МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. По опред. геом. прогрессии $b = aq$; $c = aq^2$; где a - первый член, q - некое число, на которое умножается каждый следующий член. Так же, по св-ву геом. прогрессии $b^2 = ac$, т.е. b равно среднему геометрическому соседних членов.

Представим уравнение $ax^2 - 2bx + c = 0$ в виде $ax^2 - 2\sqrt{a\cdot c}\,x + c = 0$

$(\sqrt{a}\,x - \sqrt{c})^2 = 0$, $\Rightarrow$ $\sqrt{a}\,x - \sqrt{c} = 0$, $\Rightarrow$ $x = \sqrt{\frac{c}{a}}$.

x - четвертый член геом. прогр., т.е. $x = aq^3$

$x = aq^3 = \sqrt{\frac{c}{a}}$. Т.к. $c = aq^2$, то получаем:

$\sqrt{\frac{aq^2}{a}} = aq^3$, $\Leftrightarrow$ $q = aq^3$ $\quad aq^3 - q = 0 \quad q(aq^2 - 1) = 0$

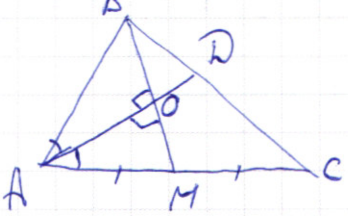
$q = 0$ - не подходит по условию $\quad aq^2 - 1 = 0$

$aq^2 = 1$

Как мы знаем, $c = aq^2$, $\Rightarrow$ $c = 1$ - третий член прогрессии.

Ответ: 1.

№2. Представим произвольный треугольник ABC, AD-бисс., BM-мед.



$AD \perp BM$ по условию задачи.

Пусть $AD \cap BM = O$.

$\triangle ABO = \triangle AMO$, по двум углам и стороне между ними.

AO - общая сторона, $\angle OAM = \angle OAB$, т.к. AD-бисс., $\angle AOM = \angle AOB = 90°$, т.к. $AD \perp BM$. Из равенства треугольников следует равенство соответствующих элементов, т.е. $AB = AM = MC$. Пусть $AB - x$, $BC - y$.

Найдем все варианты возможных треугольников.

$BC < AB + AC$, $AC < AB + BC$, $AB < AC + BC$; Но AB всегда будет меньше, т.к. AB - половина AC.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} y < x+2x \\ 2x < x+y \end{cases}$$

Получаем, что $x < y < 3x$. $P = 3x+y = 900, \Rightarrow y = 900-3x$

$$\begin{cases} x < 900-3x \\ 900-3x < 3x \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 150 \\ x < 225. \end{cases}$$

Значит, нам подходят $x \in [151; 224]$.

или $224-151+1 = 74$ варианта.

Ответ: 74 ~~варианта~~.

№3.

$$\begin{cases} x-6y = \sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

$xy-6y-x+6 \geq 0$
$(y-1)(x-6) \geq 0$
$x-6y \geq 0$
$x \geq 6y$

Разложим ~~...~~ второе уравнение:

$x^2-12x+36+2y^2-4y+2=18$

$(x-6)^2+2(y-1)^2=18$

$(x-6)^2=2(9-(y-1)^2)$

$(x-6)^2=2(3-y+1)(3+y-1)$

$(x-6)^2=2(4-y)(2+y)$

$9-(y-1)^2 \geq 0$
$(4-y)(2+y) \geq 0$
$y \in [-2; 4]$

Преобразуем первое уравнение:

$x-6y = \sqrt{xy-6y-x+6}, \Leftrightarrow x-6y = \sqrt{(y-1)(x-6)}$

$(x-6y)^2 = (y-1)(x-6), \Leftrightarrow x^2-12xy+36y^2 = xy-x-6y+6$

$x^2+x-13xy+6y+36y^2=6$

~~$(x-6y)^2=(y-1)$~~ Подставим первое уравнение во второе.

