МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED=45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 19$, $3 \leqslant y \leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

$12\cos\beta \cdot \sin 2\beta$

$\frac{120}{169}$

$AB = \frac{x}{\sin 2\beta}$

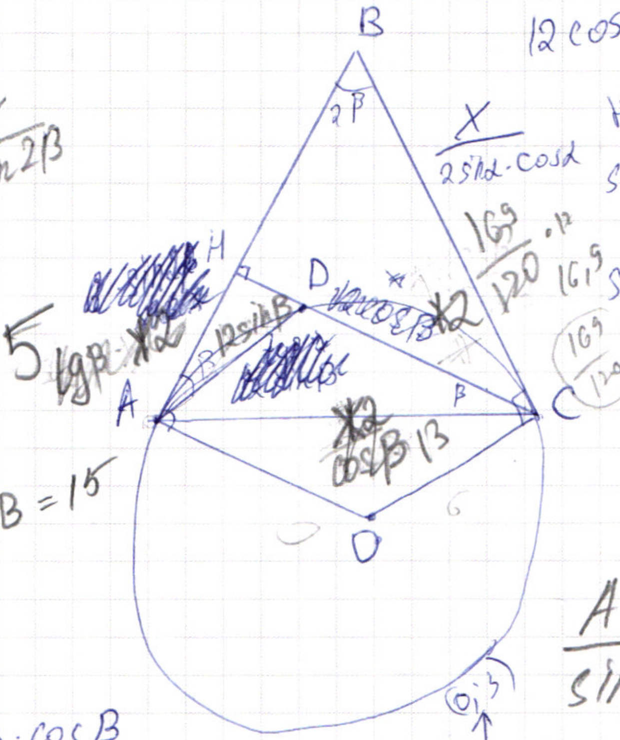
$\frac{x}{2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$

$\sin 2\beta = 2\cos\alpha\cdot\sin\alpha$

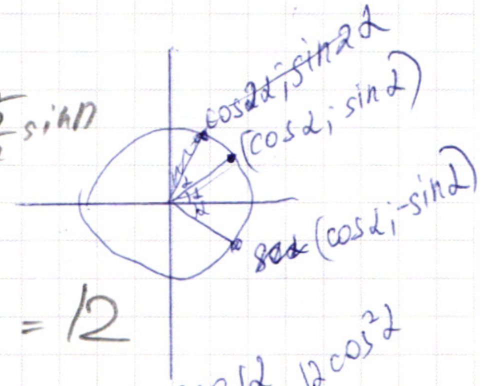
$2\sin\beta\cos\beta = 2\cdot\frac{5}{13}\cdot\frac{12}{13} =$

$\frac{169}{120}\cdot 12$

$\sin\beta\ 12\cdot\cos\beta$



$\frac{5}{12}\sin\beta$



$\frac{AD}{\sin\beta} = 12$

$2\cos\alpha \quad 12\cos^2\alpha$

$\sin^2\beta\cdot 12\cdot\frac{1}{2}\ AB = 15$

$\sin\beta\cdot\cos\beta$

$\frac{\cancel{\sin\beta}\cdot x}{\cos\beta\cdot\cancel{\sin\beta}} = 12$

$AB\cdot\frac{12\sin\beta}{2}\ (\sin^2\beta) = 15$

$x = 12\cos\beta$

$AD = 12\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$= 2\cos^2\alpha - 1$

$\frac{5}{12}$

$\frac{\sin\beta}{\cos\beta}\cdot x = \frac{12}{2\cdot\cos\beta\sin\beta}$

$36\cdot\cos\alpha - \sin\alpha$

$36\cdot\frac{\sin\beta}{\cos\beta} = 15$

$HC^2 + AD^2 = 288$

$\frac{5}{12\sin\beta} = \frac{5\cos\beta\cdot\sin\beta}{\sin\beta\ 5}$

$6\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot 12\sin\alpha\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin\alpha = 15$

$12\sin\beta\cdot\cos\beta = 5$

$\frac{12\cos\beta}{2\cdot\cos\beta\cdot\sin\beta}\cdot 12\sin\beta\cdot\frac{1}{2} = 15$

