МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

• 1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

• 2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

• 4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

• 5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

Пусть n - целое $n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots p_n^{\alpha_n}$.

$f(n) = f(p_1) + f(p_1^{\alpha_1 - 1} \cdot p_2^{\alpha_2} \ldots p_n^{\alpha_n}) = \ldots = f(p_1)\cdot\alpha_1 + f(p_2)\cdot\alpha_2 + \ldots f(p_n)\alpha_n$.

~~Пусть $n' = \frac{k}{l}$, где $\frac{k}{l}$ - несократимая дробь.~~

~~$f(n') = f(k) + f(\frac{1}{l})$~~

$f\left(\frac{k\cdot l}{k}\right) = f(k) + f\left(\frac{l}{k}\right) = f(k) + f(l) + f\left(\frac{1}{k}\right)$

$f(k) + f\left(\frac{1}{k}\right) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{k}\right) = -f(k)$. - доказ №1

~~$f(n) \geq 0$, если $n > 1$, $f(k) \geq f(l)$, если $k > l$.~~

~~для простых очевидно.~~ $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$ $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$

$f(x) < f(y)$ Посчитаем все $f(y)$ для $y \in [1; 21]$

$f(1) = f(1) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(2) = 1$ ~~$f(3) =$~~

$f(3) = 1$

$f(4) = 2$

$f(5) = 2$

$f(6) = 2$

$f(7) = 3$

$f(8) = 3$

$f(9) = 2$

$f(10) = 3$

$f(11) = 5$

$f(12) = 3$

$f(13) = 6$

$f(14) = 4$

$f(15) = 3$

$f(16) = 4$

$f(17) = 8$

$f(18) = 3$

$f(19) = 9$

$f(20) = 4$

$f(21) = 4$

Посчитаем сколько раз встречается каждое значение $f(\cdot)$

~~0 - 1 раз~~
~~1 - 2 раза~~
~~2 - 6 раз~~
~~3 - 7 раз~~
~~4 - 1 раз.~~
~~5 - 1 раз~~
~~6 - 1 раз.~~
~~7 - 0 раз.~~
~~8 - 1 раз~~
~~9 - 1 раз.~~

0 - 1 раз
1 - 2
2 - 4
3 - 6
4 - 4
5 - 1
6 - 1
8 - 1
9 - 1

$f(x) < f(y)$ выбираем $f(y)$ и смотрим сколько есть вариантов для $f(x)$.

кол-во вариантов.

$f(y) = 1$	$2 \cdot 1$	$= 2$
$f(y) = 2$	$4 \cdot 3.$	$= 12$
$f(y) = 3)$	$6 \cdot 7$	$= 42$
$f(y) = 4$	$4 \cdot 13$	$= 52$
$f(y) = 5$	17	~~[illegible]~~
$f(y) = 6$	18	~~[illegible]~~
$f(y) = 8$	19	~~[illegible]~~
$f(y) = 9.$	20	~~[illegible]~~

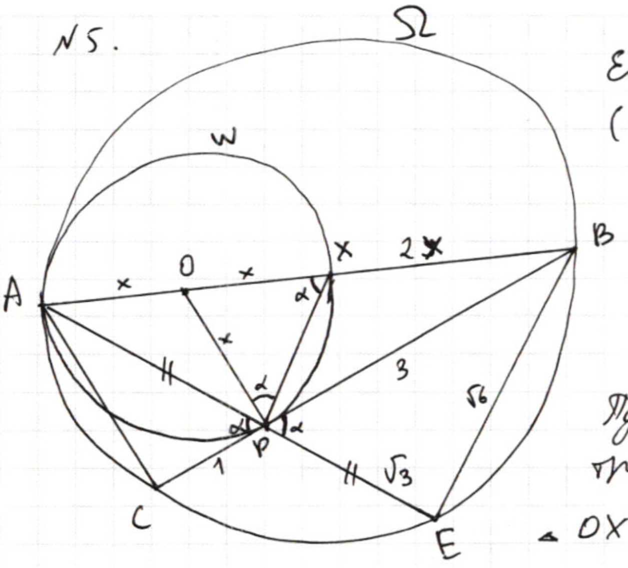
суммируем.

~~$61 + 20 + 55 + 36 = 172$~~

$2 + 12 + 42 + 52 + 17 + 18 + 19 + 20 = 182$

Ответ: 182 вр.

№5.



$AB \cap \omega = X$

Если AD - диаметр Ω, то AX - диаметр ω (из симметрии относительно прямое соединяющей центры).

Пусть $\angle ADC = \alpha$ тогда $\angle BDE = \alpha$ (как вертикальные)

$\angle AXD = \angle ADC = \frac{1}{2}$ дуги $AD = \alpha$.

Пусть O - центр $\omega \Rightarrow OD$ - медиана треугольника AXD; $AO = OX = OD = x$ - радиус ω

$\triangle OXD$ - равнобедренный с основанием $DX \Rightarrow \angle ODX = \alpha$.

