МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Т.к. a, b, c – члены геом. прогрессии, то $b=aq$, $c=aq^2$, где q – коэф-т этой прогрессии

Найдем корни ур-я $ax^2+2bx+c=0$. С учетом преобразований оно перепишется так: $ax^2+2aqx+aq^2=0$ $a\neq 0$, т.к. явл-ся членом геом. пр-сии

$x^2+2qx+q^2=0$ аналогично $q\neq 0$, т.к. коэф-т г.п.

$(x+q)^2=0$

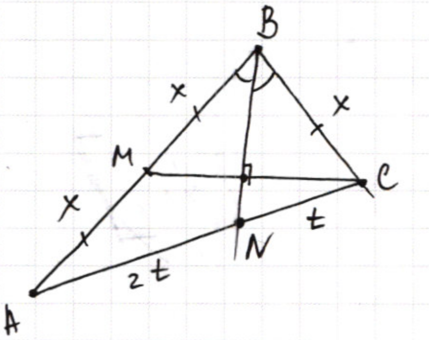
$x=-q$ – ур-е имеет единственный корень, который является 4-м членом г.п.,

тогда $-q=aq^3 \Rightarrow$ $a=-\frac{1}{q^2}$

сл-но $c=aq^2=-\frac{1}{q^2}\cdot q^2=-1$

Ответ: −1

№2



Рассмотрим произвольный тр-к ABC, в котором выполняется условие

пусть CM – медиана, а BN – ~~высота~~ биссектриса и $CM \perp BN$, тогда ΔMBC – р/б, т.к. BN – бис. и выс.

сл-но $BM = BC = AM$

пусть $BM = x$

BN – бис-са, поэтому вып-ся соотн-е:

$\frac{AB}{AN}=\frac{BC}{CN}$ или $\frac{AB}{BC}=\frac{AN}{NC}=\frac{2x}{x}=2$

пусть $NC = t$, тогда $AN = 2t$

теперь запишем соотн-я сторон в ΔABC:

$AB+BC>AC$ $BC+AC>AB$ $AB+AC>BC$

$3x>3t$ $3t+x>2x$ $2x+3t>x$

$x>t$ $3t>x$ $x+3t>0$

теперь рассмотрим условие, когда периметр $\Delta ABC = 1200$ – по условию задачи

$3x+3t=1200$

$x+t=400$

если $x<3t$, то $t>100$, $x<300$

если $x>t$, то $x>200$, $t<200$, сл-но пар таких чисел будет 99

отсюда следует, что и треугольников 99

Ответ: 99

№6.

Рассмотрим на графике область существования $ax+b$:

$2x^2-x-1$ – пар-ла, ветви вверх

$x_0=\frac{1}{4}$, $y_0=1\frac{1}{8}$

корни: $-\frac{1}{2}$ и 1

при $x=\frac{3}{2}$, $y=2$

при $x=-\frac{1}{4}$, $y=-\frac{5}{8}$

$x+|2x-1|$ – 2 прямые с ограничением

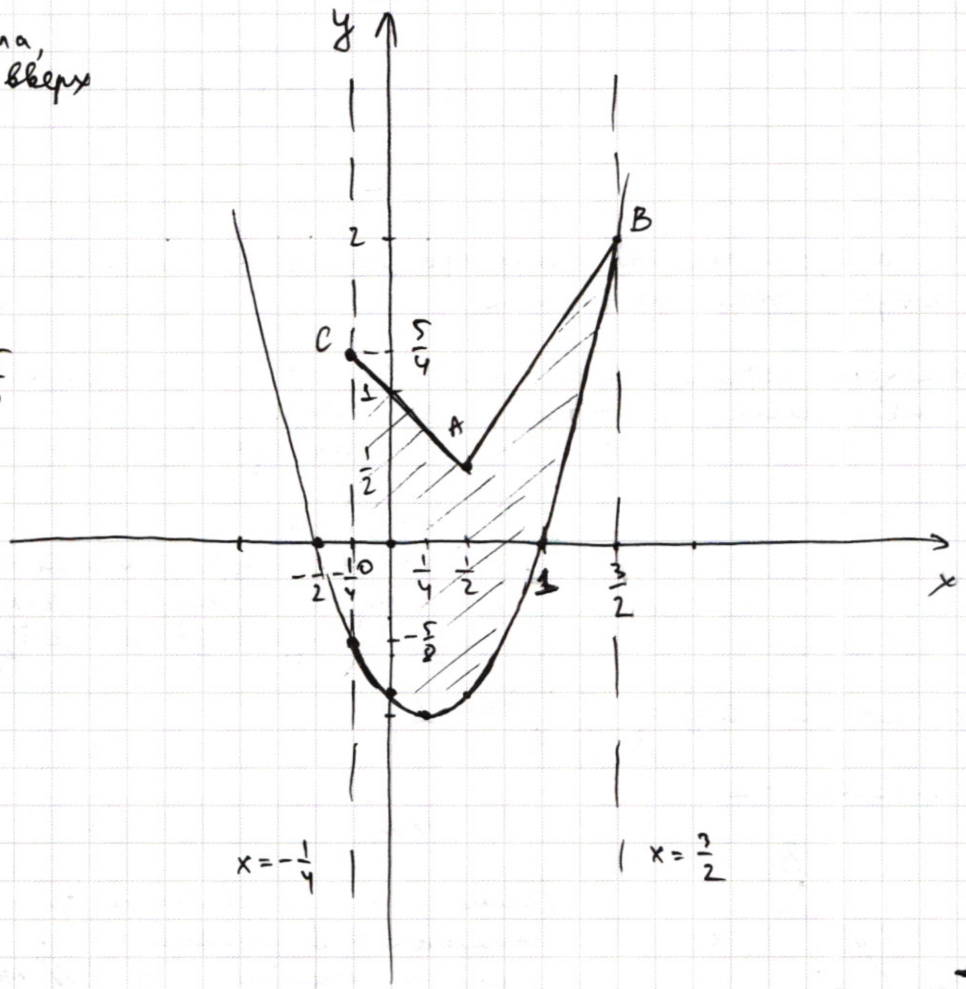
при $x \geq \frac{1}{2}$

$y=3x-1$

при $x<\frac{1}{2}$

$y=-x+1$

при $x=-\frac{1}{4}$, $y=\frac{5}{4}$



$ax+b$ содержится в заштрихованной области при $x\in\left[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right]$

если $ax+b$ проходит через A и B:

$$\frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}}+\frac{y-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-2}=0$$

$$\frac{\cancel{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)}{-\cancel{2}}+\frac{2\left(y-\frac{1}{2}\right)}{-3}=0$$

$$-x+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}y+\frac{1}{6}=0$$

$$-x-\frac{2}{3}y+\frac{2}{3}=0$$

$$\frac{2}{3}y=-x+\frac{2}{3}$$

$$y=-\frac{3}{2}x+1$$

$$\begin{cases}a=-\frac{3}{2}\\ b=1\end{cases}$$

если $ax+b$ проходит через C и A

$$\frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}+\frac{y-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-\frac{5}{4}}=0$$

$$\frac{4\left(x-\frac{1}{2}\right)}{3}+\frac{4\left(y-\frac{1}{2}\right)}{-3}=0$$

$$\frac{4}{3}x-\cancel{\frac{2}{3}}-\frac{4}{3}y+\cancel{\frac{2}{3}}=0$$

$$x-y=0$$

$$y=x$$

$$\begin{cases}a=1\\ b=0\end{cases}$$

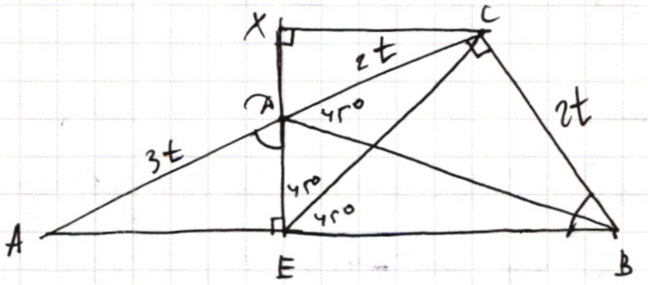
Ответ:

$a\in\left[0;-\frac{3}{2}\right]\cup[1;+\infty)$

$b\in\left[0;\frac{1}{2}\right]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



1. Т.к. $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$ – по условию, то пусть $AD = 3t$, $AC = 5t$, тогда $DE = 2t$