$\frac{12\sin\beta\cdot\cos\beta}{x\cdot\cancel{\sin\beta}} = \frac{x}{}\cos\beta$

$\sin^2\beta\cdot 12\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{x}{2\cancel{\sin\beta}\cdot\cos\beta} = 15$

$\frac{5\cos\beta}{\sin\beta}$

$\frac{x\cdot\sin\alpha}{\cos^2\alpha} = 12\sin\alpha \quad x = 12\cos^2\alpha$

$\frac{\sin\beta}{\cos\beta}\cdot x = 5$

$AB = \frac{12\cos^2\alpha}{2\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha} = \frac{6}{\mathrm{tg}\,\alpha}$

$12\sin\beta\cdot\frac{\cos\beta}{x\cdot\sin\beta}$

$AD = \frac{x\cdot\mathrm{tg}\,\alpha}{\cos\alpha} = 12\sin\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

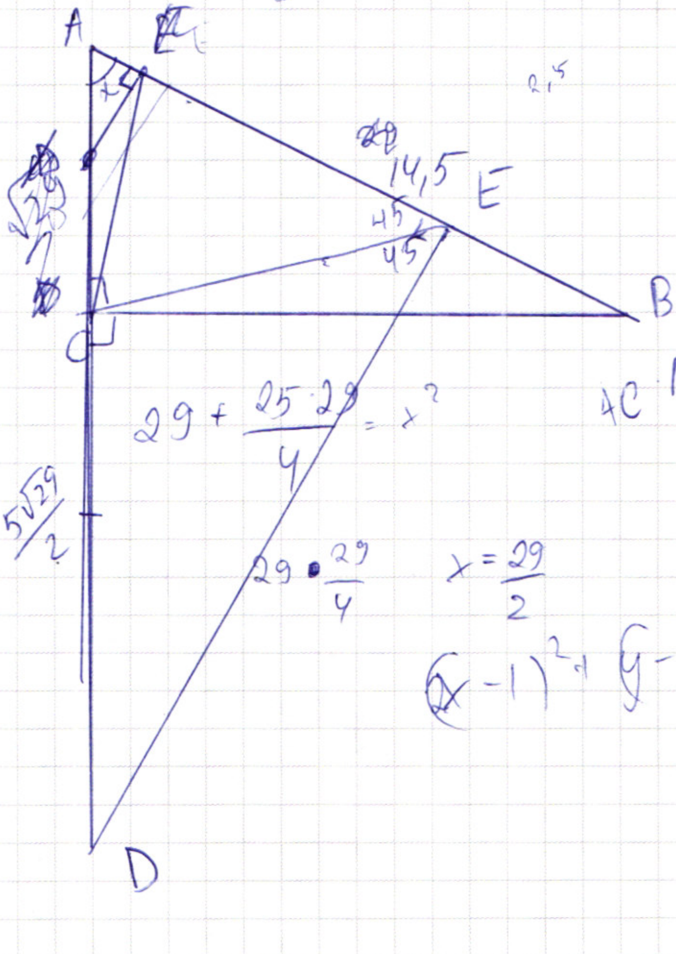
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

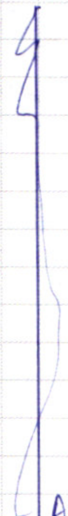
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin\alpha = \sqrt{29}\cdot\frac{2}{29} = \frac{2}{\sqrt{29}}$





$|a|+|b|-|6a-b|-6 \geq 0$

$|a|+|b|+|a-b|-6 \geq 0$

$AC\cdot AD = AE\cdot AB$

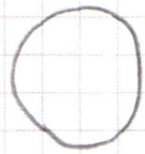
$\frac{AE}{AC} =$

$29+\frac{25\cdot 29}{4} = x^2$

$29\cdot\frac{29}{4}$

$x=\frac{29}{2}$

$(x-1)^2+(y-1,5)^2 \leq 3,25$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$y-2x=\sqrt{7y}$ $\quad +y\geq 0$
$2y+x^2=9$

$y^2+4x^2-4xy=7y$

$$\begin{cases} y^2+4x^2-5xy=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$(y-4x)(y-\cancel{x})$ $\quad 3^2\cdot 6^2$