$(x-6y)^2=(y-1)\sqrt{2(4-y)(2+y)}$

$(x-6y)^4=(y-1)^2 \cdot 2(4-y)(2+y)$

$\cancel{(x^2-12xy+36y^2)(x^2-12xy+36y^2)} =$

$18(y-1)^2-2(y-1)^4$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

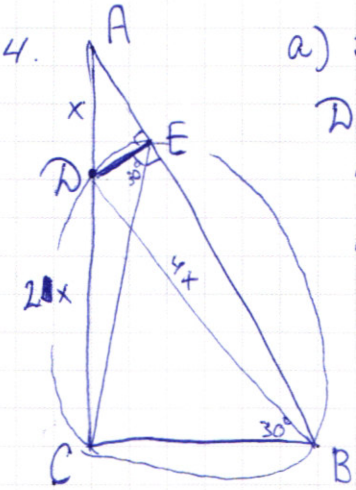
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



а) Пусть x - коэффициент подобия. $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$, $AD = x$, $AC = 3x$.

$DE \perp AB$ по усл. $\Rightarrow \angle DEB = 90°$, $\angle C = 90°$, как пр. угол прямоуг. тр., $\Rightarrow$ вокруг чет. CDEB можно описать окружность, DB - диаметр, т.к. DB - хорда, лежащая у угла $\angle C = 90°$.

$\angle DEC = \angle DBC = 30°$, как оп. на одну дугу.

Из пр.тр. DCB: $DB = \frac{CD}{\sin\angle DBC} = 4x$.

По т. Пифагора из $\triangle DCB$: $BC = \sqrt{DB^2 - DC^2} = 2\sqrt{3}x$.

$tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2\sqrt{3}x}{3x} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

б) Если $AC = \sqrt{7}$, то $x = \frac{\sqrt{7}}{3}$. Из пр.тр. ADE $DE = AE \cdot tg\angle BAC$

По т. Пифагора в $\triangle ADE$: $AD^2 = AE^2 + AE^2 \cdot tg^2\angle BAC \Leftrightarrow x^2 = AE^2(1+\frac{4}{3})$

$AE^2 = \frac{x^2}{\frac{7}{3}} = \frac{\frac{7}{9}}{\frac{7}{3}} = 3 \Rightarrow AE = \sqrt{3} \Rightarrow DE = 2$.

По т. косинусов в $\triangle CDE$: $CE^2 + DE^2 - 2CE \cdot DE \cdot \cos\angle DEC = CD^2$

$4x^2 = 4 + CE^2 - 2\sqrt{3}\,CE$, $\quad CE^2 - 2\sqrt{3}\,CE + 4 - \frac{28}{9} = 0$

$D = 12 - 4 \cdot \frac{8}{9} = \frac{108-32}{9} = \frac{76}{9}$

$CE = \frac{2\sqrt{3} \pm \frac{\sqrt{76}}{3}}{2} = \sqrt{3} \pm \frac{\sqrt{19}}{3}$

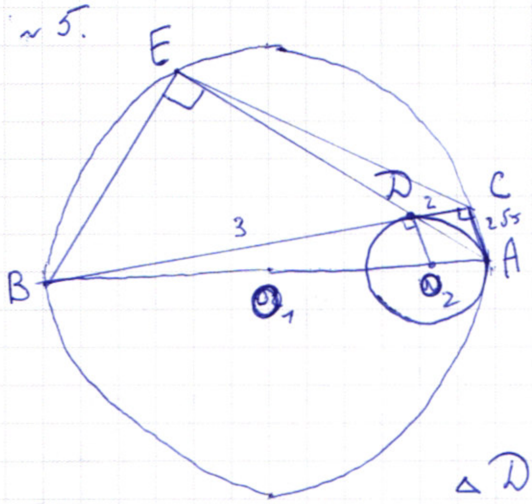
$CE = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}$, т.к. CE лежит напротив тупого угла

$S_{CED} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot CE \cdot \cos 30° = CE \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{19}}{3})}{2} = \frac{3+\frac{\sqrt{57}}{3}}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№5.



O_1 - центр большой окружности,
O_2 - центр маленькой окружности.
$\angle BEA = \angle BCA = 90^\circ$, как оп. на диаметр AB.
Пусть r - радиус меньшей окр., R - радиус большей окр.