$\angle ADX = 90^\circ$ т.к. опирается на диаметр $\angle XDE = 90^\circ - \angle BDE = 90 - \alpha$

$\angle ODB = \angle ODX + \angle XDB = \alpha + 90 - \alpha = 90^\circ$

$\angle ACB = 90^\circ$ т.к. опирается на диаметр.

$\triangle ABC \sim \triangle ODB$, $\angle B$ - общий $\angle ODB = \angle ACB = 90^\circ$. Пусть радиус $\Omega = y$

тогда $AB = 2y$, $XB = AB - AO - OX = 2y - 2x$.

из подобия. $\frac{OB}{AB} = \frac{BD}{CB} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$; $\frac{2y-2x+x}{2y} = \frac{3}{4}$; $\frac{2y-x}{2y} = \frac{3}{4}$;

$8y - 4x = 6y \quad 2y = 4x \quad y = 2x \quad 2x$ - диаметр ω значит X - центр Ω

и $AX = XB = y = 2x \qquad \triangle DOB$: $\angle ODB = 90^\circ \quad OB = OX + XB = x + 2x = 3x$; $OD = x$, $DB = 3$.

по т. Пифагора: $3^2 + x^2 = 9x^2 \quad 9 = 8x^2 \quad x = \sqrt{\frac{9}{8}} = \frac{3}{2\sqrt2} = \frac{3\sqrt2}{4}$ - радиус ω

$y = 2x = \frac{3\sqrt2}{2}$ - радиус Ω

$\angle ADX = \angle AEB = 90^\circ$ (опираются на диаметры) $\angle ABE$ - общ $\Rightarrow \triangle AD\cancel{X} \sim \triangle AEB$

$AX = XB \Rightarrow AD = DE \quad CD \cdot DE = AD \cdot DE = AD^2$

($\triangle ADC \sim \triangle BDE \quad \angle CDA = \angle BDE = \alpha$; $\angle ACD = \angle DEB = 90^\circ$)

$AD^2 = 3 \quad AD = \sqrt3 \quad AE = 2AD = 2\sqrt3$

$S_{BACE} = CB \cdot AE \cdot \sin\alpha$. α - острый угол прямоугольного треугольника.

$0 < \alpha < 90 \quad \sin\alpha > 0, \cos\alpha > 0$. $EB = \sqrt{DB^2 - DE^2} = \sqrt{9-3} = \sqrt6$ (по т. Пифагора)

$\sin\alpha = \frac{BE}{DB} = \frac{\sqrt6}{3}$

$S_{BACE} = \frac{4 \cdot 2\sqrt3 \cdot \sqrt6}{3} = 8\sqrt2$ Ответ: $r = \frac{3\sqrt2}{4}$; $R = \frac{3\sqrt2}{2}$; $S = 8\sqrt2$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow DC = CB = 2x$

$tg\angle BAC = \frac{CB}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$

$$\begin{array}{r|l} 725 & 5 \\ 145 & 5 \\ 29 & \end{array}$$

б) Пусть, $AD = 15x$, тогда $DC = 10x$ $CB = 10x$ ~~$tg\angle DAE = \frac{CB}{AC}$~~

AB (по Т. Пифагора) $= \sqrt{(25x)^2 + (10x)^2} = \sqrt{725x^2} = 5\sqrt{29}x$

~~$tg\angle DAB$~~ $\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$; $DE = \frac{AD \cdot BC}{AB} = \frac{15x \cdot 10x}{5\sqrt{29}x} = \frac{30x}{\sqrt{29}}$

$AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = \sqrt{(15x)^2 - \left(\frac{30}{\sqrt{29}}x\right)^2} = \sqrt{\frac{5^2 \cdot 3^2 \cdot 29 - 3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^2}{29}x^2} = 15x\sqrt{\frac{29-4}{29}} =$

$= \frac{75x}{\sqrt{29}}$; $AC = \sqrt{29}$ $\quad 25x = \sqrt{29}$ $\quad x = \frac{\sqrt{29}}{25}$

$tg\angle CAE = \frac{2}{5}$ (уже доказано выше) $\quad tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha}}$

$0 < \angle CAB < 90 \Rightarrow \sin\angle CAB > 0.$ $\quad tg^2\angle CAB = \frac{\sin^2\angle CAB}{1 - \sin^2\angle CAB} = \frac{4}{25}$

$25\sin^2\angle CAB = 4 - 4\sin^2\angle CAB$

$29\sin^2\angle CAB = 4 \qquad \sin\angle CAB = \frac{2}{\sqrt{29}}$

~~$S_\triangle CAE = \frac{AC \cdot AE \cdot \sin\angle CAB}{2} = \frac{25x \cdot \frac{75}{\sqrt{29}}x \cdot \frac{2}{\sqrt{29}}}{2} = \frac{25 \cdot 75 x^2}{29} = \frac{25 \cdot 4 \cdot 29}{29 \cdot 25^2} =$~~

$= \frac{4}{25}$ $\quad S_\triangle ADE = \frac{AE \cdot ED}{2} = \frac{\frac{75}{\sqrt{29}} \cdot \frac{30}{\sqrt{29}} \cdot \frac{29}{25^2}}{2} = \frac{25 \cdot 3 \cdot 30}{2 \cdot 25 \cdot 25} = \frac{45}{25} = \frac{9}{5}$