Проверка

$-36+18=18$ $\quad y-2x>0$

$$\begin{cases} (y-4x)(y-x)=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

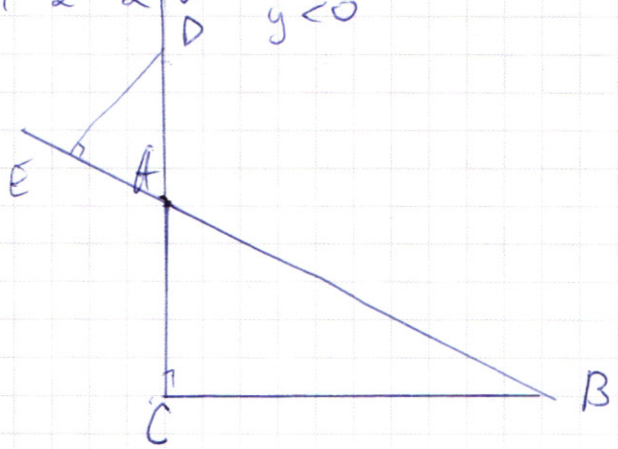
$y>2x$

$y>2y$

$y<0$

$y=4x$

$4-2=2$ ✓



$8x+x^2=9$

$x^2+8x-9=0$

$(x+9)(x-1)=0$

$\cancel{-9}$ $(-9;-36)(1;4)$

$2x+x^2-9=0$

$x^2+2x-9=0$

$D=4+4\cdot 9=40=(2\sqrt{10})^2$

$-1-\sqrt{10}$ $\quad -1+\sqrt{10}$

$(78;147)$

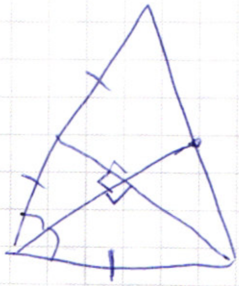
$(-1-\sqrt{10};-1-\sqrt{10})$; $(-1+\sqrt{10};-1+\sqrt{10})$ ✓

~~$-\sqrt{10}+1=-1+\sqrt{10}$~~

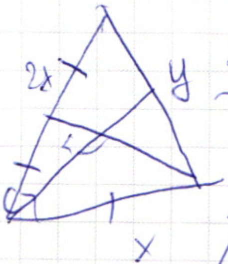
y – наиб.

$3x>y$

22^4 $\quad 75$



$AE=\frac{\sqrt{29}}{7}=A$



$3x+y=300$

$y+x>2x$

$y>x$

$3x>y$ $\quad 2$

$y=150$ $\quad x=50$

$3x+y=300$

$y\ \cancel{8}\ 75$

$y\,\vdots\,3$ $\quad y<100$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^2-2x+5-4|x-1|$

$(x-1)^2+4-4|x-1|$

$(|x-1|-2)^2$

$\cancel{(2x-3)^2}=9+|x|\cdot|x-3|$

$\cancel{(2x-3)^2}-9+|x|\cdot|x-3|<0$

$4x(x-3)+|x|\cdot|x-3|<0$

≤ 0

$HD=\sin\beta\cdot AD$

$HA^2=\sin\beta^2\cdot HC^2$ $\quad$ $\cancel{HA}\,HD\cdot HC^2=\sin\beta^2\cdot HC^2$