2. EDCB – вписанный, т.к. $\angle DCB = 90° = \angle BED$ – опир-ся на DB

тогда $\angle CDB = \angle CEB \overset{=45°}{}$ – впис-е, опираются на CB

~~~~

$\angle CEB = 45°$, т.к. $\angle DEC = 45°$ – по усл-ю, а $\angle CEB + \angle DEC = \angle DEB = 90°$, т.к. $DE \perp AB$

3. $\triangle CDB$ – пр-й с углом 45°, тогда $\triangle CDB$ – р/б, сл-но $CD = CB = 2t$

откуда $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{CB}{AC} = \frac{2}{3}$

б). 1. по т. Пифагора для $\triangle ABC$:

$AB^2 = AC^2 + CB^2 = 25t^2 + 4t^2 = 29t^2$

$AB = \sqrt{29}\, t$

2. $\angle ADE = \angle CBA$, ~~т.к. $\angle ADE$ – смежный с $\angle EDC$~~ – внешний угол вписанного чет-ка

сл-но $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, тогда $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AE \cdot AB = AC \cdot AD = 15t^2$

$AE \cdot AB = 15t^2$

$AE = \frac{15t^2}{\sqrt{29}\, t} = \frac{15t}{\sqrt{29}}$

пусть CX – высота $\triangle CDE$, тогда $CX \perp DE$ и $AB \perp DE$, сл-но $AB \parallel CX$

тогда $\triangle ADE \sim \triangle DXC$

сл-но $\frac{XC}{AE} = \frac{DC}{DA} = \frac{2}{3} \rightarrow XC = \frac{2AE}{3} = \frac{10t}{\sqrt{29}}$

3. по т. П для $\triangle ADE$: $DE^2 = 9t^2 - \frac{225}{29}t^2 = \frac{36}{29}t^2$, $DE = \frac{6t}{\sqrt{29}}$

откуда $S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2} \cdot CX \cdot DE = \frac{10t \cdot \cancel{6}^{3} t}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{29} \cdot \cancel{2}} = \frac{30}{29}t^2$

по условию известно, что $AC = \sqrt{29} = 5t$, сл-но $t = \frac{\sqrt{29}}{5}$

тогда $S_{\triangle DCE} = \frac{30}{\cancel{29}} \cdot \frac{\cancel{29}}{25} = \frac{6}{5} = 1{,}2$

Ответ: $\frac{6}{5}$
~~~~

№3

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} & (1) \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 & (2) \end{cases}$$

1. $y-2x=\sqrt{x(y-2)-(y-2)}$

$y-2x=\sqrt{(y-2)(x-1)}$

(V) $(y-2)(x-1)\geq 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y-2\geq 0 \\ x-1\geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y-2\leq 0 \\ x-1\leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$y-2x\geq 0$

$y\geq 2x$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y\geq 2 \\ x\geq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} y\leq 2 \\ x\leq 1 \end{cases} \end{array}\right.$$

2. $2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$2x^2-4x+2+y^2-2y+1-2y=0$