$S_\triangle CAE = \frac{AC \cdot AE \cdot \sin\angle CAB}{2} = \frac{25 \cdot 75 \cdot 2}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{29} \cdot 2} \cdot \frac{29}{25^2} = 3$

$S_\triangle EDC = S_\triangle AEC - S_\triangle ADE = 3 - \frac{9}{5} = 1\frac{1}{5} = 1,2$

Ответ: 1,2

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть $a=\underbrace{n, \text{тогда}}_{}$ — m - множитель прогрессии, $b=nm$, $c=nm^2$

$ax^2+2bx+c=0$. Подставим a, b и c.

$nx^2+2mnx+nm^2=0$

$D=4m^2n^2-4n^2m^2=0$ ← один корень

$x_{1,2}=\cancel{\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}}=\frac{-2mn\pm\sqrt{0}}{2m}=-m$

Третий член геометрической прогрессии nm^2, четвертый nm^3

По условию четвертый член прогрессии - корень уравнения $ax^2+2bx+c$.

$\Rightarrow nm^3=-m$ | поделим на $-m$

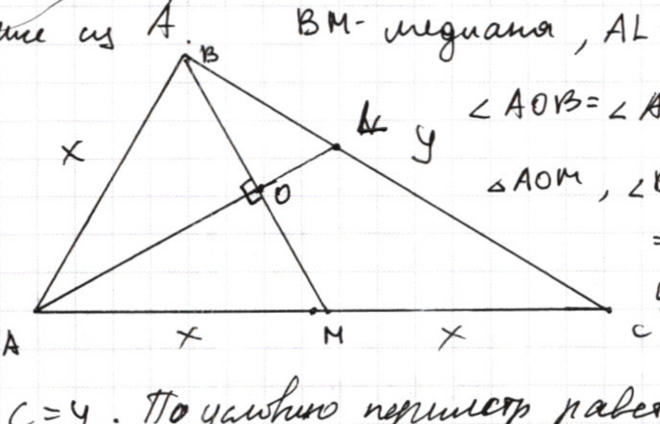
$-nm^2=1$

$nm^2=-1$ - Третий член геометрической прогрессии

Ответ: -1

№2

Пусть есть подходящий по условию треугольник ABC. Не ограничивая общности пусть в условии говорится о медиане из вершины B и биссектрисе из A. BM- медиана, AL-биссектриса $BM \cap AL=O$



$\angle AOB=\angle AOM=90°$ (по усл) OA-общая для $\triangle AOB$ и $\triangle AOM$, $\angle BAO=\angle OAM$ (тк AL-биссектриса

$\Rightarrow \triangle ABO=AMO$ (по стороне и прилежащим углам $\Rightarrow AB=AM$, а $AM=MC$, тк BM-медиана. Пусть $AB=AM=MC=x$, $BC=y$. По условию периметр равен 1200. $\Rightarrow 3x+y=1200$. Все стороны целочисленные $\Rightarrow x, y$ - натуральные (сторона AB и BC). Тогда длина $AC=2x$ ~~тоже будет натуральной длины~~. - натуральное число.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

из неравенства треугольника

$y < 3x$

$x < 2x+y$ – очевидно, верно для всех $x, y \in \mathbb{N}$

$2x < x+y$

~~$y<3x$ $y+3x>2y$ $1200>2y$ $y<600$~~

~~[illegible]~~

~~$2x<x+y$ $x<y$ $y+3x<4y$ $1200<4y$ $y \geq 300$~~

~~$y \in (300; 600)$ $600-300-1=299$ вариантов y.~~

~~Заметим, что $x=\frac{1200-y}{3}$~~

$y<3x$, $y>x$

$3x+\underline{x} < 3x+\underline{y}=1200$ $\qquad$ $3x+\underline{3x}>3x+\underline{y}=1200$

$3x+x<1200$ $\qquad$ $6x>1200$

$x<300$. $\qquad$ $x>200$

$x \in (200; 300)$ (99 вр.).

Заметим, что $y=1200-3x \in \mathbb{N}$ для данного промежутка

Для любого x из промежутка $(200, 300)$ неравенства

$y<3x$, $x<2x+y$, $2x<x+y$ будут выполняться.

~~Ответ: 99~~ Меньшая сторона в каждом подходящем усл. треугольнике – x.

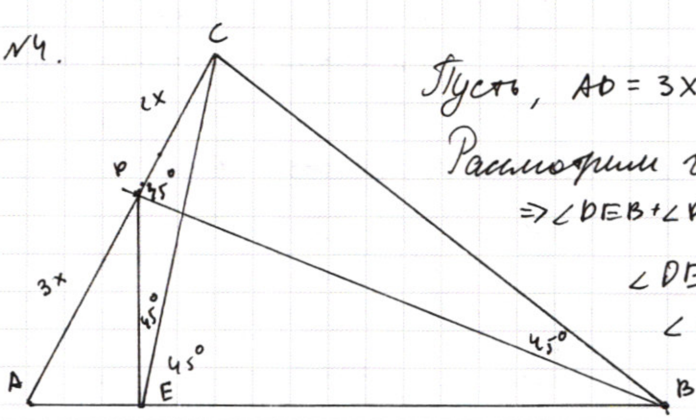
По ней однозначно определяются все другие стороны ($2x$ и $1200-3x$).