$HD=\sin\beta^2\cdot HC$

$AD=\sin\beta\cdot HC$

$HC=12$

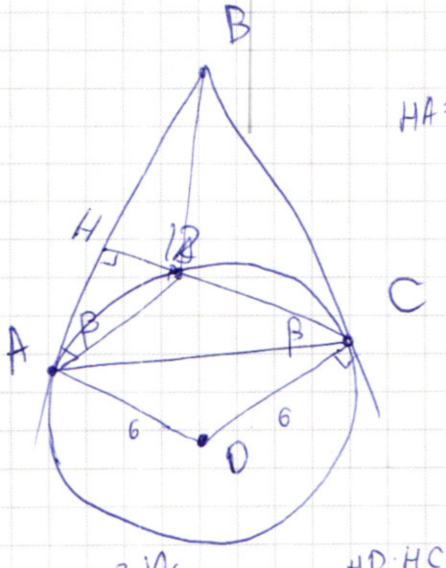
$HA^2=\frac{7{,}5}{AB}\cdot HC$

$\cancel{HA}^2\,AB^2=BO^2-36$

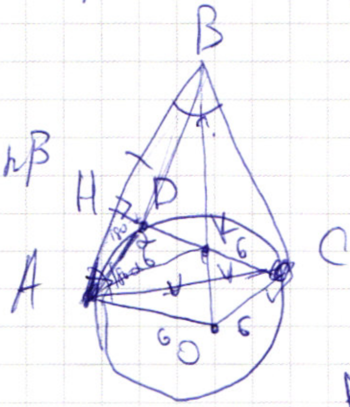
$HA^2=HD\cdot HC$

$HD\cdot AB=7{,}5$ $\quad$ $\frac{AB}{HC}=2$

$\cancel{HC\cdot}AB=7{,}5$



$HA=AD\cdot\sin\beta$



$\frac{HD\cdot AB}{2}=15$

$HD=\frac{30}{AB}$

$2\cdot6=\frac{AC}{\sin\alpha}$

$AC=12\cdot\sin\alpha$

$AC=12\cdot\sin\beta$

$\cancel{AD}$

$\sin\beta=\frac{AD}{12}$

$AD=12\sin\beta$ $\quad$ $\frac{AD}{\sin\beta}=12$

$\frac{HD\cdot HC=HA^2}{AB}$

$\frac{HC}{AB}\cdot\frac{HD}{AB}=\frac{HA^2}{AB}$

$HA=AD\cdot\sin\beta=12\sin\beta^2$

$30\cdot\frac{HC}{AB}=HA^2$

$\frac{HA^2}{HD}$

$AB\cdot AD\cdot\sin\beta=30$

$AD=R\sin\beta$

$\sin\beta\cdot AD=$

$HD\cdot HC=HA^2$

$\cancel{HC=S}$ $HD=\sin\beta\cdot AD$

$HD=\sin\beta^2\cdot HC$ $\quad$ $-\sin\beta\cdot\cancel{AD}$

300

$15\cdot24=\frac{HD}{\sin\beta}\cdot AD$

$AD^2\cdot AB=360$

$\sin\beta=\frac{AD}{12}$

$12HD=AD^2$

$\sin\beta\cdot AD\cdot AB\cdot\frac{1}{2}=15$

$HA^2=\sin\beta^2\cdot HC^2$

$\frac{AD^2}{24}\cdot AB=15$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-x \quad -x-3$

