

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.
2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC , если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.
б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED .
5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2, BD = 3$.
6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $[-\frac{1}{2}; 1]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leq x \leq 22, 2 \leq y \leq 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть q - знаменатель геом. прогрессии, тогда $b = a \cdot q$, $c = a \cdot q^2$ и
пусть четвертый элемент $d = a \cdot q^3$.

Тогда $ax^2 - 2bx + c = 0$ примет вид: $ax^2 - 2aqx + aq^2 = 0$.

$$D = 4a^2q^2 - 4a^2q^2 = 0.$$

$$d = \frac{2aq}{2a} = q.$$

$$aq^3 = q \Rightarrow aq^2 = 1$$

При условии, что $a \neq 0$.

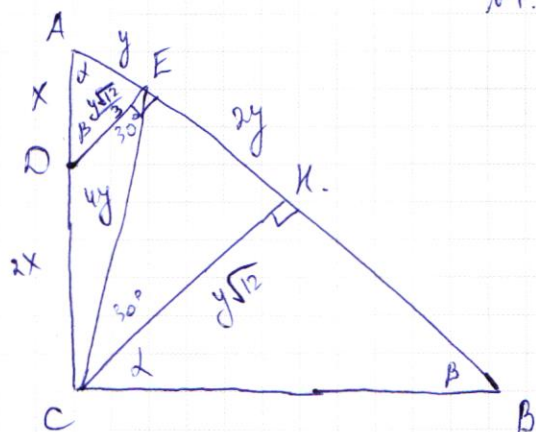
А если $a = 0$, то $0x^2 - 0x + 0 = 0$.

~~тогда~~ $x \in \mathbb{R}$.

след-но $d = a \cdot q^3 = 0 \Rightarrow c = a \cdot q^2 = 0$.

Ответ: 1 или 0.

14.



$\operatorname{tg} \alpha = ?$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$$

a) Решение: пусть $AD = x$, тогда $DC = 3x - x = 2x$.

проведем высоту CK , пусть $\angle CAB = \alpha$, $\angle ABC = \beta$, $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Тогда в $\triangle CKB$: $\angle KCB = 90 - \beta = \alpha$

$DE \perp AB$
 $CK \perp AB$ } $\Rightarrow DE \parallel CK \Rightarrow \angle DEC = \angle ECK = 30^\circ$

В $\triangle CAK$: $\angle ACK = 90 - \alpha = \beta$. $\triangle CAK \sim \triangle DAE$. (по 2 углам)

Пусть $AE = y$, тогда из подобия $\triangle CAK$ и $\triangle DAE$: $\frac{3x}{x} = \frac{AK}{y}$

$AK = 3y \Rightarrow EK = 2y$. В $\triangle CEK$: $CE = \frac{EK}{\sin 30^\circ} = 4y$.

По м. Пифагора: $CK = \sqrt{16y^2 - 4y^2} = y\sqrt{12}$

$\operatorname{tg} \alpha$ из $\triangle CAK$ равен $\frac{CK}{AK} = \frac{y\sqrt{12}}{3y} = \frac{\sqrt{12}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Ответ: $\operatorname{tg} \angle CAB = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

б) м.к. $AC = \sqrt{7}$, то $x = \frac{\sqrt{7}}{3}$. по м. Пифагора в $\triangle ADE$: $\frac{7}{9} = y^2 + \frac{y^2 \cdot 12}{9}$

$$\frac{7}{9} = \frac{21y^2}{9} \Rightarrow y^2 = \frac{7}{21} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$S_{CED} = \frac{DE \cdot EC \cdot \sin 30^\circ}{2} = \frac{\frac{y\sqrt{12}}{3} \cdot 4y}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{y\sqrt{12}}{3} \cdot y = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{12}}{3} = \frac{\sqrt{12}}{9}$$

Ответ: $S_{CED} = \frac{\sqrt{12}}{9}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x-6y = \sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-6y = \sqrt{(y-1)(x-6)} \\ (x^2-12x+36) + 2(y^2-2y+1) = 18. \end{cases}$$

пусть $x-6=a$, $y-1=b$, тогда $x-6y = a-6b$.