Значит, каждому значению $x \in (200; 300)$ соответствует ровно

один удовлетворяющий условию треугольник).

Ответ: 99

№4.



Пусть, $AD=3x$, тогда $DC=2x$ $\left(\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5}\right)$

Рассмотрим четырехугольник $DCBE$: $\angle DEB = \angle DCB = 90°$

$\Rightarrow \angle DEB + \angle DCB = 180° \Rightarrow DCBE$ – вписанный

$\angle DEC = \angle DBC = 45°$ (опираются на одну дугу)

$\angle CEB = \angle BDC = 45°$ (–//–)

$\Rightarrow \angle CDB = \angle DBC \Rightarrow \triangle DCB$ – равнобедренный с основанием DB

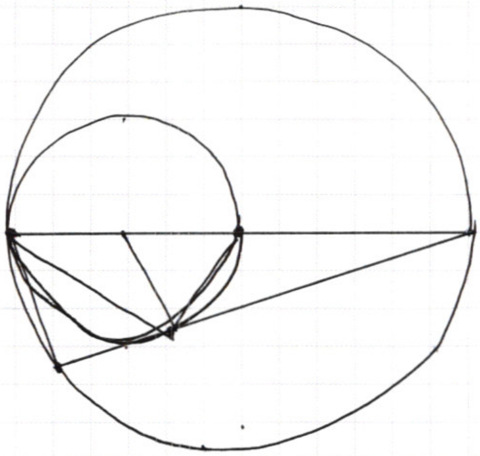
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

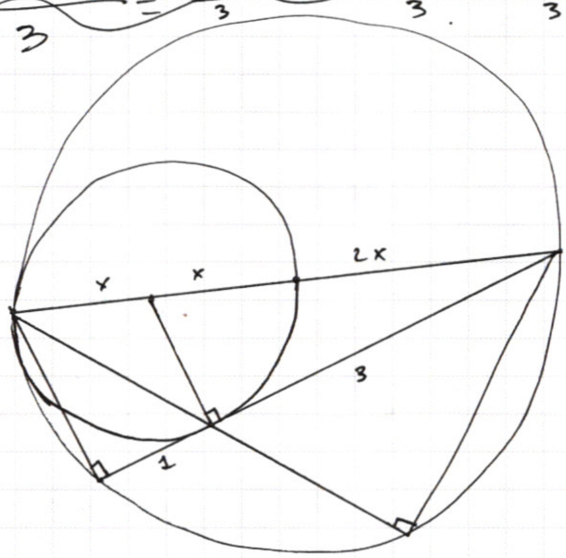
$3+x^2=9$

$x^2=6. \quad x=\sqrt{6}.$

$\frac{4\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}{3} = \frac{8\sqrt{12}}{3} = \frac{8\cdot 2\sqrt{3}}{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3}.$

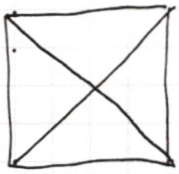
$\frac{8\sqrt{18}}{3} = \frac{8\cdot 3\sqrt{2}}{3}$

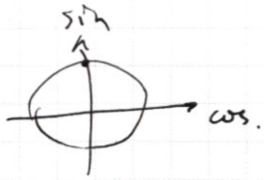




$4x=3\sqrt{2}.$

$2+12+42$





$\frac{4\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}{3} = \frac{8\sqrt{3\cdot 3\cdot 2}}{3} = 8\sqrt{2}.$

$f\left(\frac{5\cdot 7}{7}\right) = f\left(\frac{5}{7}\cdot 1\right).$

$f\left(35\cdot\frac{1}{7}\right) = f(35)+f\left(\frac{1}{7}\right)$

$f(5)+f(7)+f\left(\frac{1}{7}\right).$

$\frac{m}{n}>0.$

$f(5)=2$

$f(7)=3.$

$f(35)=2+3.$

1 0
2 1
3 1
4 2
5 2
6 2
7 3
8 3
9 2
10 3
11 5
12 3
13 6
14 4. v
15 3.
16 4 v
17 8
18 3
19 9
20 4 v
21 4 v

$\frac{3}{5}=\left(3\cdot\frac{1}{5}\right) \quad f(3)-f(5)<0.$ числитель < знаменателя.

$52+19=71$

$f\left(\frac{x\cdot y}{x}\right) = f(x)+f\left(\frac{y}{x}\right) = f(x)+f(y)+f\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow$

$(2+12+42)+52+$

$(17+18)+$

$19+$

$20.$

$p_1 \quad \alpha_1$

$\alpha_1\cdot\frac{(p_1-1)}{2}+\frac{(p_2-1)}{2}\alpha_2$

1 1
2 3
4 7
6 13
4 17
1 18
1 19
1 20
1 21.