$4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|<0$

$x<0$

$4x^2-12x+x^2-3x<0$

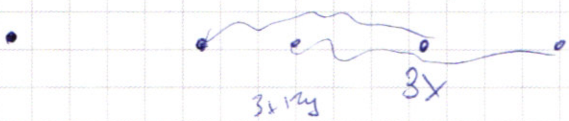
$5x^2-15x<0$

$x(x-3)<0 \quad x\in(0;3)$

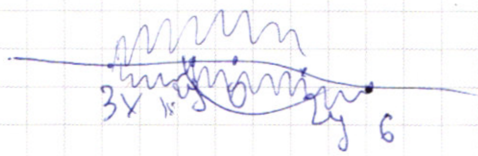
$4x^2-12x-x^2+3x<0$

$3x^2-9x<0$

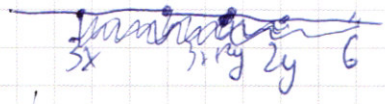
$x(x-3)$

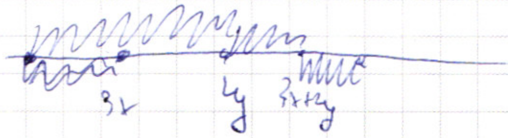


$|3x|+|2y|+|3x+2y-6|-6>0$



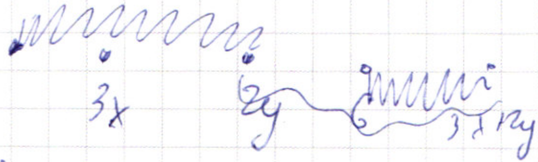
$3x+2y>0$





$x=1 \quad y=1$

3



$3+\cancel{2}+1$

$3{,}14\cdot\frac{13}{4}$

$\times\,3{,}14 \;/\; 3{,}25$

0

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

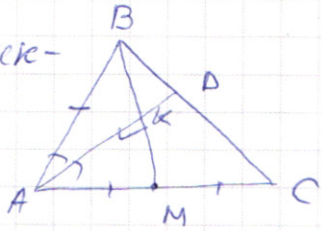
(Нумеровать только чистовики)

№2

Докажем, что: если в треугольнике одна сторона больше другой в 2 раза ~~(ког одного)~~ $\Longrightarrow$ одна из биссектрис перпендикулярна медиане

$\Rightarrow$ (док-во)

Пусть $AC = 2AB$ и AD - биссектриса, а BM - медиана, док., что $\angle AKM = 90°$.



$AM = MC = \frac{1}{2} AC = BM \Rightarrow$

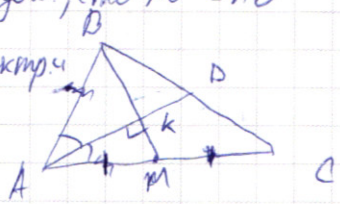
$\triangle ABM$ - равнобедренный и AK в нём биссектриса $\Rightarrow$ AK - высота и $AD \perp BM$, ч.т.д.

$\Longleftarrow$

Пусть $AD \perp BM$, док., что $AC = 2AB$

в $\triangle ABM$ - AK - биссектр и высота $\Rightarrow$

$AB = AM = MC = \frac{1}{2} AC$,



ч.т.д.

Из-за равносильности следует, что нужно найти все треугольники у которых сторон $(x, 2x, y)$

По неравенству треугольника - $x + 2x > y$ и $x + y > 2x$ ($2x + y > x$ очевидно всегда верно)

Нужно найти решение этой системы: $3x > y$, $y > x$

$$\begin{cases} 3x > y \\ y > x \\ 3x + y = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > y \\ y > x \\ y = 300 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 50 \\ x < 75 \\ y = 300 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow$$ подходят $\forall x: x \in \mathbb{Z}$ и $x \in (50; 75)$ и $y = 300 - 3x$, со сторонами $(x; 2x, y)$, всего их будет 24

Причём никакой не посчитан дважды, иначе стороны треугольника или $x, 2x, 4x$ или $x, 2x, x$, но тогда не выполняются неравенства треугольника

Ответ: 24

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$, ОДЗ: $xy\geq 0$, $y-2x\geq 0$

Обе части первого уравнения $\geq 0 \Rightarrow$ можно возвести в квадрат

$\begin{cases} (y-2x)^2=xy \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2+y^2-4xy=xy \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y-4x)(y-x)=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$

Первый случай: $y=4x$

ОДЗ: $y-2x\geq 0$

$2x\geq 0$, $x\geq 0, y\geq 0$

$2y+x^2=9$

$x^2+8x-9=0$

$(x+9)(x-1)=0$

$(-9;-36)$, по ОДЗ не подходит

$(1;4)$

Второй случай $y=x$

$y-2x\geq 0$

$-x\geq 0$ $x\leq 0, y\leq 0$

$2x+x^2=9$

$x^2+2x-9=0$

$D=4+36=40=(2\sqrt{10})^2$

$x_{1,2}=-1\pm\sqrt{10}$

$(-1-\sqrt{10};-1-\sqrt{10})$

$(-1+\sqrt{10};-1+\sqrt{10})$, по ОДЗ не подходит, т.к. $10\geq 1\Rightarrow\sqrt{10}\geq 1$

Проверка:

$(1;4)$; $(-1-\sqrt{10};-1-\sqrt{10})$

$\begin{cases} 4-2=\sqrt{4} \\ 8+1=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2=2 \\ 9=9 \end{cases}$ ✓