$$\begin{cases} a-6b = \sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-12ab-ab+36b^2=0. \\ a^2+2b^2-18=0. \end{cases} \quad \text{или } a-6b \geq 0 \text{ и } ab \geq 0$$

$\Downarrow \frac{a}{b} \geq 6.$ $\Downarrow \frac{a}{b} \geq 0.$

заметьте, что $b=0$ не удовлетворяет.

$$a^2-13ab+36b^2=0 \quad | : b^2, b \neq 0. \quad \text{пусть } \frac{a}{b} = t.$$

$$t^2-13t+36=0.$$

$$D=25.$$

$$t_1 = \frac{13+5}{2} = 9 \quad t_2 = \frac{13-5}{2} = 4.$$

$$\frac{x-6}{y-1} = 9 \quad \text{или} \quad \frac{x-6}{y-1} = 4 \quad - \text{ не подходит,}$$

$$x = 9y - 9 + 6$$

$$x = 4y - 4 + 6.$$

~~1 уравнение: $x = 9y - 3$~~

~~подставим во 2 уравнение.~~

~~$81y^2 - 54y + 9 + 2y^2 - 108y + 36 - 4y + 20 = 0.$~~

~~$83y^2 - 166y + 65 = 0. \quad | : 83$~~

~~$y^2 - 2y + \frac{65}{83} = 0.$~~

~~$D = 4 - \frac{260}{83} = \frac{72}{83}$~~

~~$y_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{\frac{72}{83}}}{2} = 1 \pm \sqrt{\frac{18}{83}}$~~

~~$x_1 = 9 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{18}{83}}\right) - 3 = 6 + 9\sqrt{\frac{18}{83}}$~~

~~$x_2 = 9 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{18}{83}}\right) - 3 = 6 - 9\sqrt{\frac{18}{83}}$~~

$13 \cdot 5 = 65.$

$\frac{\times 65}{4}$
 $\frac{260.}{}$

$\frac{\times 83}{4}$
 $\frac{632}{}$

$72 =$

~~2 уравн: $x = 4y + 2.$~~

~~$16y^2 + 16y + 4 + 2y^2 - 48y - 24 - 4y + 20 = 0.$~~

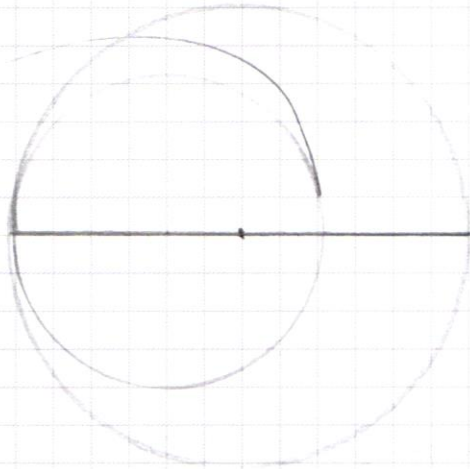
~~$18y^2 - 36y = 0. \quad 18y(y - 2) = 0. \Rightarrow y = 0 \text{ или } y = 2.$~~

~~$x = 2 \text{ или } x = 10.$~~

Ответ: $\left(6 + 9\sqrt{\frac{18}{83}}; 1 + \sqrt{\frac{18}{83}}\right)$ или $\left(6 - 9\sqrt{\frac{18}{83}}; 1 - \sqrt{\frac{18}{83}}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

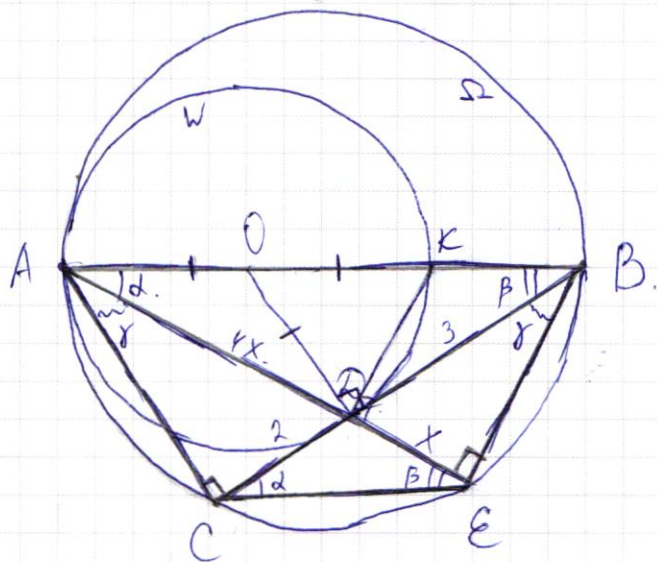


$$\frac{AE}{AD} = \frac{\frac{2x}{2}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{2 \cdot 2} = \frac{5}{4}.$$

$$\frac{2 \cdot 5}{6 \cdot 2} = \frac{5}{6}$$

$$x^2 = \frac{6}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

№5.



Решение: Пусть $\angle BCE = \alpha$, $\angle AEC = \beta$, тогда $\angle ABC = \angle AEC$ и

$\angle BAE = \angle BCE$ (т.к. опираются на одну дугу). O — центр W .

Пусть $\angle CBE = \gamma$, тогда $\angle CAE = \gamma$, т.к. опираются на одну дугу.

проведем CK — радиус W $CK \perp AE$, тогда $\triangle ACK$ — прямо-уг. \triangle .

проведем $OD \perp CB$, $OD \perp AC$ $\left\{ \begin{array}{l} OD \perp CB \\ AC \perp CB \end{array} \right. \Rightarrow OD \parallel AC$.

$\triangle ABC \sim \triangle OBD$ (по углам). $\frac{3}{5} = \frac{OB}{AB}$. Пусть радиус

окр. Ω — R , а радиус окр. r — r .

$$\frac{3}{5} = \frac{2R-r}{2R} = \frac{r}{AC} \Rightarrow AC = \frac{5}{3}r. \text{ и } 10R-5r = 6r \Rightarrow 4R = 5r. \Rightarrow 2R = \frac{5r}{2}$$

$$CB^2 = \left(\frac{25}{9}r^2\right) + (2R)^2 = \frac{25}{4}r^2 - \frac{25}{9}r^2 \quad | \cdot \frac{36}{25}$$

$$\frac{36}{25} \cdot CB^2 = 9r^2 - 4r^2, \text{ но } CB = 5$$

$$36 = 5r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{36}{5} \Rightarrow \frac{6\sqrt{5}}{5} = r.$$

$$R = \frac{5}{4}r = \frac{5 \cdot 6\sqrt{5}}{20} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\triangle AKD \sim \triangle ABE$ (по 2 углам).

$$\frac{2R}{2r} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}}{\frac{6}{5}} = \frac{AE}{AD} = \frac{5}{4}.$$

пусть $AD = 4x$, тогда $AE = 5x \Rightarrow DE = x$.

$\triangle ABD \sim \triangle CDE$ (по 2 углам).

$$\frac{4x}{2} = \frac{3}{x} \Rightarrow 4x^2 = 6 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

по т. косинусов в $\triangle ABD$: $(2R)^2 = (4x)^2 + 9 - 2 \cdot \cos ADB \cdot 3 \cdot 4x$.

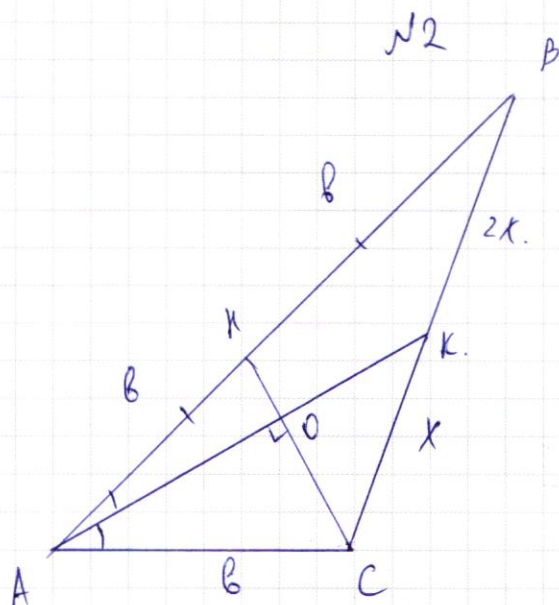
$$45 = 12 + 9 - 2 \cdot \cos ADB \cdot 6\sqrt{6}.$$

$$\cos ADB = \frac{12 + 9 - 45}{2 \cdot 6\sqrt{6}} = \frac{-24}{12\sqrt{6}} = \frac{-2}{\sqrt{6}}.$$

$$\sin ADB = \sqrt{1 - \frac{4}{6}} = \sqrt{\frac{2}{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$S_{ABEC} = \frac{AE \cdot BC \cdot \sin ADB}{2} = \frac{5 \cdot \frac{5\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{25\sqrt{6}}{4\sqrt{3}} = \frac{25\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Ответ: } R = \frac{3\sqrt{5}}{2}, \quad r = \frac{6\sqrt{5}}{5}, \quad S_{ABEC} = \frac{25\sqrt{2}}{4}.$$



Решение: т.к. AK — бис-са и высота, то $\triangle AKC$ — равнобед-ый.
 $AK = AC$, пусть $AK = b$.

По свойству бис-сы в треугольнике: $\frac{BK}{2b} = \frac{KC}{b} \Rightarrow$

$\Rightarrow BK = 2KC$, пусть $KC = x$, тогда $BK = 2x$.

$$\begin{cases} 3b + 3x = 900 \\ 3x < 3b \\ 2b < 3x + b \end{cases} \quad \begin{cases} b + x = 300 \\ x < b \\ b < 3x \end{cases}$$

$$x = 300 - b.$$

$$\frac{b}{3} < 300 - b < b \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4b}{3} < 300 \\ 2b > 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 150 \\ b < 225 \end{cases}$$

$$b < 3x \Rightarrow \frac{b}{3} < x \Rightarrow x > 50.$$

$$x < b \Rightarrow x < 225.$$

т.к. диапазон для b меньше, чем для x , то мы
 смотрим какие b возможны,
 от 151 до 224 включительно, это 74 значения

Ответ: 74

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

a, b, c, x

$$ax^2 - 2bx + c = 0.$$

$$\sqrt{1} \quad b = a \cdot g; \quad c = a \cdot g^2.$$

$$ax^2 - 2 \cdot a g x + a g^2 = 0.$$

$$D = 4a^2 g^2 - 4 \cdot a^2 \cdot g^2 = 0.$$

$$a^2 g^2 (1 - 1) \geq 0$$

$a = 0$ или $g = 0$

$$x = \frac{2ag}{2a} = g.$$

~~$x = g$~~

$$a, ag, a \cdot g^2, ag^3 = g$$

$$ag^2 = 1$$

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

$$(y\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 = 2y^2 - 4y + 2.$$

$$4y = \sqrt{2} \cdot y \cdot k \cdot 2.$$

$$k = \sqrt{2}.$$

$$(y\sqrt{2} + \sqrt{2})^2 = 2y^2 + 4y + 2.$$

$$(x^2 - 12x + 36) + (2y^2 - 4y + 2) - 18 = 0.$$

$$(x - 6)^2 + (y\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 = 18.$$

$$(x - 6)^2 + |y$$

$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + \sqrt{2} \cdot b^2 = 18 \end{cases}$$

$$x - 6y = \sqrt{y(x - 6) - (x - 6)} = \sqrt{(y - 1)(x - 6)}$$

~~$x - 6y = \sqrt{y(x - 6) - (x - 6)}$~~

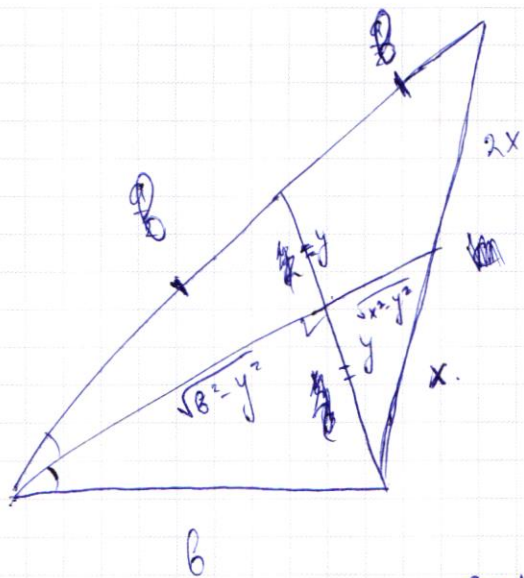
$$(y - 1) = b.$$

$$a^2 + \sqrt{2} \cdot b^2 = 18.$$

$$(x - 6) = a.$$

~~$x - 6y + 6 = x - 6$~~

$$a - 6b = x - 6 - 6y + 6 = x - 6y.$$



$$c = 3x.$$

$$\frac{a}{2} = b.$$

$$3b + c = 900$$

$$c < 3b$$

$$b < c < 3b.$$

$$900 \div 4 = 225.$$

$$c = 900 - 3b.$$

$$b < 900 - 3b < 3b.$$

$$0 < 900 - 4b < 4b.$$

$$4b < 900$$

$$b < 225.$$

$$224 \cdot 3 = 672.$$

~~227~~



$$y^2 = \frac{2b^2 + \cancel{4b^2} + 4x^2 - 4b^2}{4} = \frac{4x^2 - 2b^2}{4} = \frac{2x^2 - b^2}{2}.$$

$$3x = c.$$

$$3b + 3x = 900.$$

$$b + x = 300.$$

$$c : 3.$$

$$b = \frac{9x^2 - b^2}{2} +$$

$$3x < 3b \Rightarrow x < b.$$

$$b < 3x \Rightarrow x > \frac{b}{3}.$$

$$\begin{cases} \frac{b}{3} < x < b. \\ b + x = 300 \end{cases}$$

$$150 + 225 + 225 + 225.$$

~~227~~

$$675 + 150 = 825$$

$$x = 300 - b.$$

$$\frac{b}{3} < 300 - b < b.$$

$$50 < \frac{b}{3} < x.$$

$$\frac{294}{74} \frac{4b}{3} < 300.$$

$$2b > 300.$$

$$b > 150.$$

$$50 < x < 225.$$

$$\frac{224}{74} \frac{150}{74}.$$

$$b < 225.$$

$$\frac{b}{3} > 50.$$

$$150 < b < 225.$$

$$[151; 224].$$

$$[1; 74].$$

Ответ: 74.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

$$\begin{cases} x-6y = \sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-6y = \sqrt{y(x-6) - (x-6)} = \sqrt{(y-1)(x-6)} \\ (x^2-12x+36) + (2y^2-4y+2) - 18 = 0. \end{cases}$$

пусть $(x-6) = a$, $(y-1) = b$, тогда $a-6b = x-6-6y+6 = x-6y$.

$$\begin{cases} a-6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + b^2 \sqrt{2} = 18 \end{cases}$$

$$(a-6b)^2 = ab \Rightarrow a^2 - 12ab + 36b^2 = ab \Rightarrow a^2 - 13ab + 36b^2 = 0.$$

или $a-6b \geq 0$ и $ab \geq 0$.

$$\begin{cases} a^2 - 13ab + 36b^2 = 0. \\ a^2 + b^2 \sqrt{2} - 18 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 13ab + 36b^2 = 0. & (1) \\ 3ab + b^2(\sqrt{2}-1) - 18 = 0. & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 13ab + 36b^2 = 0 \\ b(3a + b\sqrt{2} - 6) \end{cases}$$

рассмотрим (1):

$$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0 \quad | : b^2, b \neq 0 \text{ (2)}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13\left(\frac{a}{b}\right) + 36 = 0; \text{ пусть } \frac{a}{b} = t.$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0. \quad D = 9 - 4 \cdot 5 = 1.$$

$$t = \frac{13 \pm 1}{2}$$

1) случай $\frac{a}{b} = \frac{13+1}{2} \Rightarrow \frac{x-6}{y-1} = \frac{14}{2}$

$$x = \frac{y(14) - 3 - 5 + 12}{2}$$

$$a^2 - 13ab + 36b^2$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13\frac{a}{b} + 36 = 0.$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0.$$

$$D = 169 - 144 = 5^2$$

$$t_1 = \frac{13+5}{2} = 9$$

$$t_2 = \frac{13-5}{2} = 4.$$

$$9y - 3 =$$

$$9y - 3 - 6y = 9y - 3$$

$$(y-1) \cdot (9y-9) =$$

$$x = 9y - 3.$$

$$81y^2 - 54y + 9 + 2y^2 - 108y + 36 - 4y + 20 = 0.$$

$$83y^2 - 166y + 65 = 0.$$

$$y^2 - 2y + \frac{65}{83} = 0.$$

$$D = 4 - \frac{4 \cdot 65}{83} =$$

$$81y^2 - 54y + 9 + 2y^2 - 108y + 36 - 4y + 20 = 0.$$

$$83y^2 - 166y + 65 = 0.$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ \hline 4 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\frac{72}{4} = 18.$$

$$12 \cdot 6 = 9 \cdot 8.$$

$$\sqrt{72} = 3 \cdot 2\sqrt{2}.$$

$$2, 3, 4, 5, 6.$$

$$\begin{array}{r} \times 166 \\ \hline 996 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 56 \\ \hline 9 \\ \hline 65. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 76. \\ \times 76 \\ \hline 456 \\ 532 \\ \hline 5776 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 2756 \\ \hline 21580 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Pr. } 6000 - 24 = \\ \hline = 5976. \end{array}$$

~~83~~

$$\begin{array}{r} \times 83 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 415 \\ \times 5395 \\ \hline 21580 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 166 \\ \hline 166 \\ 1996 \\ 996 \\ \hline 166 \end{array}$$

$$27556 - 21580 =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$x^2 + 12xy + 36y^2 = xy - 6y - x + 6$$~~

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 3\frac{a}{b} + 1 = 0.$$

$$t^2 - 3t + 1 = 0.$$

$$D = 9 - 4 = 5.$$

$$t_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$t_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

~~$$3ab + b^2(\sqrt{2}-1) = 0.$$~~

~~$$b(3a + b\sqrt{2} - b) = 0.$$~~

~~$$b = 0 \text{ или}$$~~

~~$$3a + b\sqrt{2} - b = 0.$$~~

~~$$a = \frac{b(\sqrt{2}-1)}{3}$$~~

$$b^2(\sqrt{2}-1) + 3ba - 18 = 0.$$

$$D = 9a^2 + 72\sqrt{2} - 72 = 9(a^2 + 8\sqrt{2} - 8) > 0.$$

$$b = -3a$$

$$2x - 12 = y(3 + \sqrt{5}) - 3 - \sqrt{5}$$

$$x = \frac{3y + y\sqrt{5} - 3 - \sqrt{5} + 12}{2} = \frac{y(3 + \sqrt{5}) + 9 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{45}{65}$$

$$\frac{108}{54} + \frac{16 \cdot 2}{4} = \frac{166}{166}$$

$$81y^2 - 54y + 9 + 2y^2 - 108y + 36 - 4y + 20 = 0.$$

$$83y^2 - 166y + 65 = 0.$$

$$\frac{x-6}{y-1} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow 2x-12 = y(3+\sqrt{5}) - 3 - \sqrt{5}$$

$$y = \frac{2x-12+3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{2x-9+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$$

$$\frac{y(3+\sqrt{5})+9-\sqrt{5}-12y}{2} = \sqrt{\frac{y^2(3+\sqrt{5})+y(9-\sqrt{5})}{2}}$$

$$2(y^2 - 2y + 1) = 2(y-1)^2 = 2b^2.$$

$$\begin{array}{r} 166 \\ \times 166 \\ \hline 996 \\ 996 \\ 166 \\ \hline 27556 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 83 \\ 65 \\ \hline 415 \\ 498 \\ \hline \times 5395 \\ 4 \\ \hline 21580 \end{array}$$

$$6000 - 24 = \cancel{5976} \\ \cancel{887} \\ 5976.$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ \times 76 \\ \hline 456 \\ 532 \\ \hline 5776 \end{array}$$

$$\frac{x-6+9}{9}$$

$$8y - 9 = x - 6.$$

$$8y = \frac{x-6+9}{9} = \frac{x+3}{9}.$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 81 \\ \hline 12 \\ 96 \\ \hline 972 \end{array}$$

$$x^2 + \frac{4 \cdot x^2 + 6x + 9}{81} - 12x - \frac{4x + 12}{9} + 20 = 0 \quad | \cdot 81$$

$$81x^2 + 4x^2 + 6x + 9 - 972x - 36x - 108 -$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}$$

$$x - 6y = \sqrt{y(x-6) - (x-6)}$$

$$x - 6y = \sqrt{(y-1)(x-6)}$$

$$x^2 - 12xy + 36y^2 = (y-1)(x-6)$$

$$x^2 - 12xy + 36y^2 = xy - 6y - x + 6$$

$$x^2 - 13xy + 36y^2 + 6y + x - 6 = 0$$

$$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$$

$$-13xy + 34y^2 + 10y + 13x - 26 = 0$$

$$-13(xy + x + 2) + y(34y + 10) = 0$$

$$2x^2 - 13xy + 38y^2 + 2y - 11x + 17 = 0$$

-32y - 4 = -36y

$$16y^2 + 16y + 4 + 2y^2 - 48y - 48x - 4y + 20 = 0$$

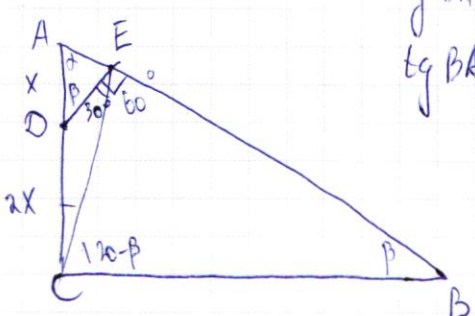
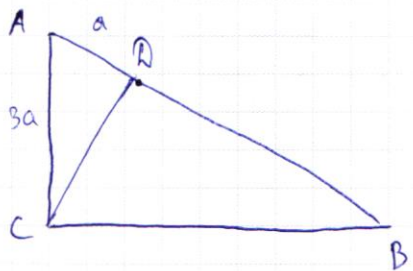
$$18y^2 - 36y = 0$$

$$18y(y - 2) = 0$$

или $y = 2$

2a = 0 - 12 - 0 + 6

$a \geq 6b$
 $\frac{a}{b} \geq 6$

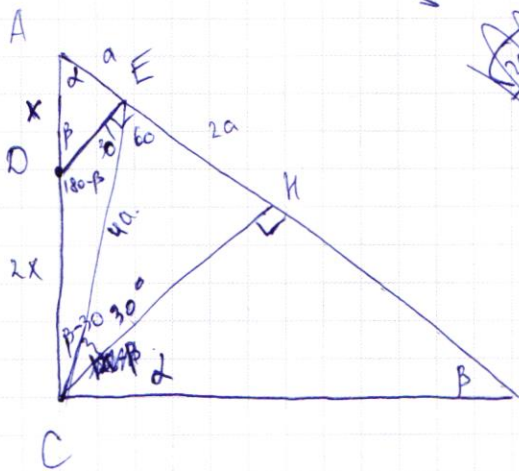


tg BAC = ?
tg BAC = $\frac{CB}{AC}$

$$180 - 120 + \beta = 60 + \beta$$

$$60 + \beta + 180 - \beta + 30 =$$

$$90 - 120 + \beta = \beta - 30$$



$$\frac{a\sqrt{2}}{3a} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

tg alpha - ?

$$\text{tg } \alpha = \frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{y}{\frac{y\sqrt{2}}{3}} = \frac{8}{\sqrt{12}} =$$

$$\frac{y\sqrt{2}}{3y}$$

$$7 = 3 + 4$$

$$(2\sqrt{7})^2 = 16y^2 + \left(\frac{y\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4\sqrt{12} \cdot y^2}{3}$$

$$7 \cdot 4 = 16y^2 + \frac{12}{9}y^2 - \frac{4 \cdot 6}{3}y^2$$

$$7 \cdot 4 = 8y^2 + \frac{12}{9}y^2 \quad | \cdot \frac{9}{2}$$

$$126 = 36y^2 + 6y^2$$

$$42y^2 = 126$$

$$y^2 = \frac{126}{42} = 3$$

$$y = \sqrt{3}$$

$$\frac{14}{9} \cdot \frac{126 \cdot 1}{126 \cdot 3} = \frac{14}{9}$$

~~126~~

$$\frac{7}{9} = \frac{13}{3} + \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{9}$$

$$x = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\frac{4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \sin 30^\circ = \frac{4\sqrt{3} \cdot 2}{x} = 2\sqrt{3}$$

~~126~~

$$12y^2 = 9x^2 - 9y^2$$

$$(\sqrt{7})^2 = 21y^2$$

$$7 = 21y^2 \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{5}{3} = \frac{2R-r}{2R-r} \quad \frac{2R}{2R-r} = \frac{AC}{r}$$

$$3AC = 5r.$$

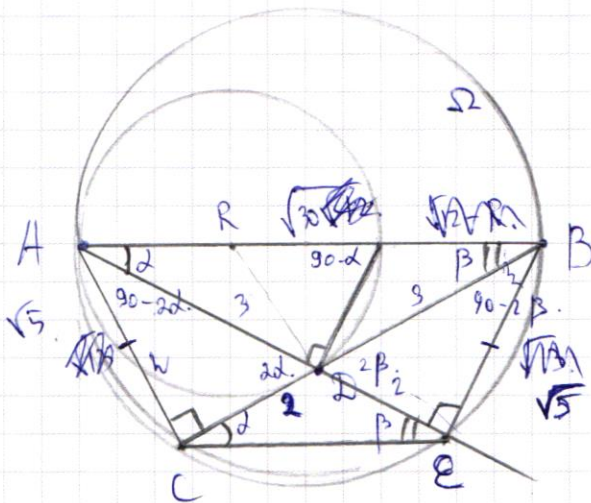
$$AC = \frac{5}{3}r.$$

$$10R - 5r = 6R.$$

$$4R = 5r.$$

$$2h = 2,5r.$$

$$\sqrt{2}R.$$



$$\frac{25}{9}r^2 + 25 = \frac{25}{4}r^2.$$

$$\frac{r^2}{9} + 1 = \frac{r^2}{4} \quad | \cdot 36.$$

$$180 - 90 = 90$$

$$4r^2 + 36 = 9r^2$$

$$2\alpha = 2\beta \Rightarrow \alpha = \beta.$$

$$\begin{aligned} 5r^2 &= 36 \\ r^2 &= \frac{36}{5} \\ r &= \frac{6}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$25 - 13 = 12.$$

$$25 + 5 = 30.$$

$$\frac{4 \cdot \frac{12\sqrt{5}}{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{4}{5}.$$

$$180 - \alpha - \beta = 180 - (90 - \gamma) = 90 + \gamma.$$

$$90 - \alpha - \beta = \gamma.$$

$$360 - 2(180 - (\alpha + \beta)) = 2(\alpha + \beta).$$

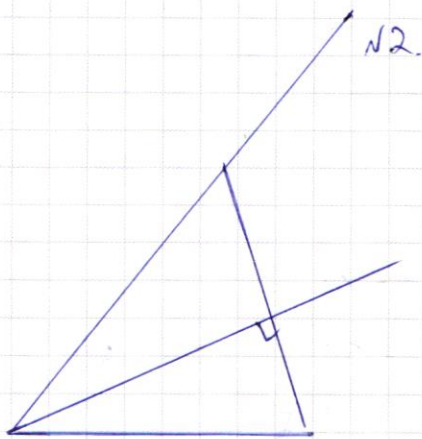
$$90 - (\alpha + \beta)$$

$$2\alpha + 2\beta + 180 +$$

$$2\alpha + 90 + 2\beta + 90 +$$

$$\alpha + \beta + 90 + \gamma = 180.$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 90.$$



256.