$5+10+5=20.$

$12+49=61$

$30+16=55$

$17+19=36$

1 1 = 3
2 3 = 12
4 7
6 13
3 16
1 17
1 18
1 19
1 20.

$14+42=56$

$17+18=35$

$55+56$

$101+71=172.$

$61+20=81$

$81+55=136$

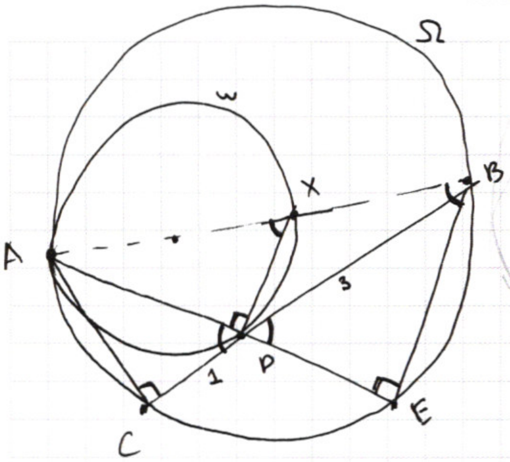
$+36$

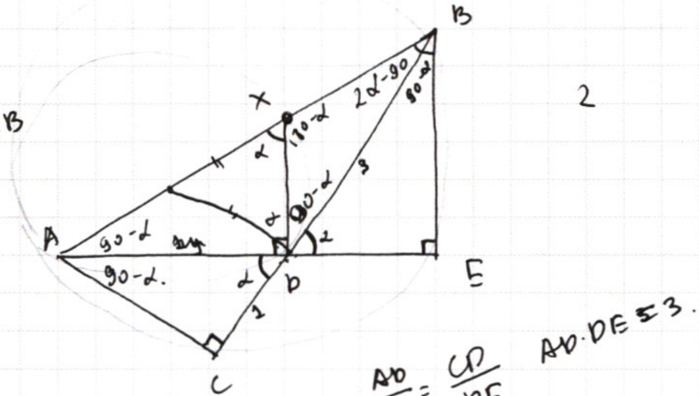
$136+36=172$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





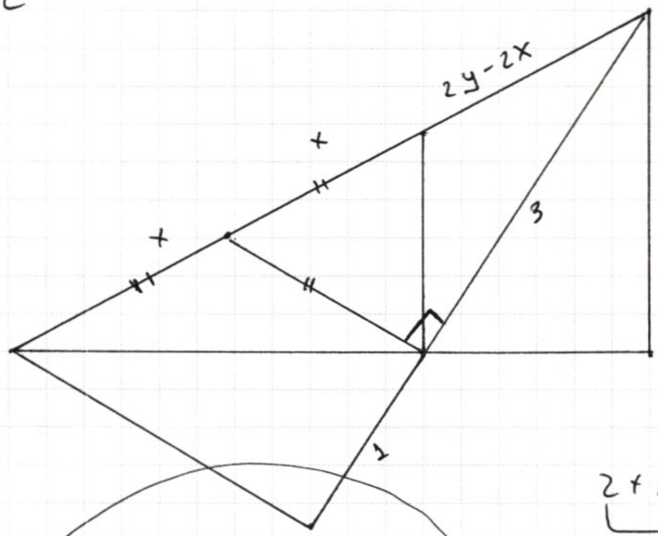
2

$14 + 42 = 56$

$AD \cdot DE = 3.$

$\frac{AD}{DB} = \frac{CD}{DE}$

$19 + 18 = 37$



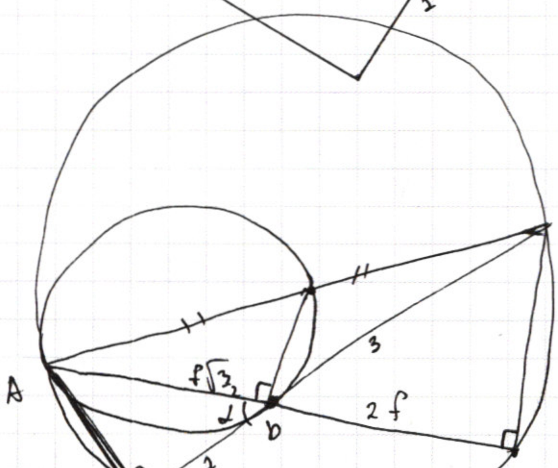
$\frac{2y - x}{2y} = \frac{3}{4}.$

$6y = 8y - 4x$

$4x = 2y$

$x = \frac{1}{2}y.$

$\underbrace{2 + \overbrace{12 + 42 + 52}^{106.} + \overbrace{17 + 18 + 19 + 20}^{36.}}_{40.}$



$13 \cdot 4 = 52$

$12 + 42 = 54$

$54 + 52 = 106$

$17 + 19 = 36$

$f \cdot 2f = 3$

$2f^2 = 3$

$f = \sqrt{\frac{3}{2}}.$

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}}{2x}.$

$x = \frac{1}{2}.$

$146 - 36 = 18\ 2$

-7

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

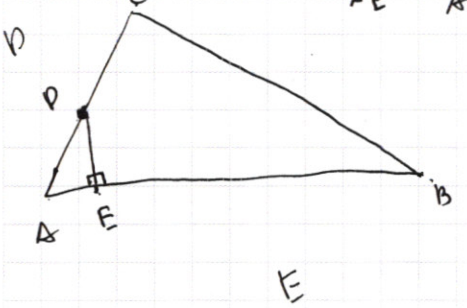
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

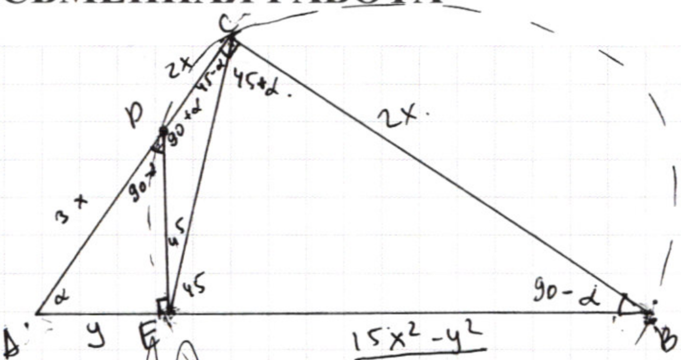
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

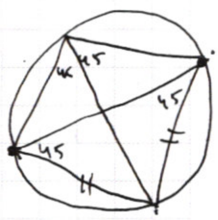
$\frac{DE}{AE} \overset{?}{=} \frac{BC}{AC}$.





$90+2\alpha+45$.

$180-90-45=95$



$90+2\alpha=180$

$2\alpha=90 \quad \alpha=45$.

$$\begin{cases} DE^2+EB^2=DC^2+CB^2. \\ (AE+EB)^2=AC^2+CB^2. \\ DE^2+AE^2=AD^2. \end{cases}$$

$EB^2=4x^2+CB^2-DE^2 \qquad EB^2=4x^2-DE^2+(AB^2-AC^2)=4x^2-$

$$\frac{DE}{AE}=\frac{CB}{5x}.$$

$$\begin{cases} DE^2+EB^2=4x^2+CB^2 \\ AE^2+EB^2+2AE\,EB=25x^2+CB^2 \\ DE^2+AE^2=9x^2. \end{cases}$$

$\times\begin{array}{r}25\\9\\\hline 225\end{array}$

$EB^2-AE^2=CB^2-5x^2$

$AE^2+\cancel{EB^2}+2AE\,EB\ \cancel{\ldots}\ \cancel{EB^2}+AE^2=25x^2+5x^2$

$2AE^2+2AE\cdot EB=30x^2 \qquad EB=\frac{15x^2-AE^2}{AE}$

$EB=\frac{30x^2-2AE^2}{2AE}=\frac{15x^2-AE^2}{AE} \qquad AE=y. \quad \cancel{EB=\ldots x^2} \quad EB=\frac{15x^2-y^2}{y}.$

$\cancel{(5x^2)^2+f^2=\left(\frac{15x^2+y^2}{y}+y\right)^2}$

$\cancel{25x^4+f^2=}$

$y^2+ED^2=9x^2$

$\cancel{ED=\sqrt{9x}} \quad ED^2=9x^2-y^2$

$\cancel{tg=\frac{9x^2-y^2}{y}=9\frac{x^2}{y}-y}.$

$$\frac{9x^2-y^2}{y^2}=\frac{CB^2}{25x^2}$$

$$CB^2=\frac{25x^2(9x^2-y^2)}{y^2}=225\left(\frac{x}{y}\right)^2-25x^2$$

$$225\left(\frac{x}{y}\right)^2-25x^2+25x^2=\left(\frac{15x^2-y^2}{y}+y\right)^2.$$

$\begin{array}{r}\times\begin{array}{r}15\\15\end{array}\\\hline 75\\15\\\hline 225\end{array}$

$$225\left(\frac{x}{y}\right)^2=\left(\frac{15+x^2+y^2+1}{y}\right)^2$$

$225x^2=(15+x^2+y^2+1)^2 \qquad 15x=15+x^2+y^2+1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$15 \times 5 = 75$ $\quad 225 \times 29$ $\quad \frac{30}{75} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ $\quad 725 \mid 5;\ 125 \mid 5;\ 25 \mid 5$ $\quad 25 \times 25 = 625$ $\quad \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