$\begin{cases} 1+\sqrt{10}=\sqrt{(-1-\sqrt{10})^2} \\ -2-2\sqrt{10}+1+10+2\sqrt{10}=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+\sqrt{10}=1+\sqrt{10} \\ 9=9 \end{cases}$ ✓

Ответ: $(1;4)$; $(-1-\sqrt{10};-1-\sqrt{10})$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

По формуле приведения: $\sin 2\alpha = 2\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha$

в $\triangle HCB$, $\angle HBC = 2\alpha$, т.к. $\angle HAC = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \frac{CH}{BC} = \sin 2\alpha = 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$BC = AB$, касательные из одной точки $\Rightarrow AB = \frac{CH}{2\sin\alpha\cdot\cos\alpha} = \frac{12\cos^2\alpha}{2\sin\alpha\cdot\cos\alpha} = 6\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

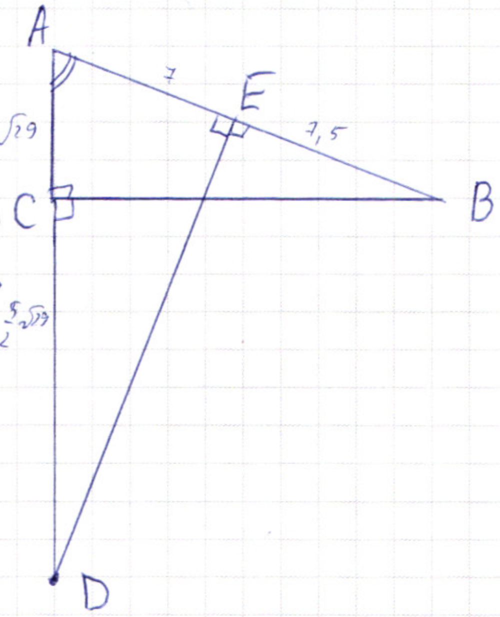
$S_{ADB} = AB\cdot AD\cdot\sin\alpha\cdot\frac{1}{2} = 6\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot 12\sin\alpha\cdot\sin\alpha\cdot\frac{1}{2} = 36\cos\alpha\sin\alpha = 15 \Rightarrow$

$18\cdot\sin 2\alpha = 15$

$\sin 2\alpha = \frac{5}{6}$ $\quad \frac{AB}{CH} = \frac{1}{\sin 2\alpha} = \frac{6}{5}$

Ответ: $\frac{6}{5}$

N5



$D\in AC$, $E\in AB$,
$DE\perp AB$, $AC=\sqrt{29}$,
$BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, $\angle CED = 45^\circ$

$\frac{AD}{AC}$ - ?, S_{AED} - ?

Заметим, что D и E лежат на лучах AC и AB, иначе $\angle CED > 90^\circ$ или
$ED \not\perp AB$, $\angle DCB = \angle DEB = 90^\circ \Rightarrow$
~~своб~~ CDBE — вписанный 4-угольник $\Rightarrow$

$\angle CED = \angle CBD = 45^\circ$ и $\angle CDB = 45^\circ \Rightarrow CD = CB =$
$= \frac{5\sqrt{29}}{2}$, $AD = AC + CD$ (если $D\in$ отрезку AC, тогда $AC > DB$)

$\sqrt{29} + \frac{5}{2}\sqrt{29} = \frac{7\sqrt{29}}{2}$

$\frac{AD}{AC} = \frac{7\sqrt{29}}{2\sqrt{29}} = \frac{7}{2}$.

$AB = \sqrt{29 + \frac{25}{4}\cdot 29} = \sqrt{\frac{29^2}{4}} = 14,5$

$\triangle AED \sim \triangle ACB$ (общий $\angle A$ и $\angle AED = \angle ACB$) по 2 углам $\Rightarrow$

$\frac{AC}{AE} = \frac{CB}{ED} = \frac{AB}{AD} = \frac{29\cdot 2}{2\cdot 7\cdot\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{29}}{7} \Rightarrow AE = AC\cdot\frac{7}{\sqrt{29}} = 7$, $ED = CB\cdot\frac{7}{29} = \frac{35}{2} = 17,5 \Rightarrow$