Т.к. BC - касат. к окр. ω, то $O_2D \perp BC$

$\triangle DBO_2 \sim \triangle CBA$, по 2 углам:

$\angle B$ - общий, $\angle BDO_2 = \angle BCA = 90^\circ$. Из подобия тр. следует подобие соотв. элементов: $\frac{BD}{BC} = \frac{OD}{AC} = \frac{3}{5} = \frac{BO_2}{AB}$

По т. Пифагора из $\triangle CBA$: $AC = \sqrt{4R^2 - 25}$

$\frac{r}{\sqrt{4R^2-25}} = \frac{3}{5}$, $\Leftrightarrow$ $5r = 3\sqrt{4R^2-25}$, $\Leftrightarrow$ $\cancel{25r^2 = 9\cdot 4R^2 - 25\cdot 9}$

$r = \frac{3\sqrt{4R^2-25}}{5}$,

$\cancel{r^2 = 9\cdot 4R^2}$

$\frac{BO_2}{AB} = \frac{3}{5} = \frac{2R-r}{2R}$, $\Leftrightarrow$ $6R = 10R - 5r$

$4R = 3\sqrt{4R^2-25}$; $16R^2 = 9(4R^2-25)$
$20R^2 = 25\cdot 9$, $\Rightarrow R^2 = \frac{25\cdot 9}{20}$

$R = \frac{3\sqrt{5}}{2}$, $\Rightarrow r = \frac{3\sqrt{4\cdot\frac{5\cdot 9}{4} - 25}}{5} = \frac{3\sqrt{20}}{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

$AB = 2R = 3\sqrt{5}$; $AC = 2\sqrt{5}$, $\cancel{S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}}$

По т. Пифагора из $\triangle DCA$: $AD^2 = 4 + 4\cdot 5 = 4\cdot 6$
$AD = 2\sqrt{6}$

По т. косинусов из $\triangle O_2DA$: $\cos DAO_2 =$
$= \frac{O_2D^2 - O_2A^2 + AD^2}{2\cdot O_2D\cdot AD} = \cancel{\frac{2r^2-24}{2r^2} = \frac{\frac{72}{5}-24}{\frac{72}{5}} = \frac{\frac{-120+72}{5}}{\frac{72}{5}} = -\frac{48}{72} = -\frac{3}{4}} = \frac{AD^2}{2r\cdot AD} = \frac{24\sqrt{5}}{24\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

Из $\triangle AEB$: $EA = AB\cdot\cos\angle DAO_2 = 3\sqrt{5}\cdot\sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{15}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

По т. Пифагора из $\triangle ABE$: $EB^2 = AB^2 - EA^2 = 9\cdot 5 - \frac{25\cdot 3}{2} = \frac{90-75}{2} = \frac{15}{2}$

$BE = \sqrt{\frac{15}{2}}$

$S_{ACE} = \frac{1}{2}\cdot AE\cdot AC\cdot\cos\angle CAD = \frac{1}{2}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\cdot 2\sqrt{5}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{2\cdot 5\cdot 5}{4} = \frac{25}{2}$

$S_{EAB} = \frac{1}{2}AE\cdot EB = \frac{1}{2}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\frac{15}{2}} = \frac{5\cdot 3\sqrt{5}}{4} = \frac{15\sqrt{5}}{4}$

$S_{BACE} = S_{EAB} + S_{ACE} = \frac{25}{2} + \frac{15\sqrt{5}}{4} = \frac{50+15\sqrt{5}}{4}$

