МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. Т.к. a, b и c – первый, второй и третий члены геом. прогрессии, то $b = aq$, $c = aq^2$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$\frac{D}{4} = b^2 - ac = (aq)^2 - a \cdot aq^2 = a^2q^2 - a^2q^2 = 0$

Т.о. уравнение имеет единственное решение.

Получим, что четвертый член прогрессии $= aq^3 = -\frac{2b}{2a} = -\frac{2aq}{2a} = -q$

~~$aq^3 + \frac{q}{2} = 0$~~

~~$q(aq^2 + \frac{1}{2}) = 0$~~

~~$q = 0$ или $aq^2 = -\frac{1}{2}$~~

~~(не подходит, т.к. в этом случае $b=0$, $c=0$ и т.д.)~~ ~~$c = -\frac{1}{2}$~~

~~Ответ: $-\frac{1}{2}$~~

Т.е. $aq^3 = -q$

$aq^3 + q = 0$

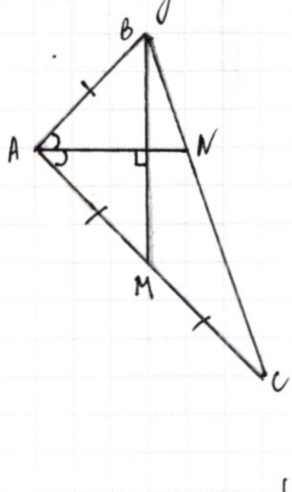
$q(aq^2 + 1) = 0$

$q = 0$ или $aq^2 = -1$

(не подходит, т.к. тогда $b = 0$, $c = 0$ и т.д.) $c = -1$.

Ответ: -1.

№2. Пусть $\triangle ABC$ – один из $\triangle$-ов удовлетворяющих условиям задачи. Пусть BM – медиана, AN – бис-са. Тогда $AM = MC = x$



В $\triangle ABM$ бис-са совпадает с высотой $\Rightarrow$ $\triangle ABM$ – равнобедренный $\Rightarrow$ $AB = AM = x$. Обозначим BC длину стороны BC.

Тогда $P = AB + BC + AC = x + BC + 2x = 3x + BC = 1200$

$3x + BC = 1200$

$x = \frac{1200 - BC}{3} = 400 - \frac{BC}{3}$.

Т.е. чтобы $x = AB$ (соответственно и $2x = AC$) было целым числом нужно, чтобы $BC \vdots 3$. При этом x должно было > 0 $\Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{BC}{3} < 400 \Rightarrow BC < 1200$.

Т.е. $BC \in \{3; 6; 9; \ldots 1197\}$. BC может принимать 399 значений.

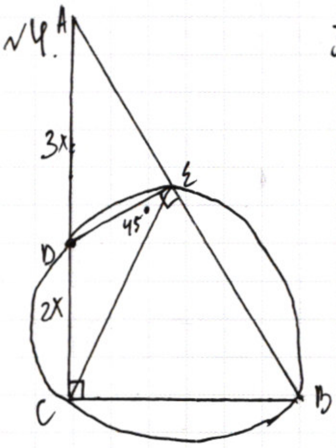
(см. след. страницу)

(№2) При этом ~~и~~ катету значению BC соответствует ~~в~~ одно значение x и соответственно одно значение $2x$ (т.к. $x = 400 - \frac{BC}{3}$).

Т.о. длина BC ~~=>~~ определяет длины двух других сторон Δ-ка $\Rightarrow$ таких Δ-ов тоже 399.

Ответ: 399.

№4.



Т.к. $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$, то пусть $AD = 3x$, $DC = 2x$.

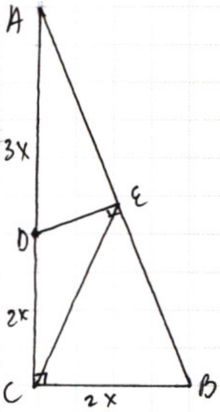
а) $\angle DEB = 90°$. $\angle DEC = 45° \Rightarrow \angle CEB = 45°$

В четырехугольнике CDEB $\angle DEB + \angle DCB = 180° \Rightarrow$ четырехугольник CDEB можно вписать в окр.