$S_{AED} = \frac{AE\cdot ED}{2} = \frac{7\cdot 35}{4} = 61,5$

Ответ: $\frac{7}{2}$; ~~...~~ $3\frac{1}{2}$; $61\frac{1}{4}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Посмотрим на числитель:

$x^2-2x+5-4|x-1| = (x-1)^2+4-4|x-1| = (|x-1|-2)^2 \geq 0 \Rightarrow$

нужно для решения если знаменатель <0

$4x^2-12x+|x|\cdot(x-3)<0$, при $x=0$ и $x=3$ выражение будет $=0$, что не подходит

$x\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$

$4x^2-12x+x^2-3x<0$

$5x^2-15x<0$

$x(x-3)<0$

$x\in(0;3)$, но ~~ОДЗ~~ не подходит

$x\in(0;3)$

$4x^2-12x-x^2+3x<0$

$3x^2-9x<0$

$x(x-3)<0$

$x\in(0;3)$, подходит

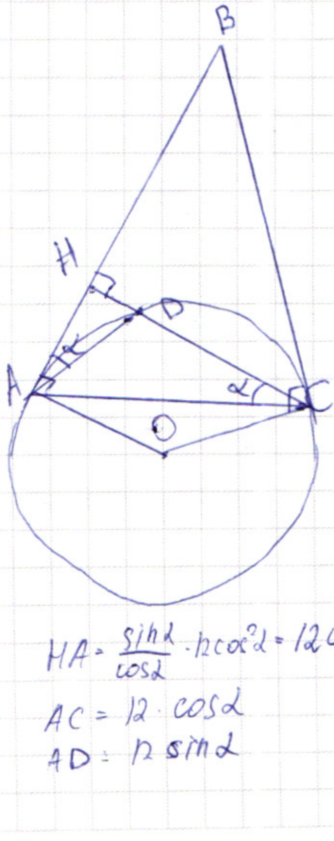
Ответ: ~~$x\in$~~ $0<x<3$.

N4

~~Пусть $\angle HCA=\beta$~~

Дано: AB и BC — касательные, $CH\perp AB$, O — центр окружности, $OA=6$, $S_{ADO}=15$

Найти: $BC:CH$



Решение: пусть $\angle HCA=\alpha$, $\angle HAD=\alpha$, т.к. HA — касательная $\Rightarrow \Delta HAD \sim \Delta HCA$ по II углам.

Пусть $HC=x$, $AC=\frac{x}{\cos\alpha}$, $HA=\operatorname{tg}\alpha\cdot x$,

В Δ ADC по теореме синусов

$\frac{AD}{\sin\alpha}=2R=12$, $AD=12\sin\alpha$

По подобию HAD и HCA $\frac{HA}{AD}=\frac{HC}{AC}$

$\frac{x\cdot\operatorname{tg}\alpha}{12\sin\alpha}=\frac{x\cdot\cos\alpha}{x} \Leftrightarrow \frac{x\cdot\sin\alpha}{12\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha}=\cos\alpha \Leftrightarrow x=12\cos^2\alpha,$

$HA=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot 12\cos^2\alpha=12\cos\alpha\cdot\sin\alpha$

$AC=12\cdot\cos\alpha$

$AD=12\sin\alpha$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

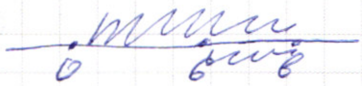
Рассмотрим первое неравенство

$|3x|+|2y|+|6-3x-2y|-6>0$, рассмотрим какие пары не подходят

Пусть $3x=a$, $2y=b$

~~Если $a\geq0$ и $b\geq0$~~ Пусть $a=0$

$|b|+|6-b|-6>0$

При $b<0$ и $b>6$ $|b|+|6-b|>6$, т.к. 

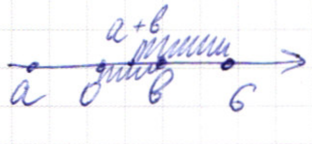
При $b\in(0;6)$ $|b|+|6-b|-6=0\Rightarrow$ не подходит, аналогично с $a=0$.