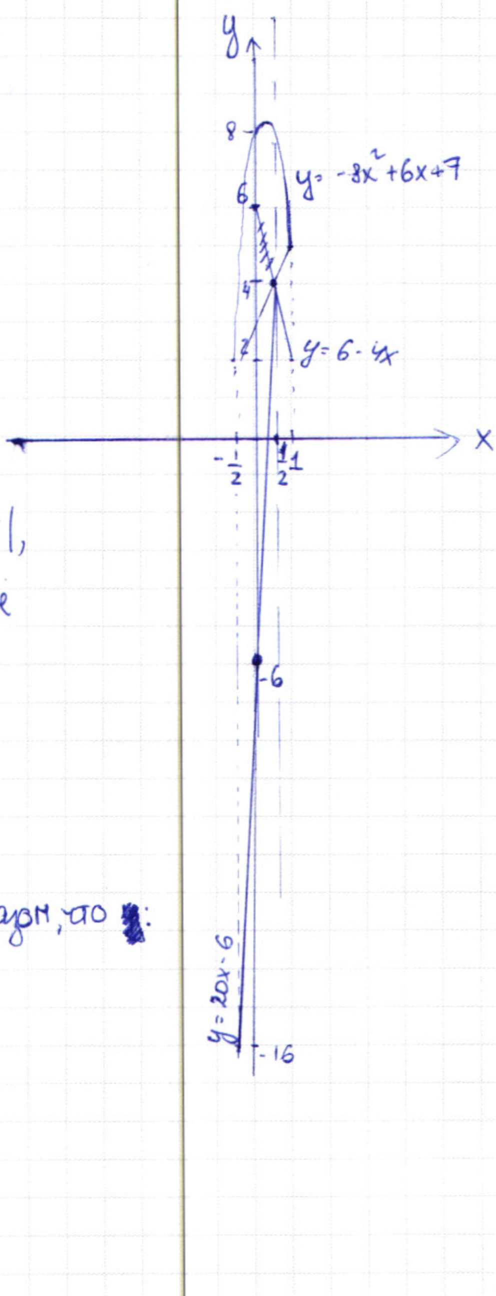
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6. $8x - 6|2x-1| \le ax+b \le -8x^2+6x+7$ $x \in [-\frac{1}{2}; 1]$

$y = 8x - 6|2x-1|$

$y = 8x - 12x + 6,\ 2x \ge 1$ $y = 8x + 12x - 6,\ x < 0,5$

$y = -4x + 6,\ x \ge 0,5$ $y = 20x - 6$



$y = -8x^2+6x+7$, коэфф. у $x^2 < 0$, парабола „пойдёт вниз"

$x_в = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ $y_в = -\frac{9}{8} + \frac{6 \cdot 3}{8} + 7 = \frac{56+9}{8} = \frac{65}{8} = 8,125$

$y = ax+b$ ~~которая лежит выше~~

Эта прямая должна лежать ~~выше~~ не ниже $y = 8x - 6|2x-1|$, но ~~ниже~~ не выше $-8x^2+6x+7$ на графике на заданном промежутке.

Подходящая пара $(a;b)$: $(2;3)$

Больше нет таких пар, при которых прямая вида $y=ax+b$ ~~была~~ лежала бы таким образом, что:

1) ~~меньше~~ ниже или равна 5 при $x = 1$

2) выше или равна 4 при $x = \frac{1}{2}$

3) ниже или равна 2 при $x = -\frac{1}{2}$

одновременно.

№7. $f(\frac{x}{y})$ можно представить как $f(x)+f(\frac{1}{y})$;

$f(x) = [\frac{x}{2}]$, $f(\frac{1}{y}) = [\frac{1}{2y}]$, по условию.

Если $x, y \in [2;22]$, то $[\frac{x}{2}]$ и $[\frac{1}{2y}]$ ~~будут больше или равны 0~~.

никогда не будут отрицательными, => их сумма тоже не может быть отрицательна. По условию надо найти пары, которые удовлетворяют условию $f(\frac{x}{y})<0$, но таких пар нет.