$2(x-1)^2+(y-1)^2-2y=0$

$\cancel{(y-2x)^2=(y-2)(x-1)-2(x-1)^2-(y-1)^2-2y=0}$

$\cancel{2x^2+y^2+2x^2+4xy+4xy-2x^2-4x-4y+3=0}$

$\cancel{2x+(y-2x)^2+2x^2+4xy-4x-4y+3=0}$

$\cancel{(y-2x)^2=2x^2-4xy+4x+4y-3}$

$\cancel{2x^2-4xy+4x+4y-3=xy-2x-y+2}$

$\cancel{2x^2-5xy+6x+5y-5=0}$

$(y-2x)^2=(y-2)(x-1)$

$y^2+4x^2-4xy-xy+2x+y-2=0$

$y^2+4x^2-5xy+2x+y-2=0$

$3y^2+12x^2-15xy+6x+3y-6+4x^2+2y^2-8x-8y+6=0$

$\cancel{2y^2+6x^2-5xy-2x-3y+1=0}$

$5y^2+16x^2-15xy-2x-5y=0$

$\cancel{4(4x^2+y^2+2xy)+y^2+23xy-(2x+5}$

$\cancel{(x-1)(y-2x}$

$(y-2x)^2-(y-2)(x-1)-2(x-1)^2-(y-1)^2-2y=0$

$(y-2x)^2-(x-1)(y-2+2x-2)-(y-1)^2-2y=0$

$(y-2x-y+1)(y-2x+y-1)-(x-1)(y+2x-4)-2y=0$

$(1-2x)(2y+2x-1)-(x-1)(y+2x-4)-2y=0$

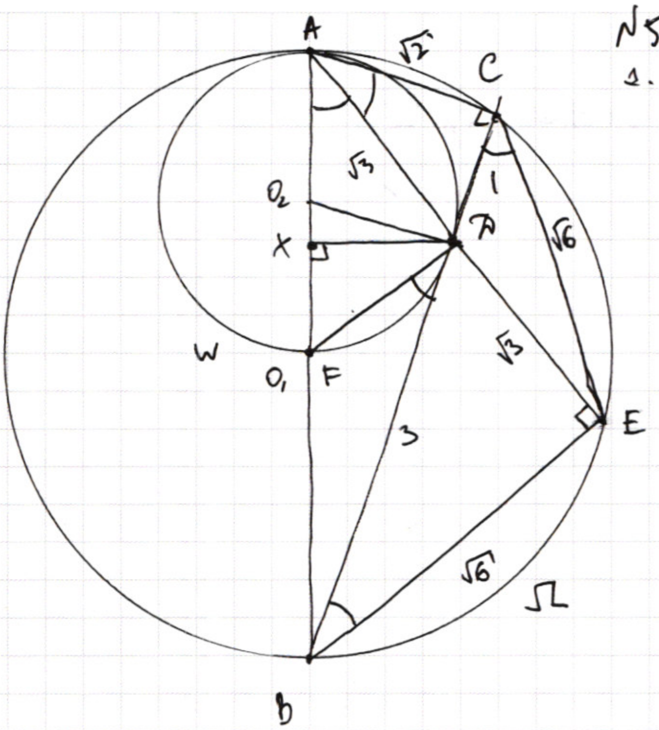
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№5

1. Из т. B к окр-ти W проведены BD – кас-я и BA – секущая, тогда $BD^2 = BF \cdot BA$, где $F = AB \cap W$
сл-но пусть D – диаметр Ω, а d – диаметр W, тогда $(D-d)D = 9$

2. $O_2D \perp BC$ – по условию, $\angle ACB = 90^\circ$, т.к. опирается на AB-диам. и явл-ся вписанным Ω
тогда $\triangle BO_2D \sim \triangle BAC$, откуда $\frac{BO_2}{AB} = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{4}$

$$\frac{D-\frac{d}{2}}{D} = \frac{3}{4}$$

$$4D - 2d = 3D$$

$$D = 2d,$$

откуда $d = R$, где R – радиус Ω

сл-но $F = O_1$

3. найдем диаметры:

$$(2d-d)\cdot 2d = 9$$

$$2d^2 = 9$$

$$d = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$D = \sqrt{2}\cdot 3$$

отсюда можем найти AC: по т. Пифагора для $\triangle BAC$: $AC^2 = 18 - 16 = 2$, $AC = \sqrt{2}$

$\angle AEB = 90^\circ$, аналогично с $\angle ACB$, тогда $\frac{AC}{BE} = \frac{CD}{ED} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$BE = \sqrt{3}AC = \sqrt{6}$

$DE = \sqrt{3}$, т.к. по т. Пифагора для $\triangle ACD$: $AD = \sqrt{3}$
а $\triangle O_1AD \sim \triangle BAD$, где $k = \frac{1}{2}$ – коэф. подобия, тогда $DE = \sqrt{3}$

4. $O_1D \parallel BE$, т.к. O_1DA – прямой опир-ся на AO_1, тогда $\angle O_1DB = \angle DBE$

$\angle O_1DB = \angle O_1AD$ – опир. на O_1D и $\angle O_1DB$ – угол между кас-й и хордой

тогда $\angle EAB = \angle DBE = \angle CBE$ – опир-ся на BE

сл-но $\triangle CEB$ – р/б, и $CE = BE = \sqrt{6}$

DX – высота в $\triangle ADB$, тогда т.к. $\angle BAE = \angle EAC = \angle EBC$ – опир-ся на CE
$\triangle XDA = \triangle ACD$ – гип. и остр. угол.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) тогда $AX = 1$, сл-но $S_{\triangle ABA} = \frac{1}{2} AX \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 3 = \frac{3}{\sqrt{2}}$,

$\triangle AAB \sim \triangle CEA$, с $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$, поэтому $S_{\triangle CEA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{6} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

~~$\triangle ACA \sim \triangle BAE$, тогда~~ $\triangle ACA = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\triangle BAE = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{\sqrt{2}}$

откуда $S_{BACE} = \sqrt{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot 4$

Ответ: $4\sqrt{2}$

См. прод. на стр. 5 (оборот стр. 1)

$y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$(y-2x)^2=(x-1)(y-2)$

$2(x-1)^2+(y-1)^2=0$

$\cancel{(x-1)^2=1-\frac{(y-1)^2}{2}}$

$x-1=0$

$y-1=0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

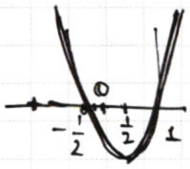
$2x^2-x-1 \le ax+b \le x+|2x-1|$

$x\in\left[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right]$

$2x^2-x-1$

$D=1+4\cdot 2=9$

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{1+3}{4} \\ x=\frac{1-3}{4}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$



$\cancel{2\cdot\frac{1}{16}}+\frac{1}{4}-1$

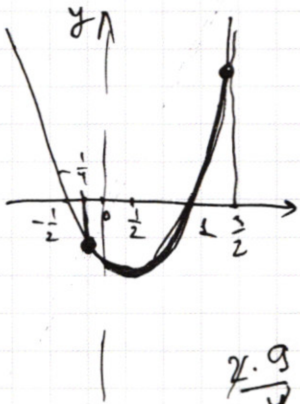
$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-1$

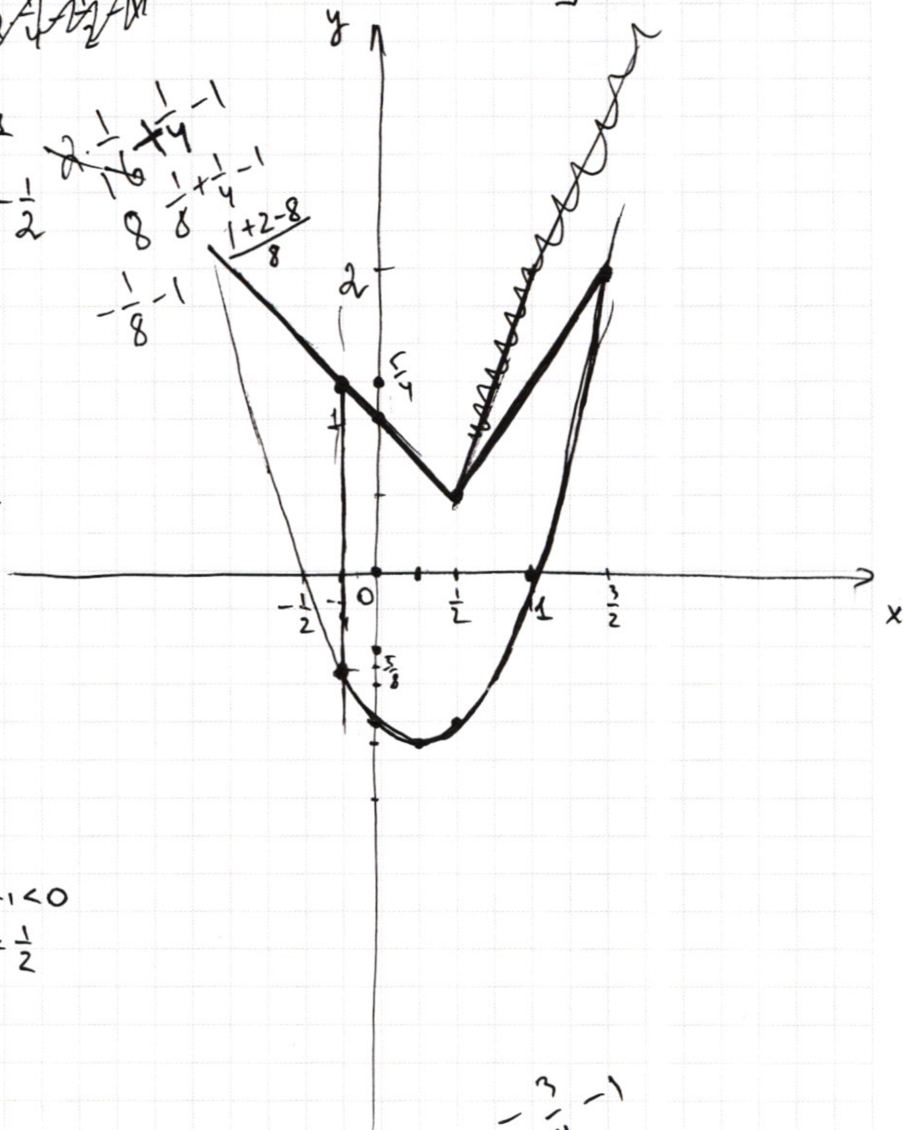
$\frac{1+2-8}{8}$

$-\frac{1}{8}-1$

$\frac{1}{4}$

$-\frac{5}{8}$





$\frac{\cancel{2}\cdot 9}{\cancel{4}\,2}-\frac{3}{2}-1$

$\frac{9-3-2}{2}$ $\frac{4}{2}$

$x+|2x-1|$

$2x-1\ge 0$

$2x\ge 1$

$x\ge\frac{1}{2}$

$2x-1<0$

$x<\frac{1}{2}$

$3x-1$

$2x^2-x-\cancel{1}=3x-\cancel{1}$

$2x^2-4x=0$

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$

$x-2x+1$

$-x+1$

$\frac{1}{4}+1$

$-\frac{3}{4}-1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

МФТИ

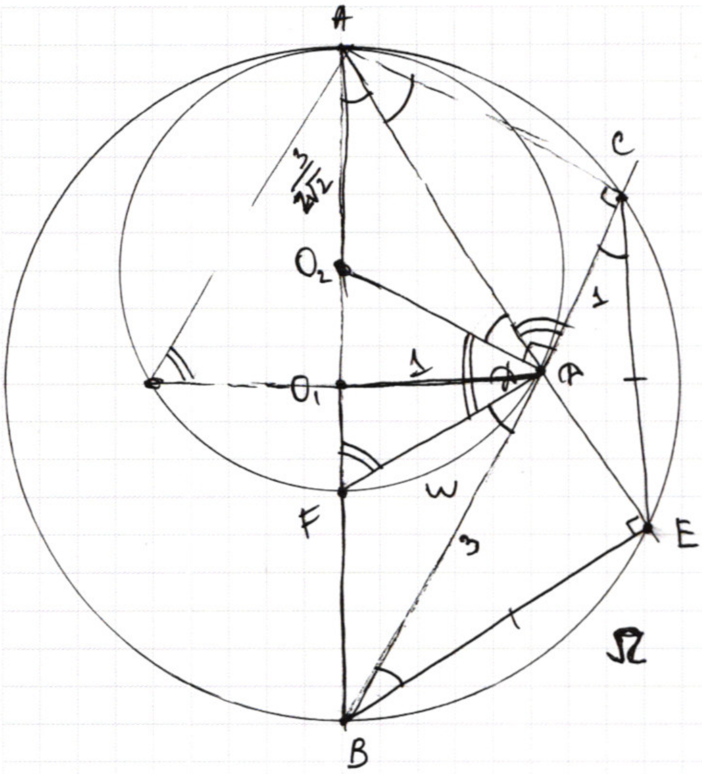
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$BF \cdot \cancel{BA} = 9$

$(D-d)D = 9$

$D^2 - Dd = 9$

$D^2 - Dd - 9 = 0$

$\Delta = d^2 + 36$

$D = \frac{d + \sqrt{d^2+36}}{2}$

$\cancel{\frac{r}{D-d+r}}$

$\frac{BA}{BO_2} = \frac{4}{3}$

$AC^2 = 9 \cdot 2 - \cancel{16} = 2$

$\frac{D}{D-d+\frac{d}{2}} = \frac{4}{3}$

$3D = 4\left(D - \frac{d}{2}\right)$

$3D = 4D - 2d$

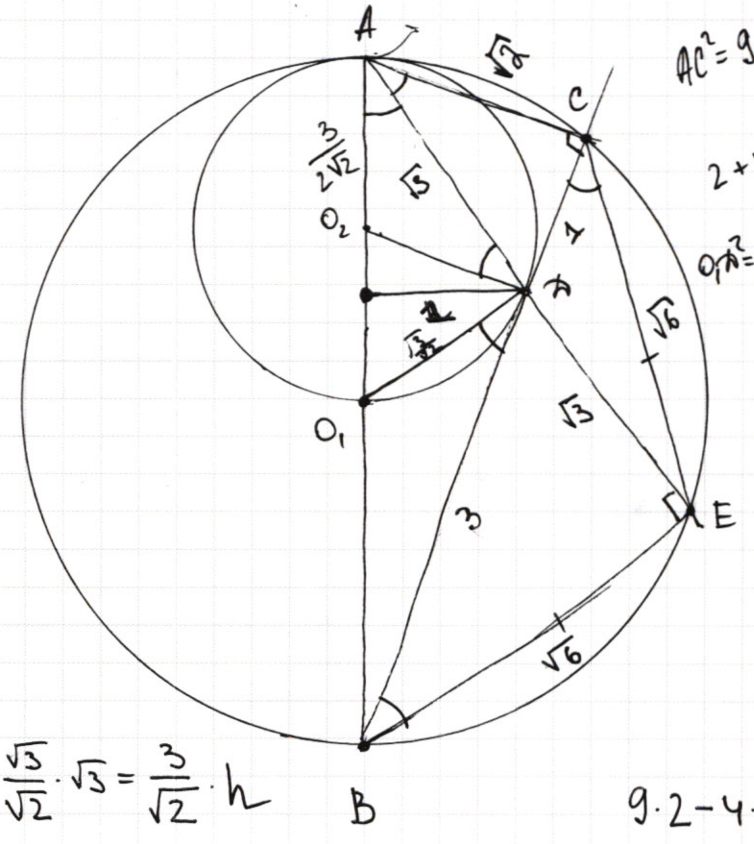
$D = 2d \quad d = R$

$(2d-d) \cdot 2d = 9$

$\cancel{3d = 9}$

$\cancel{d = 3}$

$\cancel{D = 6}$



2+1

$O_1A^2 = \frac{9}{2} - 3 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2} \cdot 2}}$

$\frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 - 3}$

$\frac{12}{12-3} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

$2d^2 = 9$

$d^2 = \frac{9}{2}$

$d = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$D = 3\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot h$

$9 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 6$

$\sqrt{6}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(y-2x)^2-(y-1)^2-2y=0$

$\cancel{2x}\,(\cancel{x}$

$\cancel{y^2}+4x^2-4xy-\cancel{y^2}-1+\cancel{4y}+2y-x^2+4x-1$

$6x^2+6x-5xy+5y-5-4x^2=0$

$4x^2-4xy+2y-x^2+4x-1-1$

$y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$

$y^2-5xy+4x^2+2x+y+2$

$(y+2x)^2-9xy+(2x+y)+2$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$+2x^2+4xy$

$(4x^2+4xy+y^2)+2x^2+4xy-4x-4y+3=0$

$(y+2x)^2+$

$2x^2+4xy-4x-4y+3=xy-2x-y+2$

$2x^2+3xy-2x-3y-1=0$

$2x(x-1)+3y(x-1)-1=0$

$(x-1)(2x+3y)-1=0$

$\cancel{y^2}+\cancel{4x^2}-4xy-xy+2x+y-2-\cancel{6x^2}-2y^2+8x+8y-6=0$

$\cancel{2x^2-5xy+6x+9y-8}$

$-y^2-5xy+10x+9y-8=0$

$3y^2+12x^2-12xy-3xy+6x+3y-6-4x^2-2y^2+8x+8y-6=0$

18

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

a

$b = aq$

$c = aq^2$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$\cancel{a}x^2 + 2\cancel{a}qx + \cancel{a}q^2 = 0$

$x^2 + 2qx + q^2 = 0$

$(x+q)^2 = 0$

$x + q = 0$

$x = -q = aq^3$

$\cancel{q} = -aq^3$

$1 = -aq^2$

$a = -\frac{1}{q^2}$

$c = aq^2 = -\frac{1}{\cancel{q^2}}\cancel{q^2} = -1$

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$2(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 1) = 0$

$2(x-1)^2 + (y-1)^2 = 0$

$(x-1)(y-2) = (y-2x)^2$

$(y-2x)^2 - (x-1)(y-2) - 2(x-1)^2 - (y-1)^2 = 0$

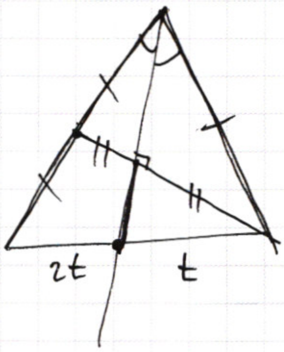
$\cancel{-(x-1)(y-2+2x-2)}$

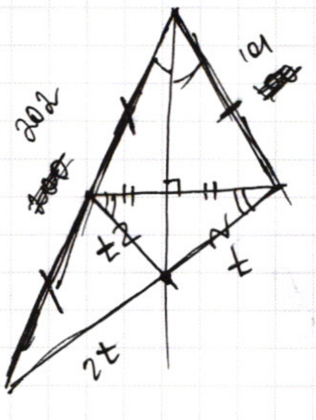
$(y-2x-y+1)(y-2x+y-1)$

$(1-2x)(2y-2x-1)$

$2y - \cancel{2x} - 1 - 4xy + 4x^2 + \cancel{2x}$

$4x^2 - 4xy + 2y - 1$





$1200 = 3x + 3t$

$400 = x + t$

~~101 299~~

299 ... 101

201 199

98+1

$\cancel{3t + x > 2x}$

$\cancel{3t > x}$

$3x > 3t$

$x > t$

$2x + 3t > x$

$\frac{AB}{AN} = \frac{BC}{CN}$

$AB \cdot CN = BC \cdot AN$

$\frac{AB}{BC} = \frac{AN}{CN}$

$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$

$\cancel{2x(x-2) + y(y-4) + 3}$

$y(x-1) - 2(x-1)$

$(x-1)(y-2) = (y-2x)^2$

$y^2 + 4x^2 - 4xy = xy - 2x - y + 2$

$y^2 + 4x^2 - 5xy + 2x + y - 2 = 0$

$\cancel{y^2} + 4x^2 - 5xy + 2x + y - 2 - 2x^2 - \cancel{y^2} + 4x + 4y - 3 = 0$

$2x^2 - 5xy - 5 + 6x + 5y = 0$

$3t = 2x$

$\cancel{2x^2}$ $2x^2 + 6x - 5 - 5xy + 5y$

$x^2 + 2x + 1$

$x^2 + 4x - 6$

$y^2 + 4x^2 - 5xy + 2x + y - 2 = 0$

$(y-2x)^2 - xy + 2x + y - 2 = 0$

$(y-2x)^2 - x(y-2) + (y-2) = 0$

$\cancel{(y-2x)^2 + (y-2)(1-x) = 0}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