Пусть $a<0$ и $b<0$

Тогда $6-3x-2y>6\Rightarrow$ подходят

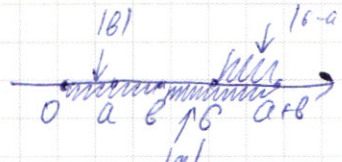
Пусть $a<0$ и $b>0$ (б.о.о.)

Также будем рассматривать a и b такие, что $|a|\leq6$ и $|b|\leq6$



$a+b<b$, т.к. $a<0$.
$|6-a-b|$ – расстояние от $a+b$ до 6
и $|6-a-b|+|b|>6$, т.к. они полностью покрывают отрезок от 0 до 6

Если $a>0$ и $b>0$ и $|a+b|>6$

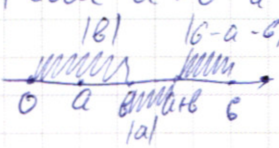


$|a|=|(a+b)-b|$. По картинке видно, что

$|6-a-b|+|a|+|b|>6$

А если $a>0$ и $b>0$ и $a+b\leq6$ не подходят, т.к.

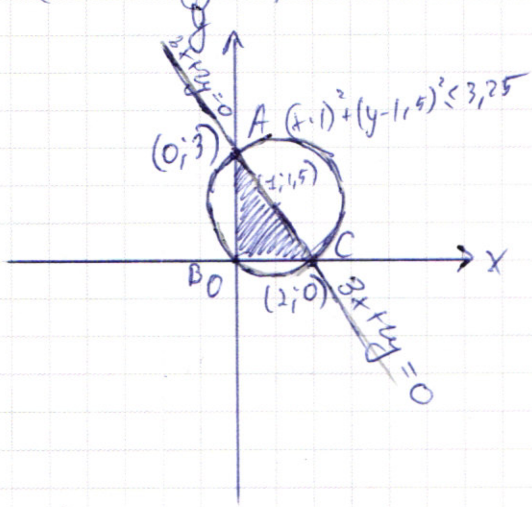
$|a|+|b|+|6-a-b|=6\Rightarrow$

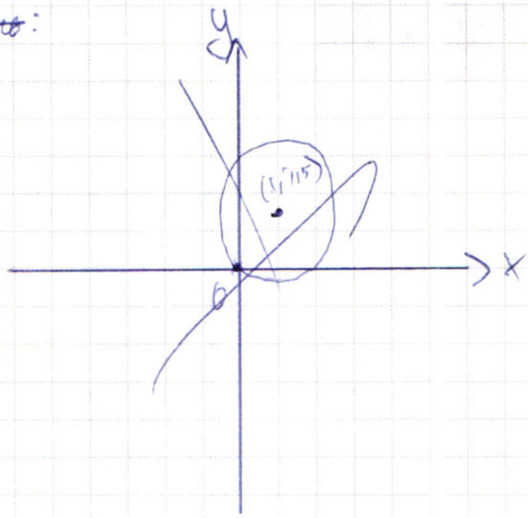


<u>НЕ</u> подходят под первую систему такие x и y, что $\begin{cases} x\geq0 \\ y\geq0 \\ 3x+2y\leq6 \end{cases}$

График второго уравнения — ~~окружность~~ круг:

$(x-1)^2+(y-1,5)^2 \le 3,25$





А теперь нарисуем $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 3x+2y \le 6 \end{cases}$. То есть из круга нужно вырезать прямоугольный треугольник.

Пусть Круг — ω, а треугольник ABC

Точки A, C и $B \in \omega$

$A: (-1)^2+(1,5)^2 : 3\cdot 0+2\cdot 3=6$

$B: (-1)^2+(-1,5)^2$

$C: 1^2+(-1,5)^2 : 3\cdot 2+2\cdot 0=6$

$S = S_\omega - S_{ABC}$

$S_\omega = \pi r^2, r=\sqrt{\frac{13}{4}}$

$S_\omega = \frac{13}{4}\pi$, $S_{ABC} = \frac{3\cdot 2}{2} = 3 \Rightarrow$

$S = \frac{13}{4}\pi - 3$.

Ответ: $\frac{13}{4}\pi - 3 \approx$