$25x = \sqrt{29}$

$x = \frac{\sqrt{29}}{25}$

$\frac{DE}{AB} = \frac{2}{5} =$

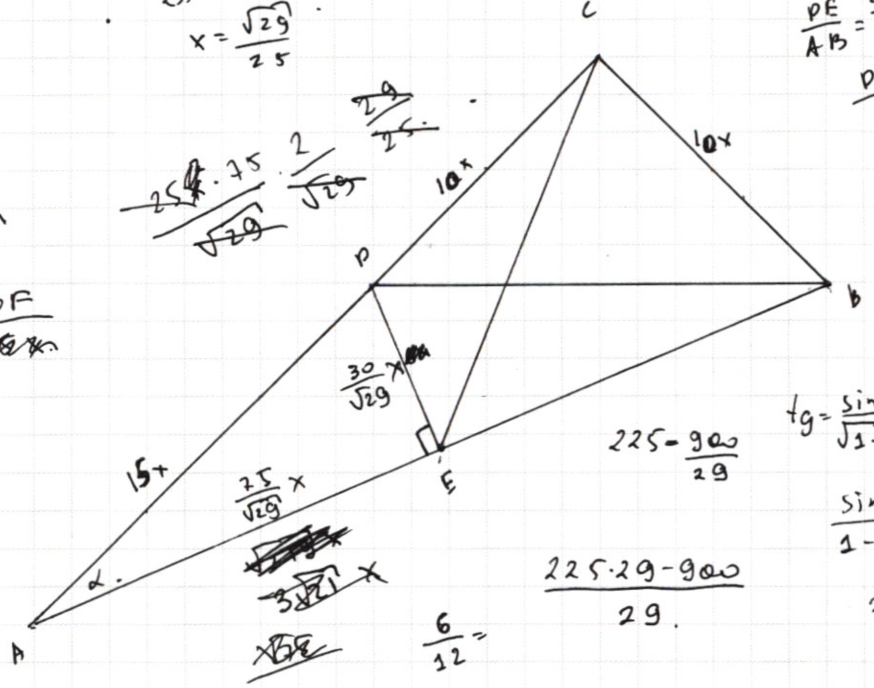
$DE = \frac{2}{5} \cdot 15x$

$725 \mid 5;\ 145 \mid 5;\ 29$

$\cancel{25x} \cdot 75 \cdot \frac{2}{\sqrt{29}}$

$\frac{10}{25} = \frac{2}{5} \quad \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

$\frac{30x}{5\sqrt{29}} = \frac{DE}{\cancel{15x}}$



$tg = \frac{\sin}{\sqrt{1-\sin^2}} = \frac{2}{5}$

$\frac{\sin^2}{1-\sin^2} = \frac{4}{25}$

$225 - \frac{900}{29}$

$\frac{225 \cdot 29 - 900}{29}$

$\frac{6}{12} =$

$25\sin^2 = 4 - 4\sin^2$

$29\sin^2 = 4$

$\sin = \sqrt{\frac{4}{29}} = \frac{2}{\sqrt{29}}$

$\cos(90 - \alpha) = \sin\alpha$ $\quad 36x^2 + f^2 = 255x^2$ $\quad 255 - 36 = 219$

$900 = 9 \cdot 100 = 9 \cdot 5^2 \cdot 2^2$ $\quad f^2 = 219x^2$

$15 \times 15 = 5^2 \cdot 9$ $\quad 5^2 \cdot 3^2 (29 - 4) =$ $\quad f = \sqrt{219}\,x$

$100x^2 + 625x^2 = AB^2$ $\quad 9 \cdot 21 + 36$ $\quad 21 \times 9 = 189;\ 189 + 36 = 225$ $\quad 25 \times 25 = 625$ $\quad 219 \mid 3;\ 73$

$AB^2 = x\sqrt{725}$

$725 \mid 73$ $\quad 73 \times 9 = 657$

$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{29}}$

$15 \times 15 = 225$ $\quad 225 - 36 = 189$ $\quad 189 \mid 3;\ 63 \mid 3;\ 21 \mid 3;\ 7 \mid 7;\ 1$

$S_{ACE} = \frac{2}{\sqrt{29}} \cdot 25x \cdot \sqrt{219}\,x \,/\, 2$

$75 \times 75 = 5625$ $\quad 5625 + 900 = 6525$

$S_{\triangle AED} = \frac{6x \cdot \sqrt{219}\,x}{2}$

$S_{EDC} = \frac{2 \cdot 25 \cdot \sqrt{219}}{\sqrt{29} \cdot 2}x^2 - \frac{6\sqrt{219}}{2}x^2$

$189 \mid 3;\ -18;\ 9 \quad 63$

$\frac{75^2 + 900}{29} = 225 \cdot \cancel{4}$

$75 \times 75 = 5625$ $\quad 225 \times 29 = 6525$ $\quad 225 \times 29 = 6525$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$a' = a \quad b' = 2am \quad c' = am^2$

$\cancel{D} = a^2m^2 - 4a^2m^2 = a^2m^2(-3)$

~~$ax^2 + axmx + axm^2 = 0$~~

~~$D = a^2m^2 - 4a \cdot am^2 = am^2 - 4a^2m^2 = m^2(a - 4a^2)$~~

~~$x = \dfrac{-am \pm m\sqrt{a-4a^2}}{2a}$~~

~~или~~ $m = 0$

$ax^2 + 2am\,x + am^2 = 0.$

$D = 4a^2m^2 - 4a^2m^2 = 0.$

$x = \dfrac{-2am \pm 0}{2a} = -m.$

$-m.$

$1200 - 3x < 3x$

$1200 < 6x$

$x > 200.$

$x < 1200 - 3x.$

$4x < 1200.$

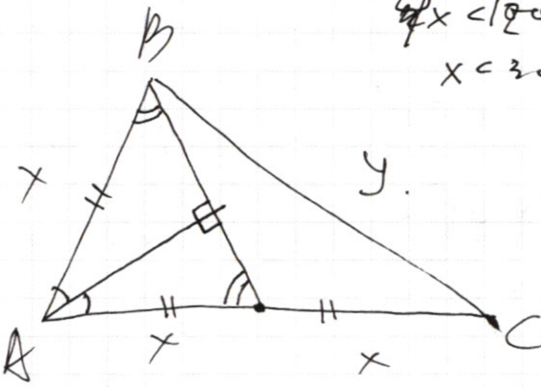
$x < 300.$

$-m = \quad am^3 \quad am^2.$

$1 = \dfrac{-am^3}{m}.$

$1 = -am^2$

$am^2 = -1.$



$y < 3x \qquad y < 3x$

$x < y \qquad y > x.$

$3x + y = 1200.$

$3x + x < 3x + y = 1200.$

$4x < 1200$

$x < 300.$

$3x + 3x > 3x + y = 1200$

$6x > 1200.$

$x > 200.$

$x \in (200$

$2x \leqslant x + y.$

$x \leqslant y.$

$y < 3x.$

$3x + y = 1200.$

$\wedge$

$4y > 1200$

$y > 300.$

$3x + y = 1200.$

$2y$

$2y < 1200$

$y < 600.$

$[301; 600]$

$$\begin{array}{r} 600 \\ -\;301 \\ \hline 299 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}=\sqrt{x(y-2)+(2-y)}=\sqrt{(2-y)(1-x)}=\sqrt{(x-1)(y-2)}=y-2x.$

$0.$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=2x^2+y^2-2y-2y-4x+3$

$a=1 \quad b=-4 \quad c=2x^2-4x+3.$

$2x^2-4x+y^2-4y+3=0.$

$$\boxed{\begin{array}{l} y^2-4y+2x^2-4x+3=0. \\ D=16-4(2x^2-4x+3) \end{array}}$$

$+\frac{16}{8}$, 24

$a=2 \quad b=-4. \quad c=y^2-4y+3.$

$D=16-8(y^2-4y+3)=\cancel{8(2+y^2-4y+3)}=8(2-y^2+4y-3)$

$-4(2x^2-4x+3-4).$

$-4(2x^2-4x-1).$

$D'=16+8=24.$

$y^2-4y+4=(y-2)^2$

$16-8y^2+32y-24=-8y^2+32y-8.=-8(y^2-4y+1)$

$D=16-4=12.$

$-4(x+y)+x^2+y^2+x^2+2xy-2xy+4-1=0.$ $3?$

$-4(x+y)+(x+y)^2+$

$(y-2x)^2=(x-1)(y-2).$

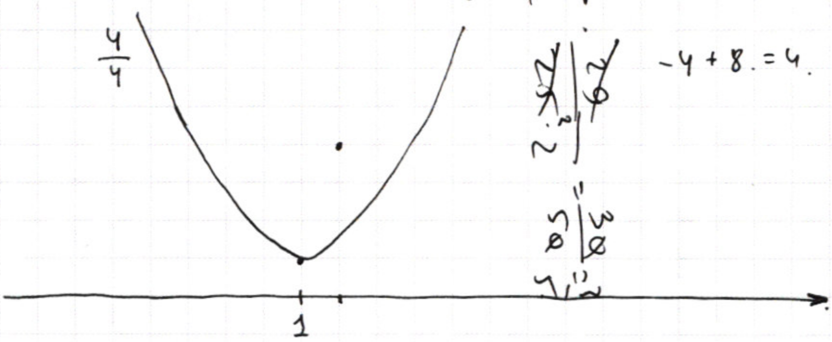
$2x^2-4x+3.=-y^2+4y$

$\frac{-4}{-2}=2.$

$-4+8.=4.$

$2x^2-4y=-y^2+4x-3.$

x^2-4x+y^2-4y



$(y-2x)^2=(x-1)(y-2)$

$y^2-8xy+4x^2=xy-2x-y+2.$

$y^2-9xy+4x^2+2x+y-2=0.$

$y^2+0+2x^2-4x-4y+3=0.$

$\cancel{-9xy+4x+6x+5y-5=0.}$

$\cancel{y(5-9x)+10x}$

$-9xy+2x^2+6x+5y-5=0.$

$y(5-9x)=-2x^2-6x+5$

$y=\frac{-2x^2-6x+5}{5-9x}.$

$$\begin{array}{l|l} +2x^2+6x-5 & +9x-5 \\ -\;2x^2-\frac{10}{9} & \frac{2}{9}x+\frac{2}{3} \\ \quad -\;6x-5+\frac{10}{9} & \\ \quad\;\; 6x-\frac{10}{3} & \end{array}$$

$-5+\frac{10}{9}+\frac{10}{3}=\frac{30+10-45}{9}=\frac{-5}{9}.$

$-\frac{1}{9}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)