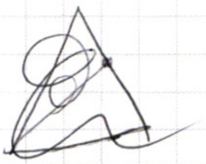
~~$a^3 a^2q^6+2aq^4+aq^2=0$~~

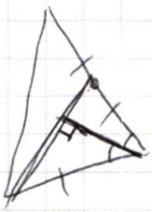
поделим на $aq^2$

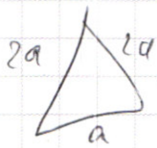
$a^2q^4+2aq^2+1=0$

$(aq^2+1)^2\cdot aq^2=0$

$$\left[\begin{array}{l} aq^2=-1 \\ aq^2=0 \end{array}\right.$$








← норм

2a

a

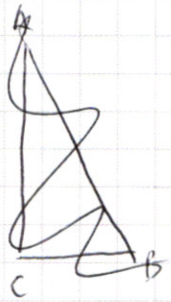
2a

a

4a ← невозм.

~~3a ≤ 600~~

~~a ≤ 200~~




$1200>3a>600$

$\Downarrow$

$400>a>200$

от 201 до 399

~~200~~ 199 чисел