Заметим, что т.к. $\angle DEC = \angle CEB$, то $\breve{DC} = \breve{CB}$ $\Rightarrow DC = CB = 2x$ (равные дуги "стягиваются" равными хордами)

Тогда $tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$.

Перерисуем чертеж, учитывая, что $BC = DC$.



б) Пусть $\angle BAC = \alpha$. $tg\alpha = \frac{2}{5} \Rightarrow 1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$1 + \frac{4}{25} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos^2\alpha = \frac{25}{29}$

$\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$ ($\cos\alpha > 0$, т.к. α – острый угол в прямоуг. Δ-ке)

$\cos\alpha = \cos(90° - \angle ADE) = \sin\angle ADE = \sin(180° - \angle ADE) = \sin\angle CDE$

Т.к $AC = 5x = \sqrt{29}$, то $x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

$\Rightarrow AD = \frac{3\sqrt{29}}{5}$, $DC = BC = \frac{2\sqrt{29}}{5}$

В ~~прям~~ прямоуг. ΔADE $DE = AD \cdot \sin\alpha = \frac{3\sqrt{29}}{5}\sqrt{1 - \frac{25}{29}} = \frac{3\sqrt{29}}{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{6}{5}$

Тогда $S_{\Delta DEC} = \frac{1}{2} \cdot \sin\angle CDE \cdot CD \cdot DE = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{\sqrt{29}}} \cdot \frac{\cancel{2\sqrt{29}}}{\cancel{5}} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{5}$.

Ответ: а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{6}{5}$.

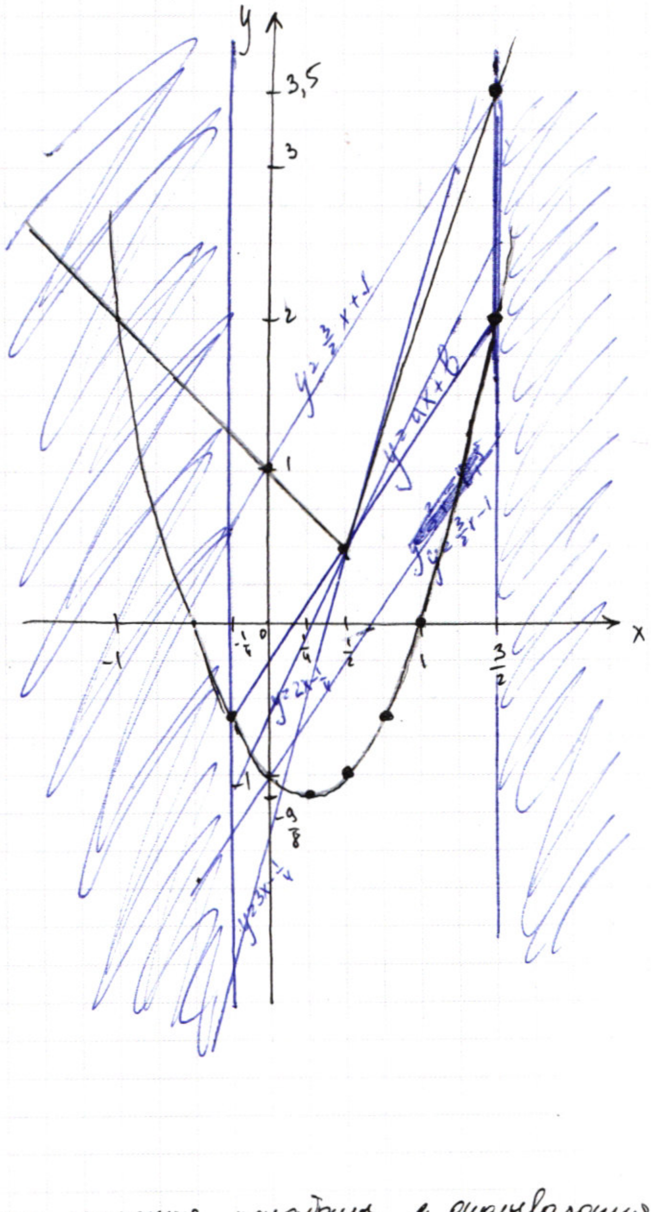
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6. $2x^2 - x - 1 = (x-1)(2x+1)$ - парабола с вершиной в $\left(\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}\right)$.

~~Перепишем~~ Перепишем двойное неравенство

$$\begin{cases} ax+b \geq (x-1)(2x+1) \\ ax+b \leq -x+1, \text{ если } x < \frac{1}{2} \\ ax+b \leq 3x-1, \text{ если } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

} представляет собой „галочку" с „вершиной" в т. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.



Изобразим на графике полученные ~~пар~~ параболу и „галочку".

Выделим область $x \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

$y = ax + b$ - прямая, ~~которая в выделенной области должна быть~~ все значения которой должны находиться на графике ниже „галочки" и выше „параболы" или совпадать с ними.

Заметим, что прямая, проходящая через т. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8}\right)$, $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ и $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ удовлетворяет условию.

$$\begin{cases} 2 = a\frac{3}{2} + b \\ -\frac{5}{8} = a\left(-\frac{1}{4}\right) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 3a + 2b \\ -5 = -2a + 8b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 16 = 12a + 8b \\ 5 = 2a - 8b \end{cases} \Rightarrow 16 + 5 = 14a$$

$$a = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$$

$$16 = 18 + 8b$$

$$b = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}.$$

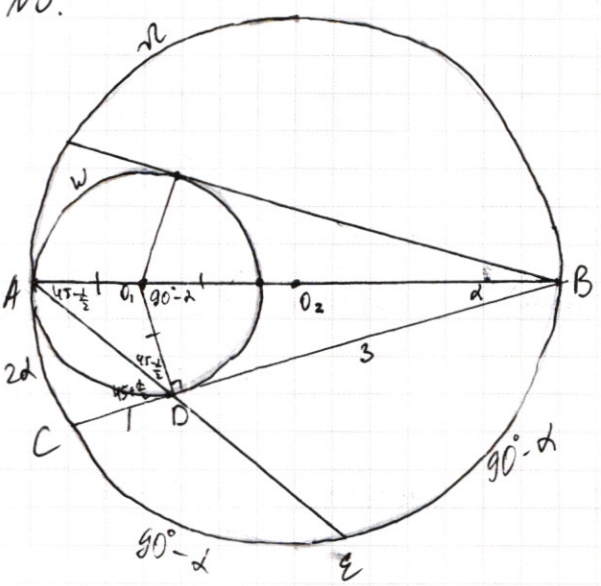
Заметим, что при $a \neq \frac{3}{2}$, некоторые значения параболы оказываются „выше" прямой, а некоторые значения „галочки" — ниже. Например, при $y = 2x - \frac{1}{4}$ или $y = 3x - \frac{1}{4}$.

Аналогично при $b \neq -\frac{1}{4}$. (например $y = \frac{3}{2}x - 1$ или $y = \frac{3}{2}x + 1$

т.о. единственная пара чисел $(a; b)$ удовлетворяющая условиям задачи это $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$

Ответ: $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$

№5.



Пусть O_1 – центр окр. ω, O_2 – центр окр Ω.
r – радиус окр. ω, R – радиус окр Ω.

Т.к. ω и Ω кас., то их центры и точка касания лежат на одной прямой AB.

Т.к. BC – касательная к ω, то $O_1D \perp BC$
Тогда в прямоуг. $\triangle O_1DB$: $O_1B = 2R - r$,
$O_1D = r$
$BD = 3$

$$(2R-r)^2 = r^2 + 9$$
$$4R^2 - 4rR + r^2 = r^2 + 9$$
$$4R^2 - 4rR - 9 = 0$$
$$\frac{D}{4} = 4r^2 + 36$$
$$R = \frac{2r \pm 2\sqrt{r^2+9}}{4}, \text{ но } R > 0 \Rightarrow$$
$$R = \frac{r + \sqrt{r^2+9}}{2}.$$

Пусть $\angle ABC = \alpha$. Тогда: $\angle AO_1D$ как внеш. $= 90° + \alpha$.
В равноб. $\triangle AO_1D$ $(AO_1 = O_1D = r)$ $\angle O_1AD = \angle O_1DA = 45° - \frac{\alpha}{2}$

Тогда $\angle ADB = 135° - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \angle ADC = 45° + \frac{\alpha}{2}$ (как внеш.).

$\breve{AC} = 2\alpha$ (т.к. впис. $\angle ABC = \alpha$)

Тогда $\angle ADC = \frac{\breve{AC} + \breve{BE}}{2} = 45° + \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \breve{BE} = 90° - \alpha$

Тогда $\breve{CE} = \underbrace{\breve{AB}}_{180° \text{ (т.к. } AB \text{ – диаметр)}} - 2\alpha - 90° + \alpha = 90° - \alpha$

По свойству хорд $CD \cdot DE = AD \cdot DE = 3$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3. $\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (y-2)-2(x-1)=\sqrt{(y-2)(x-1)} \\ (y-2)^2+2(x-1)^2=3 \end{cases}$

Пусть $y-2=a$, $x-1=b$

Заметим, что $y-2x\geq 0$

$y\geq 2x \Rightarrow a+2\geq 2b+2$

$a\geq 2b \quad b\leq \frac{a}{2}$

$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=3 \end{cases} \Rightarrow a^2-4ab+4b^2=ab$

$\begin{cases} a^2-5ab+4b^2=0 \\ -a^2-2b^2=-3 \end{cases} \Rightarrow 2b^2-5ab+3=0$

$D=25a^2-24$

$b=\frac{5a\pm\sqrt{25a^2-24}}{4}$

Заметим, что при $b=\frac{5a+\sqrt{25a^2-24}}{4}$ условие $b\leq\frac{a}{2}$ не выполняется.

Т.е. $b=\frac{5a-\sqrt{25a^2-24}}{4}$

$a^2+2\,\frac{25a^2+25a^2-24-10\sqrt{25a^2-24}}{16}=3$

$16a^2+100a^2-48-20\sqrt{\ }=48$

$116a^2-20\sqrt{25a^2-24}-96=0$

$29a^2-5\sqrt{25a^2-24}-24=0$

$29a^2-24\geq 0$ $\quad 29^2a^4-2\cdot24\cdot29a^2+24^2=25^2a^2-25\cdot24$

$841a^4-2017a^2+1176=0$

Пусть $a^2=t$ $(t\geq 0)$ $\quad 841t^2-2017t+1176=0$

$(t-1)\left(t-\frac{1176}{841}\right)=0$

$t=1$ $\qquad t=\frac{1176}{841}$

$a^2=1$ $\qquad a^2=\frac{1176}{841}=\frac{24\cdot49}{29^2}$

$a=\pm1$ $\qquad a=\pm\frac{7\cdot2\sqrt6}{29}=\pm\frac{14\sqrt6}{29}$

$\left[\begin{array}{l} y-2=1 \\ y-2=-1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=3 \\ y=1 \end{array}\right.$ $\qquad \left[\begin{array}{l} y=\frac{14\sqrt6}{29}+2 \\ y=2-\frac{14\sqrt6}{29} \end{array}\right.$

$a=1$, $b=\frac{5-\sqrt{25-24}}{4}=\frac{5-1}{4}=1$. не подходит.

$a=-1$, $b=\frac{-5-\sqrt{25-24}}{4}=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}$ подходит $(-1\geq-\frac{3}{2}\cdot2)$ $\Rightarrow \begin{cases} x=b+1=-0{,}5 \\ y=1. \end{cases}$

$a=\frac{14\sqrt6}{29}$, $b=\frac{\frac{70\sqrt6}{29}-\sqrt{\frac{25\cdot24\cdot49}{29^2}-24}}{4}=\frac{\frac{70\sqrt6}{29}-\frac{96}{29}}{4}=\frac{35\sqrt6-48}{58}$

$24(25\cdot49-29^2)=24(35-29)(35+29)=24\cdot6\cdot64$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{14\sqrt6}{29} \quad < \quad \frac{35\sqrt6-48}{29}$$

$$0 < 21\sqrt6 - 48$$

$$48 < 21\sqrt6$$

$$16 < 7\sqrt6$$

$$256 < 294$$

не подход.

$$a = -\frac{14\sqrt6}{29} \qquad b = \frac{-\frac{70\sqrt6}{29} - \frac{96}{29}}{4} = -\frac{35\sqrt6-48}{58}$$

подходит.

$$-\frac{14\sqrt6}{29} > -\frac{35\sqrt6-48}{29}$$

$$-14\sqrt6 \qquad -35\sqrt6 - 48$$

$$21\sqrt6 \qquad 48$$

$$7\sqrt6 > 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{35\sqrt6-48}{58} + 1 = \frac{-35\sqrt6+10}{58} \\ y = \frac{58-14\sqrt6}{29}. \end{cases}$$

Ответ: ~~(-0,5; 1)~~ $\left(\frac{-35\sqrt6+10}{58};\ \frac{58-14\sqrt6}{29}\right)$.

~~пара $x=-0,5$ $y=1$.~~

пара $x=-0,5$ $y=1$ не прошла подстановку

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. $\frac{D}{4} = b^2 - ac = a^2q^2 - aaq^2 = 0$ $\quad a \quad aq \quad aq^2$

$\cancel{\frac{-b - \sqrt{b^2-ac}}{a}}$ $\quad \cancel{\frac{-b + \sqrt{b^2-ac}}{a}}$

$\cancel{-aq - \sqrt{\;}}$

$a(-q)^2 + 2aq(-q) + aq^2 = 0$

$aq^2 - 2aq^2 + aq^2 = 0$

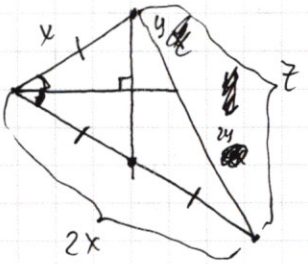
$aq^3 = -\frac{b}{2a} = -\frac{aq}{2a} = -\frac{q}{2} = -q$

$aq^3 + \frac{q}{2} = 0$

$q(aq^2 + \frac{1}{2}) = 0$

$\underline{aq^2 = -\frac{1}{2}}$

№2.



$2x + z = 1200$

$x = \frac{1200 - z}{3} = 400 - \frac{z}{3}$

$z \in \{3; 6; 9, \dots 1197\}$

Ответ: $\underline{399}$

№3. $y - 2x = \sqrt{x(y-2) - (y-2)} = \sqrt{(y-2)(x-1)}$

$y - 2x \geq 0$

$y^2 - 4xy + 4x^2 = (y-2)(x-1)$

$y^2 - 4xy + 4x^2 - xy + 2x + y - 2 = 0$

$y^2 - 5xy + 4x^2 + 2x + y - 2 = 0$

$\cancel{2x^2 - 4x + 2 + y^2 - 4y + 4 - 5 = 0}$

$\cancel{2(x-2)^2 + (y-2)^2 - 5 = 0}$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 - 3 = 0$

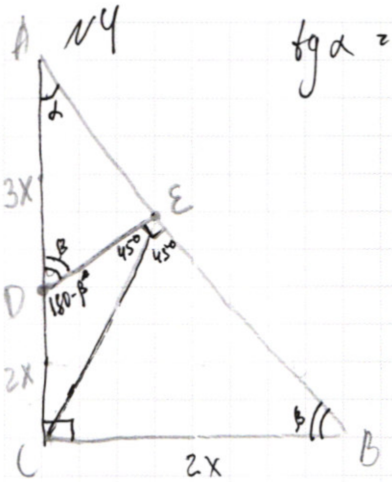
$\begin{cases} 2(y-2x)^2 = 2(y-2)(x-1) \\ (y-2)^2 + (x-1)^2 = 3 - (x-1)^2 \end{cases}$

$(y-2)^2 + 2(y-2)(x-1) + (x-1)^2 = 2(y-2x)^2 - (x-1)^2 + 3$

$(y - 2 + x - 1)^2 = 2y^2 - 8xy + 8x^2 - x^2 + 2x - 1 + 3$

$(y + x - 3)^2 = 2y^2 - 8xy + 7x^2 + 2x + 2$

№4



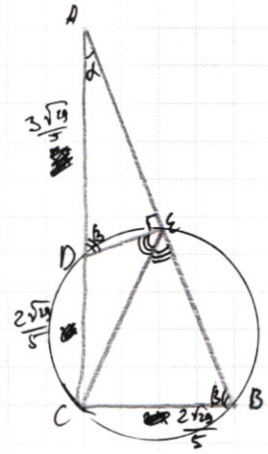
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC} = \frac{BC}{5x} = \frac{2}{5}$$

$$1 + \frac{4}{25} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{29}{25} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{29}}$$



$$AB = x\sqrt{29}$$

$$AB = \frac{29}{5}$$

$$5x = \sqrt{29}$$

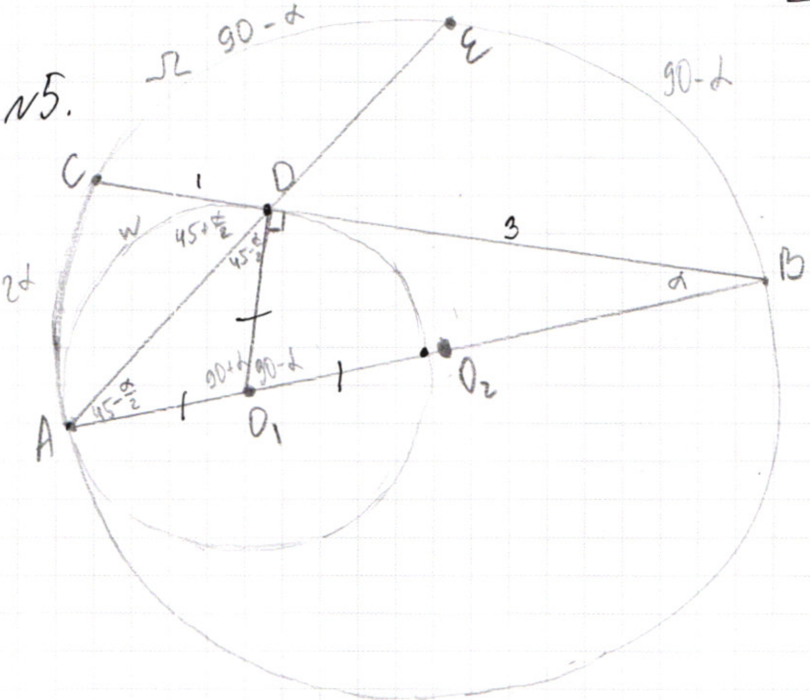
$$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$$

$$\frac{DE}{AD} = \sin\alpha \Rightarrow DE = \frac{2}{\sqrt{29}} \cdot \frac{3\sqrt{29}}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\cos\alpha = \cos(90-\beta) = \sin\beta = \sin(180-\beta)$$

$$S_{DEC} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{\sqrt{29}}} \cdot \frac{6}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{2\sqrt{29}}}{5} = \frac{6}{5}$$

№5.



$$(2R - r)^2 = r^2 + 9$$

$$4R^2 - 4Rr + r^2 = r^2 + 9$$

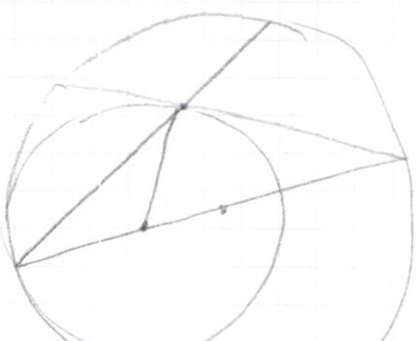
$$4R^2 - 4rR - 9 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (2r)^2 + 36 = 4r^2 + 36$$

$$R = \frac{2r \pm 2\sqrt{r^2+9}}{4} = \frac{r \pm \sqrt{r^2+9}}{2}$$

$$R = \frac{r + \sqrt{r^2+9}}{2}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{AD}{DB} \Rightarrow CD \cdot DB = AD \cdot DE = 3$$



№3. $\begin{cases} y-2x=\sqrt{(y-2)(x-1)} \end{cases}$ $(y-2)-2(x-1)$

$\boxed{y \geq 2x}$

$\begin{cases}(y-2)-2(x-1)=\sqrt{(y-2)(x-1)}\\(y-2)^2+2(x-1)^2=3\end{cases}$

$y-2=a$
$x-1=b$

$(y-2)^2-4(y-2)(x-1)+4(x-1)^2=(y-2)(x-1)$

$\boxed{\begin{aligned}a+2 &\geq 2b+2\\ a &\geq 2b\\ b &\leq \tfrac{a}{2}\end{aligned}}$

$\cancel{(y-2)^2-8(y-2)}$

$\begin{cases}a-2b=\sqrt{ab}\\a^2+2b^2=3\end{cases}$ $\Rightarrow$ $a^2-4ab+4b^2=ab$
$a^2-5ab+4b^2=0$
$-a^2-2b^2=-3$

$a^2-5ab+4b^2=0$
$-2a^2-4b^2=-6$
$-a^2-5ab=-6$

$a^2+5ab-6=0$
D

$2b^2-5ab=-3$
$2b^2-5ab+3=0$
$D=25a^2-24$
$b=\frac{5a\pm\sqrt{25a^2-24}}{4}=\cancel{\frac{5y-10\pm\sqrt{25y^2-100y+100-24}}{4}}$
$=\cancel{\frac{5y-10\pm\sqrt{25y^2-100y+76}}{4}}$

$b=\frac{5a-\sqrt{25a^2-24}}{4}$

$(30-1)^2=900-60+1=841$
$(25-1)^2=625-50+1$
576

$29 \cdot 24 = 116 + 58 = 696$, $696 \cdot 2 = 1392$

$a^2+2\,\frac{25a^2+25a^2-24-10\sqrt{25a^2-24}}{16}=3$
$16a^2+100a^2-48-20\sqrt{25a^2-24}=48$
$116a^2-20\sqrt{25a^2-24}-96=0$
$29a^2-5\sqrt{25a^2-24}-24=0$

$29a^2-24=5\sqrt{}$

$841a^4-1392a^2+576=25\cdot25a^2-25\cdot24$

$29^2a^4-2\cdot24\cdot29a^2-25^2a^2+24^2+24\cdot25=0$
$29^2a^4-2017a^2+24\cdot49=0.$
$\cancel{841a^4-2017a^2+696=0}$
$\cancel{841t^2-2017t+696=0}$

$24 \cdot 50 = 1200$, $1200-24=1176$, $1176+841=2017$
$1392+625=2017$

$\frac{24\cdot49}{29}-24=\frac{24(49-29)}{29}$

$841t^2-2017t+1176=0$
$t=1$ $\quad t=\frac{1176}{841}$
$a^2=1$ $\quad a^2=\frac{1176}{841}$

$a=\pm1.$

$1225-841$

$\frac{24(25\cdot49-29^2)}{29^2}=24(35-29$

$14\sqrt6 < 35\sqrt6-48$
$0 \quad 21\sqrt6-48$
$48 \quad 21\sqrt6$
$16 \quad 7\sqrt6$
256

$x^2-3x+2=0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6. $2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x-1|$

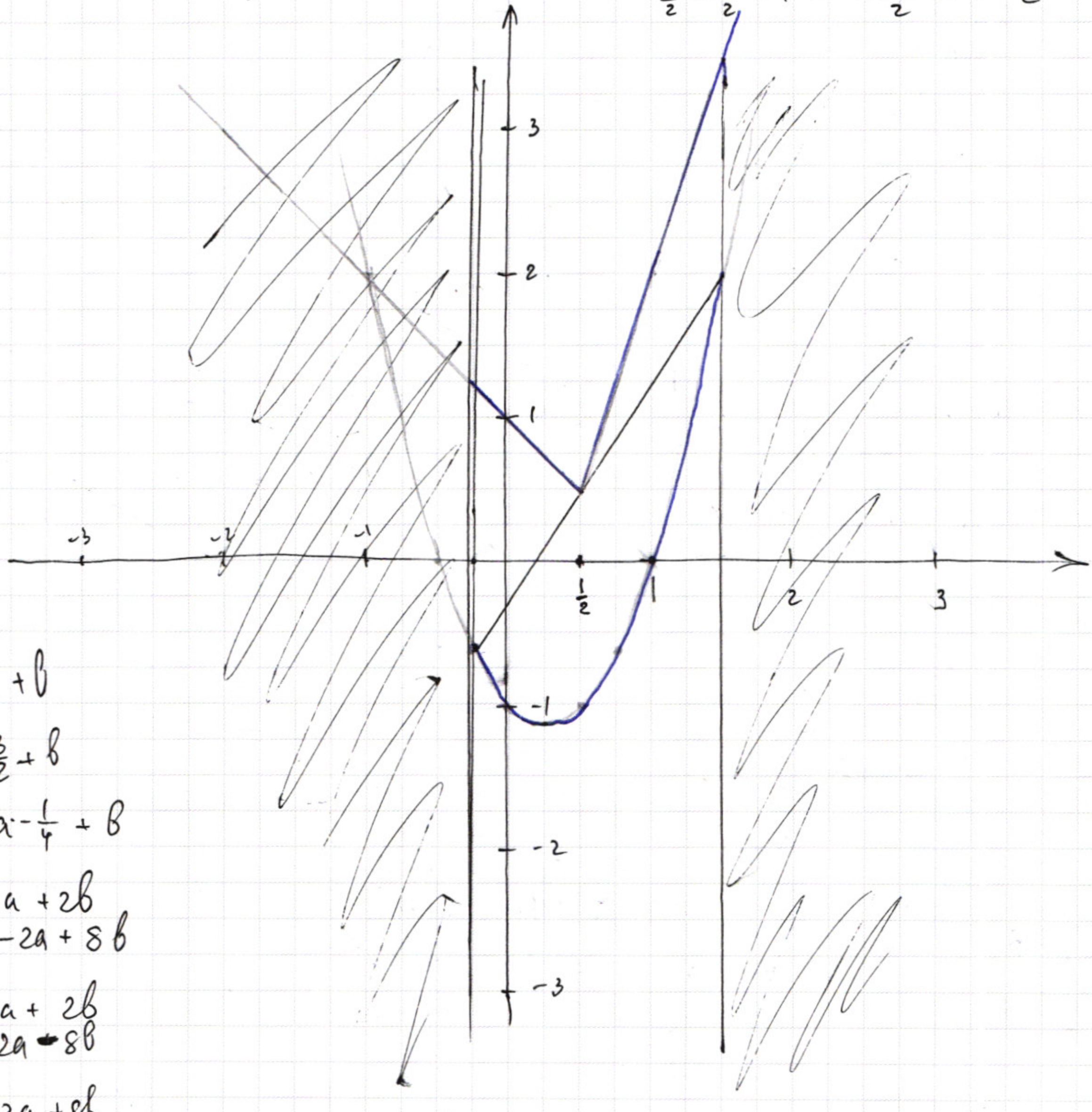
$(x-1)(2x+1) \le ax + b \le$

$\begin{cases} ax+b \geq (x-1)(2x+1) \\ ax+b \le -x+1, \text{ если } x < \frac{1}{2} \\ ax+b \le 3x-1, \text{ если } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$

$-\frac{-1}{4} = \frac{1}{4}$ $\quad 2\frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1-2-8}{8} = -\frac{9}{8}$

$\frac{9}{8} - \frac{3}{4} - 1 = \frac{9-6-8}{8} = -\frac{5}{8}$

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1 = \frac{9-3-2}{2} = 2$



$y = ax + b$

$\begin{cases} 2 = a\frac{3}{2} + b \\ -\frac{5}{8} = a \cdot -\frac{1}{4} + b \end{cases}$

$\begin{cases} 4 = 3a + 2b \\ -5 = -2a + 8b \end{cases}$

$\begin{cases} 4 = 3a + 2b \\ 5 = 2a - 8b \end{cases}$

$\begin{cases} 16 = 12a + 8b \\ 5 = 2a - 8b \end{cases}$

$21 = 14a$ $\quad 5 = 3 - 8b$

$a = \frac{3}{2}$ $\quad b = -\frac{1}{4}$