Ответ: 0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a>0 \quad c\geq 0$

№1 $\quad ax^2-2bx+c=0$ $\quad b^2=a\cdot c \quad \cdot\sqrt{ac}$

$ax^2-2\sqrt{ac}\,x+c=0$

$\cancel{c=b\cdot\sqrt{\frac{c}{a}}=\sqrt{ac}\sqrt{\frac{c}{a}}=c}$

$(\sqrt{a}x-\sqrt{c})^2=0$

$b=aq \quad c=aq^2 \quad x=\sqrt{\frac{c}{a}}=aq^3$

$\sqrt{a}\,x=\sqrt{c}$

$x=\sqrt{\frac{c}{a}}$

$\sqrt{\frac{aq^2}{a}}=aq^3 \quad q=aq^3$

$q(aq^2-1)=0$

$q=0$ или $aq^2=1=c$

Отв: 1

№2. $P=900$ бисс. ⊥ мед. $a,b,c\in\mathbb{Z}$

$x<y$

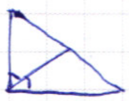
$2x<x+y$

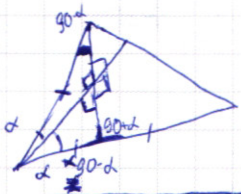
$900=3x+y$

$y<3x$

$y=900-3x$

$x<y<3x$





$x<900-3x<3x$

$0<900-4x<2x$

$900-4x<2x$

$900<6x$

$150<x$

$xy-6y-x+6\geq 0$

$y(x-6)-(x-6)=(x-6)(y-1)\geq 0$

№3. $\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$

$x^2-12x+36+2(y^2-2y+1)$

$(x-6)^2+2(y-1)^2=18$

$\cancel{x^2+2y^2=12x-4y}$

$0<900-4x$

$y-1=\frac{(x-6y)^2}{x-6} \quad x\neq 6$

$\begin{cases} 4x<900 \\ 6x>900 \end{cases}$

$(x-6y)^2=(x-6)(y-1)$

$(x-6)^2=2(9-(y-1)^2)$

$(x-6)^2+2\left(\frac{(x-6y)^2}{x-6}\right)^2=18$

$\begin{cases} x<225 \\ x>150 \end{cases}$

$(x-6)^2=2(3-y+1)(3+y-1)$

$224-151+1=74$ вар.

$(x-6)^2=2(4-y)(2+y)$

$\cancel{(x-6y)^2=xy-6y-x+6}$

$\cancel{x^2-12xy+36y^2-xy+6y+x-6=0}$

$\cancel{x^2-13xy+36y^2+6y+x-6=0}$

$(x-6y)^2=(x-6)(y-1)$

$(x-6y)^2=(y-1)\cdot\sqrt{2(4-y)(2+y)}$

$(x-6y)^4=(y-1)^2\cdot 2(4-y)(2+y)$

№7. $f(ab)=f(a)+f(b) \quad f(p)=[p/2]$ $\quad (x;y)$ нат.ч. $\quad 2\leq x\leq 22$

$f(x/y)=f(x)+f(\frac{1}{y})<0$ $\quad 2\leq y\leq 22$

$f(x/y)=[\frac{x}{2}]+[\frac{1}{2y}]$ $\quad f(x/y)<0$

$f(x)=[\frac{x}{2}] \quad f(\frac{1}{y})=[\frac{1}{2y}]$

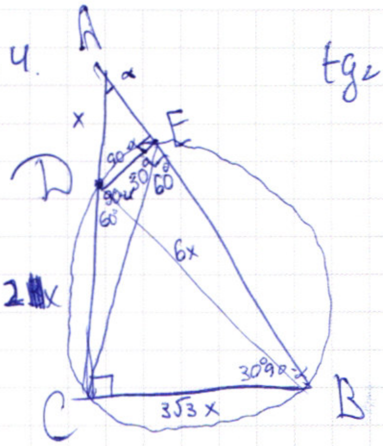
☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№ 4.



$tg\angle BAC - ?$

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ [redacted] $DE = tg\angle BAC \cdot AE$

$\frac{x}{AB} = \frac{AE}{4x}$ $x^2 = AE^2 + tg^2\angle BAC \cdot AE^2$

$4x^2 = AE \cdot AB$ $\frac{7}{16} = AE^2(1+\frac{27}{16}) = \frac{33}{16}AE^2$

$7 = 33AE^2$ $AE = \sqrt{\frac{7}{33}}$

$tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{3\sqrt{3}x}{3x} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \frac{DE}{AE} = \sqrt{3}$

б) $AC = \sqrt{7}$ $S_{CED} - ?$

$3x = \frac{3}{4}\sqrt{7}$ $DE = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{11}} = \frac{3\sqrt{7}}{4\sqrt{11}}$

