МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

© МФТИ, 2022

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

a, b, c – ГП $\Rightarrow \exists\ b = qa \quad c = q^2 a \Rightarrow$

$ax^2 - 2bx + c = 0 \iff ax^2 - 2aqx + aq^2 = 0$

1) $a \neq 0,\ q \neq 0$ $\quad x = q \pm \sqrt{a^2q^2 - a^2q^2} = q$

$\Rightarrow$ 4-ый член ГП – q $\Rightarrow$ ГП: $a \quad qa \quad q^2a \quad q$ $\Rightarrow q = q^3 a \overset{q\neq 0}{\iff}$

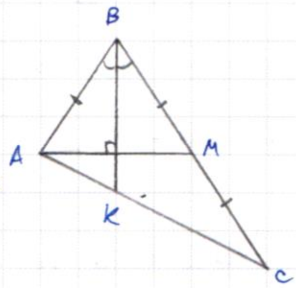
$q^2 a = 1 \Rightarrow c = 1$

2) $a = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow b = c = 0 \Rightarrow$ $\forall x \in \mathbb{R}$ – корень $ax^2 - 2bx + c = 0$ $\Rightarrow$ берём $x \neq 0$ W

3) $a \neq 0,\ q = 0 \Rightarrow a = a,\ b = 0 = c \Rightarrow ax^2 = 0 \quad x = 0 \Rightarrow$ всё сходится $\Rightarrow c = 0$

Ответ: 0 или 1.

№2



Рассмотрим $\triangle ABC$: BK – биссектр $\angle ABC$, AM – медиана к BC

$BK \perp AM \Rightarrow$ по Т (Признак равнобедренного $\triangle$ (о ≡ выс и бис)):

$\triangle ABM$ – р/б (равнобедр) $\Rightarrow AB = BM = MC = a$, $AC = b$

по условию задачи: $P = 3a + b = 900$.

Применим Т (Неравенство $\triangle$): $\overbrace{\text{сумма}}^{\text{длин}}$ 2-х сторон > длины 3-ей ст.

$\Rightarrow$ ① $3a > b$: ~~...~~ $\iff 3a > 900 - 3a \iff$

$\iff a > 150$

② $a + b > 2a \iff b > a \iff 900 - 3a > a \iff a < \frac{900}{4} = 225$

③ $2a + b > a$ – очевидно

$\Rightarrow a \in (150; 225) \Rightarrow a \in [151; 224] \Rightarrow$ всего 74 различных $\triangle$ (т.к. b задаётся однозначно через a) $\Rightarrow$ Отв: 74

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 1
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№3

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-6)-6(y-1)=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2-18=0 \end{cases}$$

| Замена $a=x-6$, $b=y-1$ $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$$

ОДЗ: $ab\geq 0 \Rightarrow$ 1) $a=0 \Rightarrow a^2+2b^2=18 \Rightarrow b\neq 0 \Rightarrow a-6b=0$ W $\Rightarrow a\neq 0$ 2) $b=0 \Rightarrow$ из 1ого: $a=0 \Rightarrow$ W со 2ым $\Rightarrow b\neq 0$

$\Rightarrow ab>0 \Rightarrow$ a и b одного знака

~~Пусть $a>0$, $b>0$ $\Rightarrow$ 1) $a-6b=\sqrt{ab}\leq \frac{a+b}{2} \Rightarrow a\leq 13b$~~

~~2) $a^2+2b^2-18=0$ $a^2\geq 0$ $b^2\geq 0$ $\Rightarrow a^2<25 \Rightarrow |a|<5 \overset{a>0}{\Rightarrow}$ $\Rightarrow a<5$~~

~~$2b^2\leq 18 \Rightarrow b^2\leq 9 \overset{b>0}{\Rightarrow} b\leq 3 \Rightarrow$ 1): $a\leq 39$~~

~~$a-6b\geq 0 \Rightarrow a\geq 6b$, $-a>-5$ $\Big\} \Rightarrow 0>6b-5$ $b<\frac{5}{6}$~~

ОДЗ: $ab>0$ (+) $a\geq 6b$

$$\begin{cases} a^2-12ab+36b=ab \\ a^2+2b^2=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-9b)(a-4b)=0 \\ a^2+2b^2=18 \end{cases} \Rightarrow a=9b \vee a=4b$$

$\Rightarrow$ 1) если $a=9b$, то $a-6b=3b>0 \Rightarrow b>0$ $a>0$: $a=9b$:

$81b^2+2b^2=18 \overset{b>0}{\Rightarrow} b=\sqrt{\frac{18}{83}}$ $a=9\sqrt{\frac{18}{83}}$ (+)

2) если $a=4b$, то $a-6b=-2b>0 \Rightarrow b<0$ $a<0$ Пусть $a=4b$:

$16b^2+2b^2=18 \overset{b<0}{\Rightarrow} b=-1$ $a=-4$ (+)

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=9\sqrt{\frac{18}{83}}+6 \\ y=\sqrt{\frac{18}{83}}+1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \end{array}\right.$$

← Ответ

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

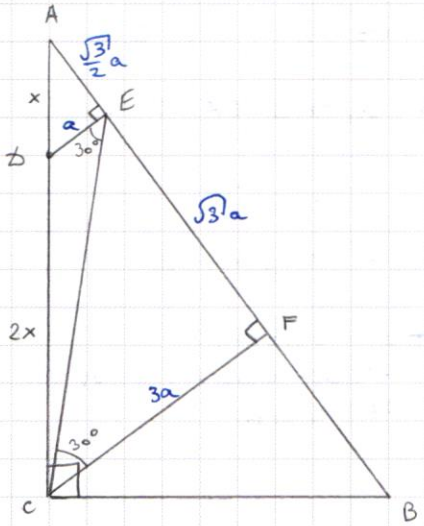
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



Дано: $\triangle ABC \mid \angle C = 90^\circ \quad D \in AC \mid \frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}.\ DE \perp AB \mid$

$\angle DEC = 30^\circ$ а) Найти: $tg\angle CAB$

Решение: $\exists\ CF \perp AB \mid F \in AB \Rightarrow$ ∇ Фалеса (на угле):

$CF = 3DE$. $\exists\ DE = a \Rightarrow CF = 3a$. $CF \parallel DE \Rightarrow$

$\angle ECF = \angle CED = 30^\circ \Rightarrow EF = tg\,30^\circ \cdot 3a = \sqrt{3}a$

$\Rightarrow$ ∇ Фалеса (на угле): $\frac{AF}{AE} = 3 = \frac{EF}{AE} + 1 = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow AE = \frac{EF}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow tg\angle CAB = \frac{DE}{EA} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Ответ: $\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\sin^2 + \cos^2 = 1 \qquad \frac{1}{\sin^2} = 1 + ctg^2$

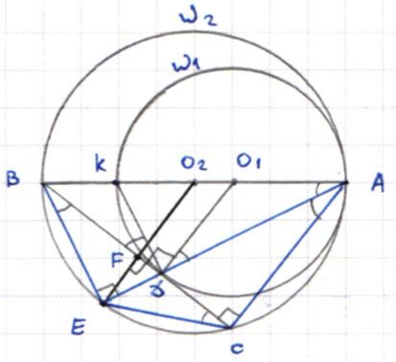
б) $\exists\ AC = \sqrt{7}$ Найти: S_{CED}

Решение: $DE = \sin\angle CAB \cdot DA = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{tg^2\angle CAB}}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{3}{4}}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{2}{3} = a$

$S_{CED} = S_{AFC} - S_{ADE} - S_{ECF} = \frac{1}{2}\frac{3\sqrt{3}}{2}a \cdot 3a - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{9-1-6}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

Отв: $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

№5



$w_1(O_1; r)$

Дано: ~~w1~~ кас внутр обр $w_2(O_2;R)$ в т. A $AO_2 \cap w_2 = B$

BD - касат к w_1 | $D \in w_1$ $BD \cap w_2 = C$. $BD=3$, $DC=2$

$AD \cap w_2 = E$ а) Найти: r и R

Решение: Т Пиф: $BD^2 = BO_1^2 - O_1D = (BO_1 - O_1D)(BO_1 + O_1D)$

Пусть $AB \cap w_1 = K$ Известно, что A, O_1 и O_2 $\in$ одной прямой $\Rightarrow$ $BO_1 - O_1D = KB$, $BO_1 + O_1D = BA$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow 9 = BK \cdot BA = 2R \cdot (2R - 2r)$.

$\angle DAC$: $\triangle DO_1A$ - р/б $\Rightarrow \angle O_1AD = \angle O_1DA$. $\angle KDA$ - прямой (опир на KA - диам w_1),

$\angle BDO_1 = 90^\circ$ (т.к. BD - кас, O_1D - рад) $\Rightarrow \angle BDK = \angle BDA - 90^\circ = \angle ADO_1$.

$\angle BAE = \angle BCE$. $\Rightarrow$ ~~...~~ $\angle EAC = 180^\circ - \angle AEC - \underbrace{\angle ECA}_{= \angle ECB + 90^\circ} = 90^\circ - \angle AEC - \angle ECB =$ $\leftarrow \angle BCA$ опир на диам w_2

$= 90^\circ - \angle ABC - \angle EAB$

$\angle ABC$ в $\triangle BO_1D = 90^\circ - \overbrace{2\angle O_1AD}^{\text{внешн}}$ $\Rightarrow \angle EAC =$ ~~...~~ $= 2\angle O_1AD - \angle EAB = \angle EAB$

$\Rightarrow AE$ - бис $\angle BAC \Rightarrow BE = EC \Rightarrow E \in$ сер пер к BC и $O_2 \in$ сер пер к BC т.к.

$O_2B = O_2C \Rightarrow O_2E$ - серпер к BC. Пусть $O_2E \cap BC = F \Rightarrow$ F - сер BC $\Rightarrow BF = 2{,}5 = FC$

$\triangle EFC \sim \triangle DCA$ по (УУ) $\Rightarrow \frac{EF}{FC} = \frac{DC}{AC}$

Т Фалеса: $\frac{AC}{BC} =$ ~~...~~ $\frac{O_2F}{BF} \Rightarrow AC = O_2F \cdot \frac{5}{2{,}5} = 2\,O_2F \Rightarrow EF = \frac{FC}{AC} \cdot DC = \frac{2{,}5 \cdot 2}{AC} =$

$O_2F = r$

$= \frac{5}{2O_2F} \Rightarrow O_2E = R = O_2F + FE = r + \frac{5}{2r}$

$\Rightarrow \begin{cases} R = r + \frac{5}{2r} \\ 2R(2R - 2r) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$ ~~...~~ $\Rightarrow 2\left(r + \frac{5}{2r}\right)\left(\frac{5}{r}\right) = 9 = 10 + \frac{25}{r^2} = 9$

$r^2 < 0$ ⩔

Ответ: такой чертёж невозможен

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a \neq 0$, $q \neq 0$ №1

$a \quad qa \quad q^2a \quad q^3a$

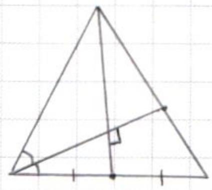
$a x^2 - 2bx + c = 0 \qquad x = \frac{b}{a} \pm \sqrt{b^2 - ac} = q \pm \sqrt{q^2a^2 - q^2a^2} = q$

$q \neq 0 \quad q = 0$

$q^3 a = q \quad \Rightarrow q^2 a = \underline{\underline{1}} \qquad c = 1 \quad$ Отв: $1 \vee 0$

№2

$P = 900$



№3

$(x-6)(y-1) \geq 0$

$x^2 - 12xy + 36y^2 = xy - 6y - x + 6$

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2 = x^2 - 12x + 36 \end{cases}$$

$(x-6)^2 - 16 + 2y^2 - 4y$

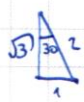
$(x^2 + 2yx + y^2) + (y - k)^2$

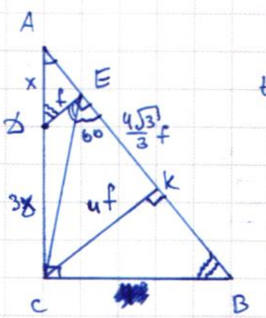
$-12x + 16 + 2ky - k^2$

$\sin^2\alpha = \frac{1}{tg^2\alpha + 1}$

$(y-k)^2 = y - 2ky + k^2 \qquad -12x + 4y - 2ky + 16 + k^2$

$-12x - 4y + 2ky + 20 - k^2 \qquad \frac{5f}{2} \cdot \frac{4}{3}\sqrt{3}f - \frac{16\sqrt{3}}{2 \cdot 3} f^2 = 2\frac{\sqrt{3}}{3} f^2$





$tg\angle BAC = ?$

$tg\angle BAC = \frac{\delta E}{AE} = \frac{CB}{AC}$

$CB = 3\delta E = 3f$

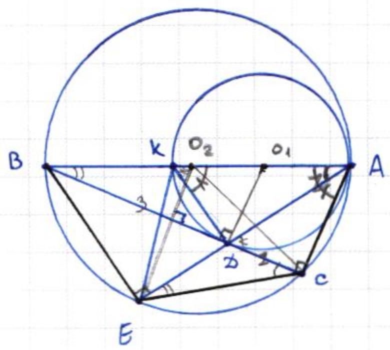
$\frac{A\delta}{\delta C} = \frac{AE}{Ek}$

$tg 30° \cdot 4f = Ek = \frac{4\sqrt{3}}{3} f$

$\frac{A\delta}{AC} = \frac{AE}{Ak} \Rightarrow Ak = \frac{4}{1} \cdot AE = AE + Ek \Rightarrow AE = \frac{1}{3} Ek = \frac{4\sqrt{3}}{8} f$

$\Rightarrow \delta E = f \quad AE = \frac{4}{9}\sqrt{3} f \Rightarrow tg\angle BAC = \frac{9\sqrt{3}}{4}$

N5



$CD = 2 \quad BD = 3$

$O_1D = \frac{3}{5} \cdot AC \qquad 2r = \frac{9}{2R} - 2R$

$BD^2 = BK \cdot BA = (2R - 2r) \cdot 2R = 9$

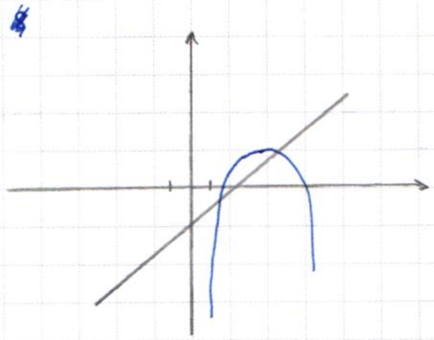
$BD^2 = BO_1^2 - O_1D^2 = (BO_1 - O_1D)(BO_1 + O_1D)$

$\frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AC = \sqrt{6}$ (т.к. $\angle ADC = \angle DKA$ и $\angle KAD = 90^\circ - \angle AKD$ и $\angle EAB = \angle ECB$)

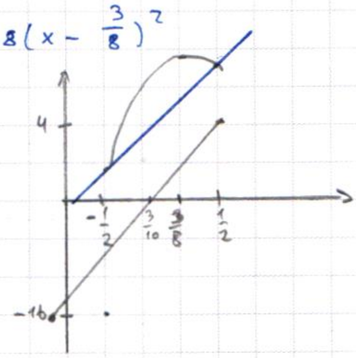
$d^2 = R^2 - 2rR = R^2 - \frac{9}{2} - 2R^2$

N6 $\quad 8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7 \qquad (a;b) \qquad \forall x \in [-\frac{1}{2}; 1]$

$x \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]: \quad 20x - 6 \le ax + b \le -(2\sqrt{2}x - \frac{3}{2\sqrt{2}})^2 + 7 + \frac{9}{8}$



$-8(x - \frac{3}{8})^2$



N3 $\qquad (x-6) = a \quad (y-1) = b$

$x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)} = (x-6) - 6(y-1)$

$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 = (x-6)^2 + 2(y-1)^2 - 18 = 0$

$a = \frac{18 - 12b + 34b^2}{b} = \frac{18 + 34b^2}{b} - 12$

$ab \ge 0 \quad a \ge 6b$

$\Rightarrow \begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 12b + 36b^2 = ab \\ a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$a = \sqrt{18 - 2b^2}$

$b \le 3$

$\Rightarrow 18 - 12b + 34b^2 = \sqrt{18 - 2b^2}\, b$

$a^2 - ab - 12b + 36b^2 = 0$

$a^2 = \frac{18^2 + 2 \cdot 34 \cdot 18b^2 + 34^2 b^4}{b^2}$

$a = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 48b - 144b^2}}{2}$

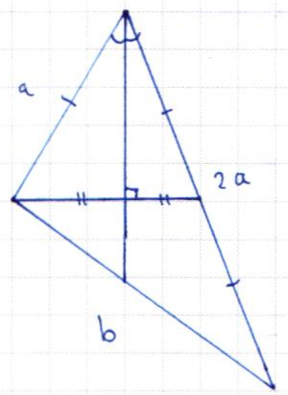
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№2

$b>a$

$4a < 3a+b = 900$

$a = 300 + \frac{b}{3}$

$\Rightarrow 3a+b > 225\cdot 4$

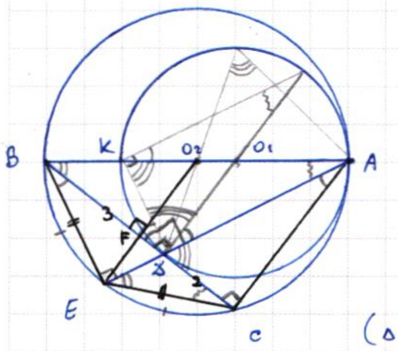
$\cancel{a>225}$

① $a>225 \Rightarrow b<225$ $\Rightarrow$ $a<225$

② $3a > b$ $6a=900$ $a=150$ $a>150$ $151 - 224$

$224-151+1 = 74$

№5



$))) =) +))$

$\Rightarrow)) = 30^\circ$

~~$) +)) +) +) +)) +))) = 180^\circ \Rightarrow) +)) = 60^\circ \Rightarrow = 30^\circ \Rightarrow) + = 60^\circ \Rightarrow$~~

~~$) = 30^\circ \Rightarrow))$ AC~~

~~$180^\circ - 2)))$~~ ΔBDK + ΔDO₁A и ΔDAC ~~$2))) = 180^\circ -) - = 2)) + 2) = 90 +)) \quad) = 180^\circ - 2)$~~

(ΔDO₁A – р/б) $\Rightarrow) = $

EC = EB

$O_2E \perp BC$ $O_2E \parallel AC$

$\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{KA}$

$\frac{O_2F}{O_1D} = \frac{2{,}5}{3} \Rightarrow O_2F = \frac{5}{6}r$

~~$\frac{EF}{EC} = \frac{DK}{KA} = \frac{DC}{DA}$~~

$\begin{cases} O_2F + EF = \frac{5}{6}r + 3\frac{1}{r} = R \\ (2R-2r)\cdot 2R = 9 \end{cases}$

$\frac{EF}{FC} = \frac{DC}{AC}$ $AC = \frac{5}{3}O_1D = \frac{5}{3}r$

$5r^2 + 18 = 6Rr$ $R = \frac{5}{6}r + \frac{3}{r}$ $EF = \frac{2{,}5\cdot 2}{5r}\cdot 3 = \frac{3}{r}$

$4R^2 - 4Rr = 9 \Rightarrow 4\cdot\left(\frac{5}{6}r + \frac{3}{r}\right)^2 - 4\cdot\left(\frac{5}{6}r^2 + 3\right) = 9 = \frac{100}{36}r^2 + 20 + \frac{36}{r^2} - \frac{120}{36}r^2 - 12 = 9$

$\frac{36}{r^2} - \frac{20}{36}r^2 = 1$ $36^2 - 20r^4 = r^2$ $20r^4 + r^2 - 36^2 = 0$ $r^2 =$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№3

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

$a=x-6 \quad b=y-1$ $\leq \dfrac{1}{\frac{1}{a}}$

$$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \leq \dfrac{a+b}{2} \\ a^2+2b^2-18=0 \end{cases}$$

$a+b \geq 2a-12b \quad 13b \leq a$

$33 \leq$ W

$b \leq 3 \Rightarrow$ ~~a ≤ 39~~

$a \leq 5$

$\Downarrow$

$a+b<0 \Rightarrow a<0$

$b<0$

$\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \qquad a^2+2ab+b^2-4ab \geq 0$

$a+b>0$

~~$a-6b \geq \frac{a+b}{2}$~~

$a-6b>0$

$a>6b$

$4 \cdot 9$

~~$\sqrt{ab} \geq \frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$~~

$a^2-12ba+36b^2=ab \Rightarrow a^2-13ab+36b^2=0$ ~~$(a^2-4b)(a^2-9b)$~~

$(a-4b)(a-9b)=0$

$a=4b$

$a=9b$

$\exists\ a>0 \quad b>0 \Rightarrow$ W $\Rightarrow a<0,\ b<0 \quad \Rightarrow a=4b\ (+) \quad a=9b\ (-)$

~~$83b^2=18 \quad b=\sqrt{\frac{18}{83}}$~~ $\quad 18b^2=18 \quad b=\pm 1$

$b=-1$

$a=-4$ $\Rightarrow x$ и y

№6

$8x-6|2x-1$

■ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)