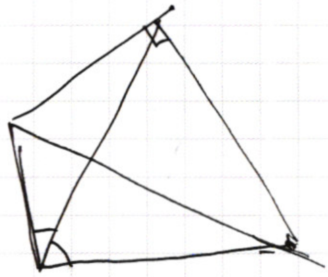
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2(x-1)^2+(y-1)^2=0$

$(y-2x)^2-(x-1)(y-2)=0$

$(y-2x)^2-(x-1)(y-2)+2(x-1)^2+(y-1)^2=0$



$\cancel{(y-2x)^2+(x-1)^2+(y-1)^2}$

$\cancel{y^2+4x^2-4xy+x^2-2x+1}+y^2-2x+1$

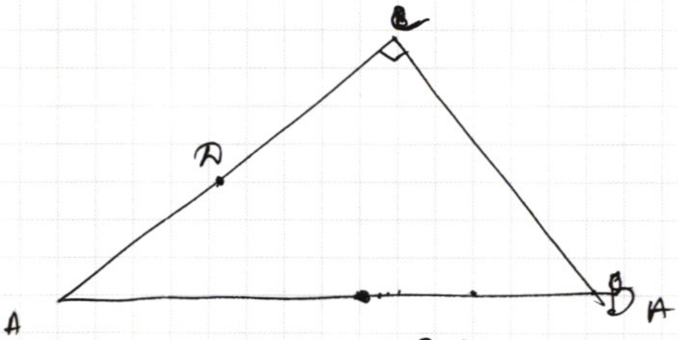
$\cancel{2y^2+4x^2-4xy-4x+2=}$

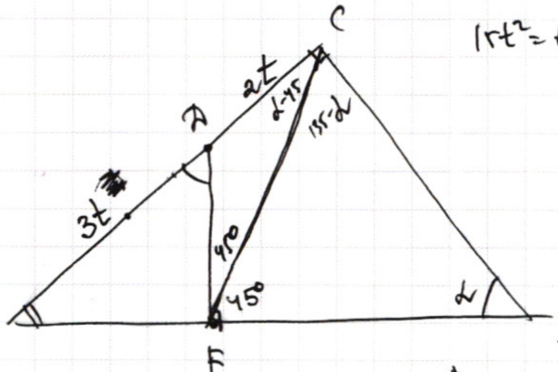
$\cancel{2(y^2+2x^2-2xy-2x+1)}$

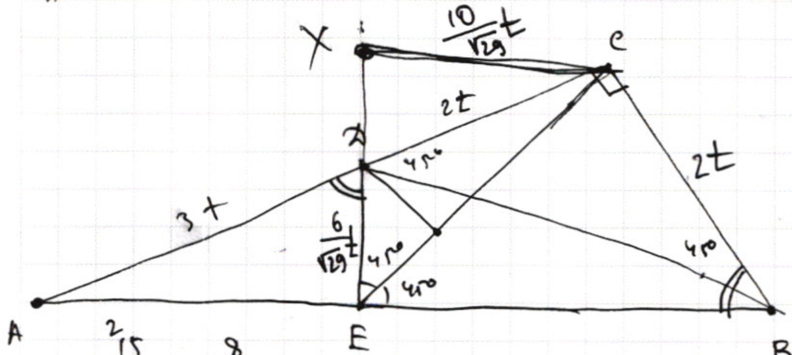
$90-135+\alpha$

$\frac{5t}{AE}=\frac{AB}{3t}$

$15t^2=AB\cdot AE$







$25t^2+4t^2=\sqrt{29}\,t$ $\quad \frac{129}{25}+29$

$5t=\sqrt{29}$

$t=\frac{\sqrt{29}}{5}$

$AB=\cancel{25}\cdot\frac{29}{25}+4\cdot\frac{29}{25}=\frac{854}{25}$

$15t^2=\sqrt{29}\,t\cdot AE$ $\quad \frac{3}{2}=\frac{\frac{15}{\sqrt{29}}}{XC}$

$AE=\frac{15}{\sqrt{29}}t$ $\quad XC=\frac{10}{\sqrt{29}}$

$CAE=9t^2-\frac{225}{29}t^2=\frac{36}{29}t^2$ $\quad \frac{6}{\sqrt{29}}t$

$S=\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{\sqrt{29}}\cdot\frac{6}{\sqrt{29}}t^2=\frac{30}{29}t^2$

30

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)