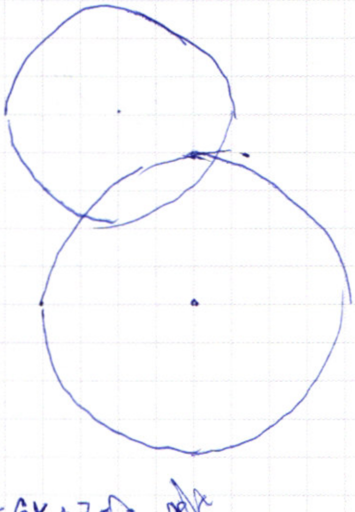
$CD^2 = DE^2 + CE^2 - 2 \cdot DE \cdot CE \cdot \cos 30° = \frac{9\cdot 7}{16} = \frac{9\cdot 7}{16\cdot 11} + CE^2 - \sqrt{3}\cdot\frac{3\sqrt{7}}{4\sqrt{11}} CE$

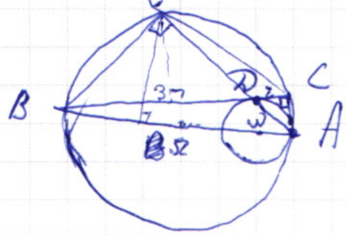
$\frac{63}{16} = \frac{63}{16\cdot 11} + CE^2 - \frac{3\sqrt{21}}{4\sqrt{11}} CE$ $\times\frac{12}{9}$ 108

$CE^2 - \frac{3\sqrt{21}}{4\sqrt{11}} CE = \frac{63\cdot 11}{16\cdot 11} - \frac{63}{16\cdot 11} = \frac{63\cdot 10}{16\cdot 11} = \frac{63\cdot 5}{8\cdot 11}$

$D = \frac{9\cdot 21}{16\cdot 11} + \frac{63\cdot 5}{2\cdot 11} = \frac{9\cdot 21 + 63\cdot 5\cdot 8}{16\cdot 11} = \frac{63(3+40)}{16\cdot 11} = \frac{63\cdot 43}{16\cdot 11}$

№ 5.





$R, r - ?$ $S_{\triangle BACE}$

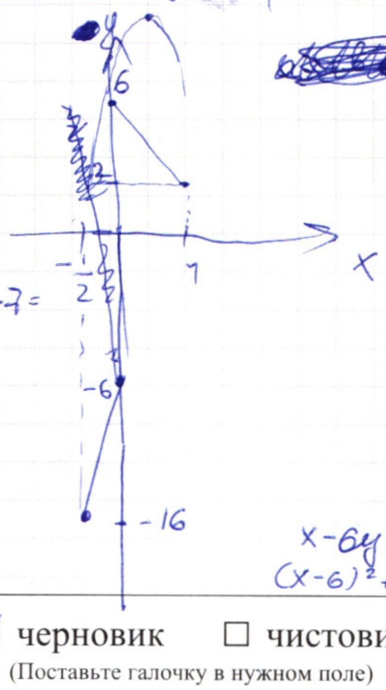
$2\cdot 2\sqrt{6}\cdot\frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{4\cdot 6\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$

$y = 8x - 6|2x-1| = 8x - 12x + 6 = -4x + 6$

$x<0$ $8x + 12x - 6 = 20x - 6$ $x \in [-\frac{1}{2}; 1]$

$8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$

$\times\frac{32}{7}$ 224 $-\frac{1}{2}\cdot 20 - 6 = -16$



$-8x^2 + 6x + 7 = -8x$

$D = 36 + 224 = 260$

$x_в = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ $y_в = -8\cdot\frac{3^2}{8^2} + \frac{6\cdot 3}{8} + 7 =$

$= -\frac{9}{8} + \frac{18}{8} + \frac{56}{8} = \frac{65}{8}$

при $x = 1$

$-8 + 6 + 7 = 5$

$x = -\frac{1}{2}$ $-2 - 3 + 7 = 2$

$x^2 - 12x + 36 + 2y^2 - 4y + 2 =$

$(x-6)^2 + (\sqrt{2}y - \sqrt{2})^2 = 18$

$+36y^2$

$x^2 - 12xy - 6y - xy + 6y + x - 6$

$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20$

$-13xy + 34y^2 - 26 + 13x + 10y$

$13x(1-y) - 26 + 34y^2 + 10y$

$x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)}$ $x - 6y = \sqrt{ab}$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18$ $a^2 + 2b^2 = 18$

☑ черновик ☐ чистовик Страница № [illegible]

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА